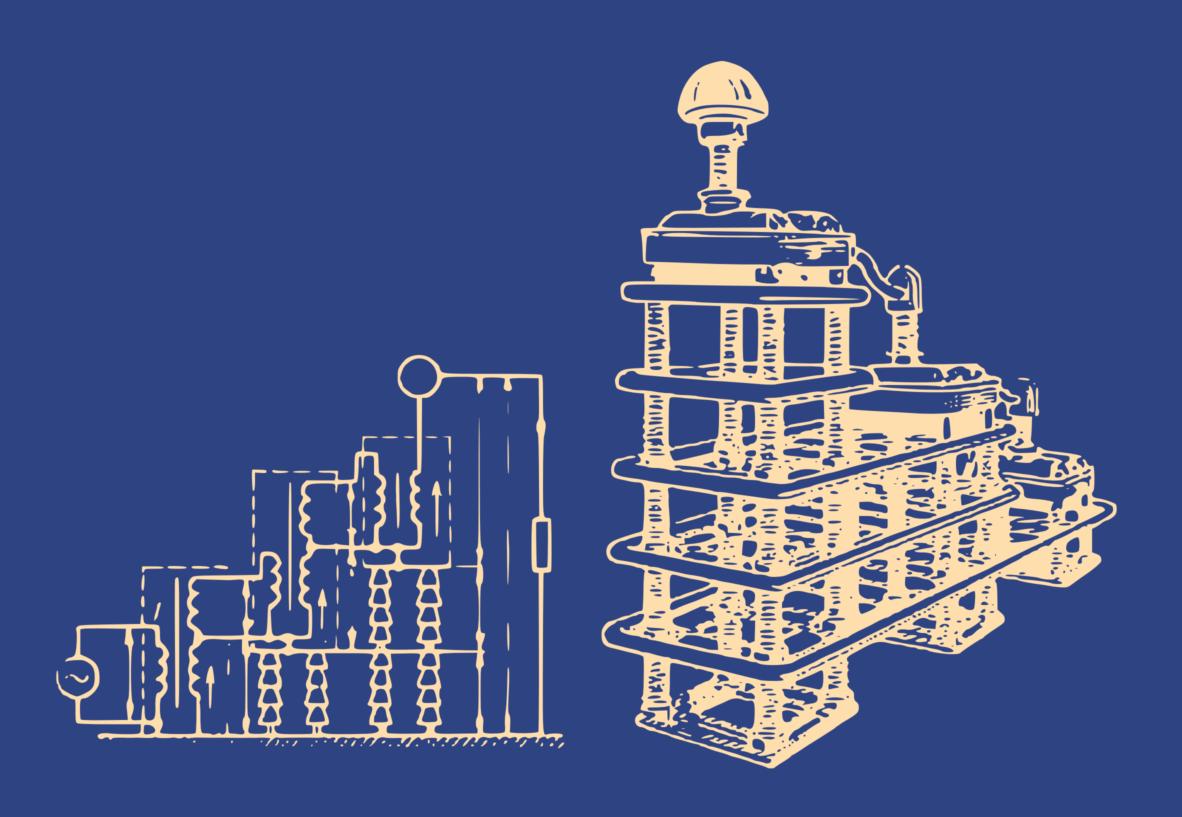
A. Ivanov-Smolenski

MACHINES ÉLECTRIQUES

Volume 1



Éditions Mir Moscou

А. ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»
МОСКВА

A. IVANOV-SMOLENSKI

MACHINES ÉLECTRIQUES

Volume I

ÉDITIONS MIR · MOSCOU

Traduit du russe
par *V. Koliméev*

На французском языке

PRÉFACE À L'ÉDITION FRANÇAISE

Ce livre, qui est une traduction en français du manuel « Machines électriques » écrit à l'intention des étudiants en électromécanique et en énergie électrique, constitue aussi une utile source d'information pour les ingénieurs. Il traite les principes de constitution et les questions fondamentales de la théorie et de la construction des machines électriques et étudie leur comportement en régime établi et en régime transitoire.

Le manuel reflète des succès en électromécanique théorique remportés sous l'influence de la révolution scientifique et technique qui a conduit à une forte croissance de la fabrication des machines les plus diverses, à l'augmentation de leur puissance et a exigé d'améliorer la précision de leurs calculs électromagnétiques.

Plus largement que d'autres manuels cet ouvrage fait appel à la « théorie généralisée de la machine électrique réelle » qui est basée sur la théorie de la transformation électromécanique de l'énergie. De même que la théorie généralisée de la machine électrique idéalisée dont elle constitue un développement ultérieur, la théorie généralisée de la machine réelle s'étend à tous les types connus de machines électriques mais elle tient compte d'une façon plus rigoureuse de la structure discrète des enroulements, de la configuration réelle des circuits magnétiques et de leur saturation.

Les phénomènes électromagnétiques inhérents au fonctionnement des machines électriques sont étudiés dans la deuxième partie de l'ouvrage intitulée *Questions générales de la théorie de la transformation électromécanique de l'énergie dans les machines électriques*, ce qui a permis d'étendre la description obtenue non seulement aux exécu-

tions ordinaires mais aussi à toutes les autres exécutions théoriquement possibles des machines électriques, d'étudier les conditions de transformation unidirectionnelle de l'énergie et de donner une classification des machines électriques suivant la configuration de leurs circuits magnétiques et la disposition des enroulements.

A la différence des autres manuels dans lesquels les auteurs traitent presque exclusivement les phénomènes électromagnétiques de transformation de l'énergie, nous avons accordé une large place à l'étude des processus mécaniques, hydrauliques et thermiques intervenant dans les organes des machines électriques puisque ces problèmes revêtent une importance particulière pour les machines modernes caractérisées par de fortes charges électromagnétiques.

Pour éviter une compréhension incorrecte des phénomènes d'induction des f.é.m. et de production de forces électromagnétiques dans une machine à armatures magnétiques dentées, les f.é.m. sont déterminées, à la différence des autres manuels, par variation des flux embrassés, et les forces électromagnétiques sont exprimées par l'intermédiaire de la variation d'énergie du champ magnétique. Pour la description mathématique des phénomènes électromagnétiques des machines ordinaires à courant alternatif on emploie l'appareil mathématique moderne utilisant les fonctions complexes des grandeurs électriques et leurs projections sur les axes d'un plan complexe.

Pour décrire les phénomènes dans les circuits électriques et magnétiques d'une machine multipolaire, nous avons introduit la notion de « modèle bipolaire » qui représente une période de champ de cette machine. Les grandeurs caractérisant les circuits électriques (courants, tensions, flux couplés avec des phases) et le champ magnétique (premiers harmoniques de f.m.m. et d'induction dans l'entrefer) de la machine multipolaire sont représentées respectivement par les vecteurs résultants à variation temporelle ou spatio-temporelle dans un plan complexe confondu avec la coupe transversale du modèle bipolaire.

Dans la partie consacrée aux phénomènes transitoires la notion de vecteurs résultants à variation temporelle est généralisée et utilisée pour l'obtention des équations différentielles en coordonnées α, β, 0 et d, q, 0, qui décrivent les phénomènes transitoires des machines asynchrones et synchrones.

L'écriture des équations et l'interprétation des phénomènes physiques sont, autant que possible, généralisées pour les deux

types principaux de machines à courant alternatif. Ceci concerne les expressions du couple électromagnétique, des puissances active et réactive, les équations des tensions ainsi que l'approche du calcul des paramètres inductifs et du circuit magnétique. L'influence de la denture des armatures sur les harmoniques supérieurs d'induction magnétique dans l'entrefer est étudiée d'une façon plus rigoureuse compte tenu des recherches récentes dans ce domaine. De nouveaux éléments sont apportés aux méthodes d'exposé des questions telles que l'obtention des formules pour les f.m.m., les f.é.m., le couple électromagnétique, les forces électromagnétiques dans la région d'une encoche parcourue par un courant; le calcul des caractéristiques des machines synchrones et des machines à courant continu; l'analyse des phénomènes transitoires en cas d'un court-circuit d'un alternateur synchrone et de l'enclenchement sur le réseau d'un moteur asynchrone, l'analyse des phénomènes dans les moteurs asynchrones monophasés, etc.

Les machines électriques à commutation électronique qui trouvent de nos jours des applications de plus en plus nombreuses sont étudiées de façon plus détaillée que dans les autres manuels. Quant aux machines à collecteur à courant alternatif nous n'en donnons qu'une description succincte parce qu'elles n'ont pas d'application courante ni en U.R.S.S., ni en d'autres pays.

L'ouvrage est divisé en deux volumes. Le premier volume comprend l'Introduction et les parties 1, 2, 3, 4 (transformateurs, questions générales de la théorie des machines électriques, questions générales relatives à la construction et au calcul des machines électriques, machines asynchrones), alors que le second volume comprend les parties 5, 6, 7 (machines synchrones, machines à courant continu et machines à commutateur à courant alternatif, phénomènes transitoires).

L'auteur

INTRODUCTION

§ I-1. Définitions fondamentales

L'utilisation des ressources naturelles est inconcevable sans transformation des différentes formes de l'énergie l'une en l'autre. Les dispositifs qui réalisent une telle transformation en effectuant des mouvements mécaniques s'appellent les *machines énergétiques.* C'est ainsi par exemple qu'à l'aide d'une machine thermique on transforme en énergie mécanique l'énergie thermique qui se dégage lors de la combustion d'un combustible. On désigne aussi par le même terme les dispositifs qui transforment l'énergie d'une forme en énergie de la même forme mais ayant des paramètres différents. Par exemple, on appelle machine hydraulique une machine qui transforme l'énergie mécanique d'un courant de liquide en énergie mécanique transmise par l'intermédiaire d'un arbre tournant.

Une partie considérable de l'énergie emmagasinée dans la nature sous forme d'énergie chimique, d'énergie nucléaire, d'énergie de mouvement des fleuves et des mers, d'énergie de vent et d'énergie de rayonnement du Soleil est transformée dans le monde moderne en énergie électrique. Cela s'explique par le fait que sous la forme électrique l'énergie est particulièrement précieuse parce qu'elle peut, dans de nombreux cas et avec de faibles pertes, être transportée à de grandes distances, distribuée aux consommateurs et reconvertie en énergie mécanique, thermique ou chimique. Pourtant la transformation directe de l'énergie calorifique, chimique ou nucléaire en énergie électrique n'est utilisée qu'à une échelle très restreinte parce que dans l'état actuel de la technique elle ne peut pas être réalisée avec des pertes suffisamment faibles et exige des investissements importants de capitaux. C'est la raison pour laquelle l'énergie de toutes les formes est d'abord transformée à l'aide de machines thermiques ou hydrauliques en énergie mécanique et ensuite en énergie électrique.

Les machines qui transforment l'énergie mécanique en énergie électrique ou réalisent l'opération inverse s'appellent machines électri-

ques. Elles diffèrent de tous les autres convertisseurs électromécaniques en ce qu'à de rares exceptions la transformation qu'elles réalisent est continue et unidirectionnelle.

La machine électrique destinée à la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique porte le nom de *générateur*. La machine électrique destinée à la transformation inverse s'appelle *moteur*. Les machines électriques sont réversibles. Toute machine électrique permet la transformation électromécanique d'énergie dans les deux sens possibles. Si on applique à la partie mobile de la machine électrique de l'énergie mécanique, la machine fonctionne en générateur d'énergie électrique. Au contraire, si la machine reçoit de l'énergie électrique, sa partie mobile effectue du travail mécanique.

La machine électrique représente un système électromagnétique qui se compose de circuits magnétique et électrique interdépendants. Le circuit magnétique comprend une partie fixe et une partie mobile réalisées en matériau magnétique et séparées par un entrefer, c'est-à-dire un intervalle d'air non magnétique. Les circuits électriques représentés par deux ou plusieurs enroulements peuvent se déplacer l'un par rapport à l'autre avec les noyaux magnétiques sur lesquels ils sont placés.

La transformation électromécanique de l'énergie dans les machines électriques est basée sur le phénomène d'*induction électromagnétique* et liée aux forces électromotrices (f.é.m.) qui sont induites au cours de la variation périodique du champ magnétique lors du déplacement mécanique des enroulements ou des éléments du circuit magnétique.

Les machines électriques dont le fonctionnement est fondé sur la loi de l'induction électromagnétique sont appelées *machines à induction*. Le même phénomène est à la base du fonctionnement des convertisseurs à induction destinés à la transformation de l'énergie électrique de certains paramètres (intensité de courant, tension, fréquence) en énergie électrique ayant d'autres valeurs de ces paramètres. Le convertisseur à induction le plus simple et le plus répandu qui permet de transformer un courant alternatif d'une tension en courant alternatif d'une autre tension est le *transformateur statique*. Ses enroulements et son circuit magnétique sont immobiles les uns par rapport à l'autre et la variation périodique du champ magnétique qui induit des f.é.m. dans les enroulements du transformateur se produit électriquement.

Les convertisseurs à induction qui comportent des parties mobiles portent le nom de *convertisseurs rotatifs*. D'après la constitution et le principe de fonctionnement ils ne diffèrent en rien d'une machine électrique. De plus, dans certains cas ils effectuent aussi une transformation électromécanique. C'est pourquoi, en employant le terme « machine » dans son sens le plus général, il convient de considérer les transformateurs et les convertisseurs rotatifs comme un type particulier de machines électriques à induction.

En plus des machines électriques à induction on utilise aussi, dans certaines installations spéciales, les *machines électriques* dites *électrostatiques* dans lesquelles la transformation électromécanique de l'énergie est basée sur le phénomène d'induction électrostatique et liée à une variation périodique du champ électrique dans un condensateur dont les électrodes se déplacent l'une par rapport à l'autre. Pourtant, ne pouvant pas être compétitives par leurs encombrement et coût avec les machines à induction, elles ne trouvent pas d'applications industrielles pour la transformation électromécanique de l'énergie.

En tant que convertisseur d'énergie, la machine électrique constitue un élément essentiel de toute installation énergétique ou industrielle. Elle trouve de nombreuses applications comme générateur, moteur et convertisseur, dans les centrales électriques, diverses industries, agriculture, transports ferroviaire, automobile et urbain, aviation. Les machines électriques sont utilisées de plus en plus largement dans les systèmes de contrôle et de régulation automatiques. Les machines électriques peuvent être conçues pour le fonctionnement soit sur un réseau à courant alternatif, soit sur un réseau à courant continu. On distingue donc les *machines à courant alternatif* et les *machines à courant continu.*

§ I-2. Transformation de l'énergie électrique dans un transformateur

Le schéma de principe d'un transformateur à deux enroulements sous sa forme la plus simple est représenté par la figure I-1. Un tel transformateur se compose de deux enroulements *1* et *2* ayant w_1 et w_2 spires respectivement et entourant un noyau magnétique.

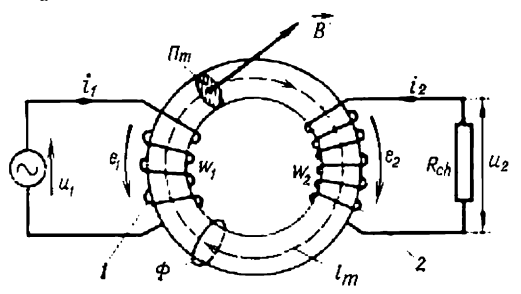


Fig. I-1. Schéma de principe d'un transformateur.

Pour renforcer le couplage magnétique entre les enroulements on utilise un circuit magnétique fermé constitué par un empilage de tôles d'acier magnétique possédant une haute perméabilité relative μ_r. Les tôles sont suffisamment minces pour que les courants de Foucault qui s'y induisent n'exercent pas d'influence notable sur la variation du champ magnétique de pulsation donnée ω.

Si l'un des enroulements, par exemple l'enroulement *2*, est ouvert et l'enroulement *1* est branché sur une source de courant alternatif sinusoïdal de fréquence $f = \omega/2\pi$ de tension $u_1 = \sqrt{2}\, U_1 \cos \omega t$, où U_1 est la valeur efficace de la tension, l'enroulement *1* est parcouru par un courant alternatif $i_1 = i_0$ défini par l'équation de son circuit électrique

$$u_1 = -e_1 + R_1 i_0, \tag{I-1}$$

où R_1 est la résistance effective de l'enroulement *1*;

$e_1 = -\frac{d\Psi_{11}}{dt}$, la f.é.m. d'autoinduction;

$\Psi_{11} = w_1 \Phi$, le flux embrassé par les w_1 spires de l'enroulement *1*;

$\Phi = B\Pi_{\text{m}}$, le flux magnétique;

B et Π_{m}, l'induction magnétique et la section du noyau magnétique.

En posant μ_r = constante et en utilisant la loi du courant total pour le circuit magnétique

$$\oint H_l\, dl = \oint \frac{B\, dl}{\mu_r \mu_0} = \frac{\Phi}{\Lambda_\mu} = i_0 w_1, \tag{I-2}$$

où $\Lambda_\mu = \mu_r \mu_0 \Pi_{\text{m}} / l_{\text{m}}$ est la perméance du circuit magnétique, et l_{m} sa longueur, il n'est pas difficile de calculer l'inductance propre de l'enroulement *1*:

$$L_{11} = \frac{w_1 \Phi}{i_0} = w_1^2 \Lambda_\mu$$

et l'inductance mutuelle

$$L_{12} = w_2 \Phi / i_0 = w_1 w_2 \Lambda_\mu$$

et d'exprimer par ces grandeurs les flux embrassés

$$\Psi_{11} = i_0 L_{11}, \quad \Psi_{21} = i_0 L_{12}$$

et les f.é.m.

$$e_1 = -L_{11} \frac{di_0}{dt}.$$

Alors, on obtient à partir de (I-1), en y négligeant le terme $R_1 i_0$, le courant magnétisant $i_0 = \sqrt{2}\, I_0 \cos(\omega t - \pi/2)$ qui produit un champ magnétique variable dont le flux est $\Phi = i_0 w_1 \Lambda_\mu$. La variation du flux Φ embrassé par l'enroulement *2* fait naître dans cet enroulement une f.é.m. sinusoïdale d'induction mutuelle

$$e_2 = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -L_{12} \frac{di_0}{dt},$$

si bien que cet enroulement lui aussi peut être utilisé comme source de courant alternatif de même fréquence f mais d'une autre tension $u_2 = e_2$.

Il se trouve que le rapport des valeurs instantanées (e) et des valeurs efficaces (E) des f.é.m. développées entre les bornes des enroulements *1* et *2*, ainsi que le rapport des valeurs efficaces des tensions, est égal au rapport des nombres de leurs spires auquel on donne le nom de rapport de transformation du transformateur:

$$\frac{e_1}{e_2}=\frac{E_1}{E_2}=\frac{U_1}{U_2}=\frac{w_1}{w_2}. \qquad \text{(I-3)}$$

Ainsi, lorsque la tension U_1 est donnée, la relation (I-3) permet de choisir les nombres de spires w_1 et w_2 de telle sorte que la tension U_2 ait une valeur désirée. Si on utilise l'enroulement *2* comme source de courant alternatif, en le fermant sur une résistance de charge R_{ch}, il sera parcouru sous l'effet de la f.é.m. e_2 par un courant alternatif sinusoïdal $i_2 = e_2/(R_{\text{ch}} + R_2)$ qui se détermine à partir de l'équation des tensions pour ce circuit électrique [1])

$$e_2 = R_2 i_2 + u_2, \qquad \text{(I-4)}$$

où $u_2 = R_{\text{ch}} i_2$.

L'apparition du courant i_2 provoquera une variation correspondante du courant i_1. Pour établir le rapport entre les courants i_1 et i_2 il convient d'utiliser encore une fois la loi du courant total en l'écrivant par analogie avec (I-2) et ayant en vue que dans un transformateur en charge les deux enroulements participent à la production du flux magnétique

$$\oint H_l\, dl=\frac{\Phi}{\Lambda_\mu}=i_1 w_1+i_2 w_2. \qquad \text{(I-5)}$$

De plus, en écrivant l'équation pour le circuit del'enroulement *1*

$$u_1 = -e_1 + R_1 i_1 \qquad \text{(I-6)}$$

et en y négligeant, de même que dans (I-1), le terme $R_1 i_1$, on constate que dans le transformateur en charge la f.é.m. e_1 est presque la même que celle dans le transformateur à vide lorsque son enroulement *2* est ouvert. Or, cela signifie que la f.é.m. e_1 est induite par suite des variations du même flux Φ et du même courant magnéti sant i_0 dans l'enroulement *1* que dans le cas où l'enroulement *2* est ouvert. De ce fait, on peut égaler entre eux les seconds membres des expressions (I-4) et (I-5) et affirmer que la somme des forces magnétomotrices (f.m.m.) des enroulements *1* et *2* est égale à la f.m.m. engendrée par le courant magnétisant i_0 parcourant l'enroulement *1*

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = i_0 w_1. \qquad \text{(I-7)}$$

Dans un transformateur à circuit magnétique fermé fonctionnant à une charge suffisamment grande, la f.m.m. $i_0 w_1$ est très faible: $|\, i_0 w_1 \,| \ll |\, i_1 w_1 \,| \approx |\, i_2 w_2 \,|$, si bien que sans commettre d'erreur sensible, on peut poser $i_0 w_1 = 0$. Avec cette hypothèse simplificatrice les courants parcourent les enroulements dans des sens tels

---

[1]) Ici, de même que dans (I-6), les f.é.m. induites par les champs de fuites sont négligées.

que leurs f.m.m. se compensent :

$$i_2 = -i_1 \frac{w_1}{w_2}. \qquad \text{(I-8)}$$

Il résulte de (I-8) que les rapports des valeurs instantanées absolues $|i|$ et des valeurs efficaces (I) des courants dans les enroulements *1* et *2* sont inversement proportionnels au rapport des nombres de leurs spires

$$\frac{|i_1|}{|i_2|} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1}. \qquad \text{(I-9)}$$

En utilisant (I-3), (I-4), (I-6), (I-8) et en négligeant les pertes magnétiques (dues au renversement périodique de l'aimantation du circuit magnétique) ainsi que la puissance dépensée à la variation de l'énergie du champ magnétique, examinons le bilan des puissances instantanées dans le transformateur. L'enroulement *1* reçoit du réseau la puissance $p_1 = u_1 i_1 = -e_1 i_1 + R_1 i_1^2$. Une fraction de cette puissance égale à $R_1 i_1^2$ est dégagée sous forme calorifique (par effet Joule) dans l'enroulement *1*, l'autre fraction égale à $-e_1 i_1 = e_2 i_2$ est transmise par l'intermédiaire du champ électromagnétique dans l'enroulement *2*. Une fraction ($R_2 i_2^2$) de la puissance $e_2 i_2 = R_2 i_2^2 + u_2 i_2$ reçue par l'enroulement *2* passe sous forme calorifique, et le reste est transmis à la charge d'utilisation.

§ I-3. Transformation électromécanique de l'énergie dans une machine électrique

Les circuits électriques et magnétiques de la machine électrique rotative la plus simple sont représentés par la figure I-2. La machine se compose de deux parties principales : une partie fixe appelée stator et une partie mobile appelée rotor. Le noyau *4* du stator est fixé à demeure sur l'assise de la machine. Le noyau *3* du rotor est emmanché sur l'arbre *5* et peut tourner avec ce dernier dans des paliers, tout en restant coaxial par rapport au stator. Dans les encoches disposées diamétralement sur la surface cylindrique du noyau *3* du rotor est logé l'enroulement *1* constitué par une seule bobine comportant w_1 spires ; dans les encoches diamétralement disposées que présente l'armature *4* du stator est placé l'enroulement *2* représenté également par une seule bobine de w_2 spires.

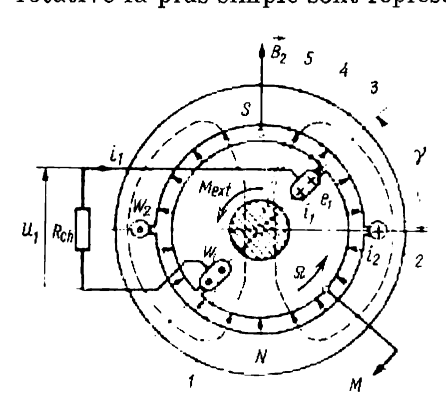


Fig. I-2. Schéma de principe de la machine électrique la plus simple fonctionnant en générateur ($i_1 > 0$, $M < 0$).

Pour améliorer le couplage magnétique entre les enroulements, les armatures du stator et du rotor sont constituées par un empilage de tôles découpées en disques d'acier magnétique possédant une haute perméabilité. Dans le même but, les bobines sont logées dans les encoches des armatures et non pas sur leur surface extérieure. Avec une telle construction on peut donner à l'entrefer séparant le stator et le rotor une valeur minimale admissible et recevoir donc une réluctance suffisamment faible du circuit magnétique.

A l'aide de l'arbre *5* le rotor est accouplé à une autre machine avec laquelle il échange de l'énergie mécanique (il en fournit lors du fonctionnement en moteur et en reçoit lors du fonctionnement en générateur). L'enroulement *2* du stator et l'enroulement *1* du rotor sont branchés sur des réseaux électriques de tensions u_2 et u_1. Lorsque la machine fonctionne en moteur, elle absorbe de l'énergie électrique à ces réseaux (ou à l'un d'eux), lorsqu'elle fonctionne en générateur, elle fournit de l'énergie électrique à ces réseaux (ou à l'un d'eux).

La transformation électromécanique de l'énergie dans la machine est liée aux f.é.m. induites dans les enroulements par suite d'un changement périodique de leur position relative dans l'espace. Supposons d'abord que l'enroulement *2* soit parcouru par un courant constant i_2 = constant et que l'enroulement *1* soit ouvert et donc $i_1 = 0$. Dans ce cas, il se produit un champ magnétique fixe dont le pôle nord N occupe la partie inférieure et le pôle sud S la partie supérieure de l'armature du stator.

Si l'on admet que la perméabilité μ_{af} des armatures du stator et du rotor est infiniment grande devant celle de l'entrefer qui est égale à μ_0 ($\mu_{af} \gg \mu_0$), on peut négliger la différence de potentiel magnétique le long du circuit magnétique et en écrivant la loi de courant total pour tout contour fermé entourant le courant i_2w_2 de la bobine *2* (par exemple pour le contour dessiné en pointillé sur la figure I-2)

$$\oint H_l\,dl = \frac{B_2 \cdot 2\delta}{\mu_0} = i_2 w_2,$$

trouver l'induction magnétique produite par l'enroulement *2* dans l'entrefer

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2 w_2}{2\delta}, \tag{I-10}$$

où δ est la longueur de l'entrefer.

Le flux de ce champ embrassé par les spires de l'enroulement *1* Ψ_{12} dépend de l'angle γ qui caractérise la position de l'enroulement *1* par rapport à l'enroulement *2*. Pour $\gamma = 0$ le flux embrassé prend sa valeur positive maximale

$$\Psi_{12m} = B_2 \tau l w_1, \tag{I-11}$$

où l est la longueur du circuit magnétique dans le sens axial; $\tau = \pi R$ la longueur du pas polaire.

Lorsque le rotor tourne d'un angle γ compris dans les limites de $0 < \gamma < \pi$, le flux embrassé varie linéairement en fonction de l'angle γ

$$\Psi_{12} = \Psi_{12m}\left(1 - \frac{2\gamma}{\pi}\right), \qquad \text{(I-12)}$$

il devient nul ($\Psi_{12} = 0$) pour $\gamma = \pi/2$ et prend sa valeur négative maximale ($\Psi_{12} = -\Psi_{12m}$) pour $\gamma = \pi$. Puis, le flux embrassé croît linéairement en fonction de l'angle γ

$$\Psi_{12} = -\Psi_{12m}\left(3 - \frac{2\gamma}{\pi}\right) \qquad \text{(I-13)}$$

et pour $\gamma = 2\pi$ il achève sa période de variation.

C'est de la même manière que varie l'inductance mutuelle $L_{12} = \Psi_{12}/i_2$ entre les enroulements:

$$\left.\begin{aligned} L_{12} &= L_{12m}\left(1 - \frac{2\gamma}{\pi}\right) \quad \text{pour} \quad 0 < \gamma < \pi; \\ L_{12} &= -L_{12m}\left(3 - \frac{2\gamma}{\pi}\right) \quad \text{pour} \quad \pi < \gamma < 2\pi, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-14)}$$

où $L_{12m} = \frac{\mu_0 w_1 w_2 l\tau}{2\delta}$ est sa valeur maximale.

Lorsque le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω, l'angle $\gamma = \Omega t$ croît linéairement et sa variation crée dans l'enroulement *1* une f.é.m.

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -i_2\frac{dL_{12}}{dt} = -i_2\Omega\frac{dL_{12}}{d\gamma}, \qquad \text{(I-15)}$$

appelée *f.é.m. dynamique*.

On voit que la f.é.m. dynamique est proportionnelle au courant, à la vitesse angulaire et à la dérivée de l'inductance mutuelle par rapport à l'angle de rotation du rotor. Il résulte de (I-14) et (I-15) que

$$e_1 = \frac{2}{\pi}L_{12m}i_2\Omega \quad \text{pour} \quad 0 < \gamma < \pi;$$

$$e_1 = -\frac{2}{\pi}L_{12m}i_2\Omega \quad \text{pour} \quad \pi < \gamma < 2\pi.$$

Dans ces expressions, le signe (+) signifie que le sens de la f.é.m. est le sens positif du courant dans la bobine *1* et le signe (—) montre que la f.é.m. est dirigée en sens opposé (on considère comme positifs les courants dans les enroulements *1* et *2* qui produisent pour $\gamma = 0$ des champs magnétiques dirigés de bas en haut comme l'indique la figure I-2).

Ainsi, dans l'enroulement *1* de la machine la plus simple, une f.é.m. alternative de forme rectangulaire est induite pour $i_2 =$ constant. La période de variation du flux embrassé, de l'inductance mutuelle et de la f.é.m. correspond à la rotation du rotor de l'angle 2π. Cette période est $T = 2\pi/\Omega$, d'où la fréquence de varia-

tion de ces grandeurs :

$$f=\frac{\Omega}{2\pi}. \qquad \text{(I-16)}$$

En utilisant (I-10) et (I-14), on peut exprimer la f.é.m. dynamique définie par (I-15) par l'induction B_2 dans l'entrefer

$$e_1 = 2B_2 lvw_1 \quad \text{pour} \quad 0 < \gamma < \pi,$$

où $v = R\Omega$ est la vitesse circonférencielle linéaire au milieu de l'entrefer. Le sens de la f.é.m. e_1 peut donc être déterminé non seulement d'après (I-15), en utilisant de fait la « loi de Lenz », mais aussi à l'aide de la « règle des trois doigts de la main droite ». Dans les deux cas on obtient bien entendu le même résultat (fig. I-2).

Si l'on ferme maintenant l'enroulement *1* présentant une résistance intérieure R_1 sur une résistance de charge R_{ch}, le circuit électrique ainsi formé sera parcouru par un courant alternatif

$$i_1=\frac{e_1}{R_{ch}+R_1}, \qquad \text{(I-17)}$$

qui variera à la même fréquence que la f.é.m., c'est-à-dire à la fréquence f.

Dans l'enroulement *1* sera développée une puissance électrique

$$e_1 i_1 = -i_1 i_2 \Omega \frac{dL_{12}}{d\gamma} = (u_1 + R_1 i_1)\, i_1. \qquad \text{(I-18)}$$

Une fraction de cette puissance égale à $R_1 i_1^2$ sera dissipée sous forme calorifique dans l'enroulement *1*, tandis que le reste $p_1 = u_1 i_1 = R_{ch} i_1^2$ sera transmis à la charge. La tension $u_1 = R_{ch} i_1$ aux bornes de l'enroulement *1*, qui coïncide avec la tension sur la charge, varie elle aussi à la fréquence f. Dans l'hypothèse admise où i_2 = constant, l'enroulement *2* est alimenté par une source à courant continu de tension $u_2 = i_2 R_2$. La puissance $p_2 = u_2 i_2$ fournie à cet enroulement ne subit aucune transformation électromagnétique, elle passe en totalité sous forme calorifique.

L'interaction entre le courant i_1 et le champ magnétique produit par le courant i_2 créera un couple électromagnétique M exercé sur le rotor. Pour calculer la valeur du couple M on peut partir du fait que le travail qu'il effectue lorsque le rotor tourne d'un petit angle $d\gamma$ est égal à la variation de l'énergie du champ magnétique dW par suite de la variation de l'inductance mutuelle dL_{12} pour i_1 = constant et i_2 = constant, c'est-à-dire que

$$M\, d\gamma = dW = i_1 i_2\, dL_{12},$$

d'où

$$M = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\gamma}. \qquad \text{(I-19)}$$

Si l'accroissement de l'angle $d\gamma$ est pris dans le sens de rotation, le couple positif donné par (I-19) est dirigé dans le sens de rotation

et le couple négatif dans le sens opposé. Lorsque la machine fonctionne en générateur, le couple $M < 0$, comme l'indique la figure I-2. En utilisant (I-10) et (I-14), on peut exprimer le couple électromagnétique aussi par l'induction magnétique B_2 dans l'entrefer

$$|M| = 2B_2 l i_1 w_1 R. \qquad \text{(I-20)}$$

Pour déterminer le sens de la force électromagnétique tangentielle $F = 2B_2 l i_1 w_1$ et du couple M défini par (I-20), il faut appliquer la « règle des trois doigts de la main gauche ». Pour le fonctionnement en générateur, cela est fait sur la figure I-2.

Au régime établi lorsque le rotor tourne à une vitesse constante Ω, le couple électromagnétique M doit être équilibré par un couple extérieur M_{ext}

$$M_{\text{ext}} = -M = -i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\gamma}. \qquad \text{(I-21)}$$

Dans ce cas, le rotor de la machine doit recevoir, par l'intermédiaire de l'arbre, une puissance mécanique

$$M_{\text{ext}}\Omega = -i_1 i_2 \Omega \frac{dL_{12}}{d\gamma}, \qquad \text{(I-22)}$$

qui est transformée en puissance électrique de même valeur $e_1 i_1$ définie par (I-18). Du fait que pour $0 < \gamma < \pi$ les courants $i_2 > 0$, $i_1 > 0$ et $dL_{12}/d\gamma < 0$ alors que pour $\pi < \gamma < 2\pi$ les courants $i_2 > 0$, $i_1 < 0$ et $dL_{12}/d\gamma > 0$, la puissance donnée par (I-22) est positive ($M_{\text{ext}}\Omega > 0$) non seulement pour la position du rotor indiquée sur la figure I-2 mais aussi pour toute autre position. Cela signifie que la machine électrique la plus simple réalise une ***transformation électromécanique unidirectionnelle de l'énergie*** (en fonctionnant, dans le cas considéré, en générateur).

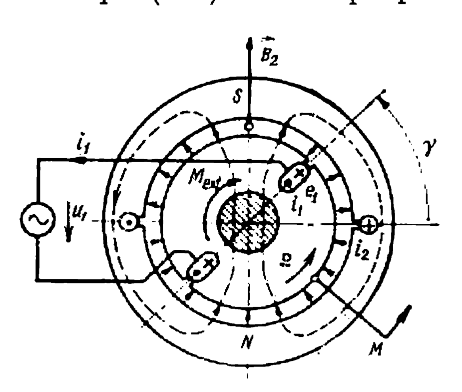


Fig. I-3. Schéma de principe de la machine électrique la plus simple fonctionnant en moteur ($i_1 < 0$, $M > 0$).

La même machine la plus simple peut fonctionner en moteur, en convertissant l'énergie électrique en énergie mécanique. A cet effet, il faut brancher l'enroulement *1* sur un réseau alternatif de tension u_1 variant à la fréquence f et telle que le courant i_1 soit toujours dirigé en sens inverse de la f.é.m. e_1 (fig. I-3). En écrivant l'équation des tensions pour le circuit ainsi formé

$$u_1 = -e_1 + R_1 i_1$$

et en la multipliant par i_1, on obtient la puissance fournie par le réseau à l'enroulement *1*:

$$u_1 i_1 = -e_1 i_1 + R_1 i_1^2.$$

Une fraction $R_1 i_1^2$ de cette puissance est dégagée par effet Joule dans l'enroulement *1*, sa partie restante

$$-e_1 i_1 = i_1 i_2 \Omega \frac{dL_{12}}{dt}$$

est transformée en puissance mécanique

$$M\Omega = i_1 i_2 \Omega \frac{dL_{12}}{dt},$$

qui est transmise du rotor à l'organe entraîné par l'intermédiaire de l'arbre. A l'aide des règles recommandées plus haut on peut s'assurer que le couple développé par la machine fonctionnant en moteur est positif ($M > 0$) et dirigé dans le sens de rotation.

Ainsi, la machine électrique la plus simple est réversible, c'est-à-dire qu'elle peut fonctionner aussi bien en générateur qu'en moteur. Le principe de réversibilité des machines électriques a été établi en 1833 par l'académicien russe Lenz. Ce principe est applicable à toutes les machines électriques.

§ I-4. Classification des convertisseurs à induction (transformateurs, machines électriques, convertisseurs tournants)

L'analyse des schémas les plus simples des convertisseurs à induction faite au cours des §§ I-2 et I-3 a montré que le transformateur et la machine électrique la plus simple ne peuvent transformer que l'énergie électrique à courant alternatif fournie par un réseau à courant alternatif de fréquence f.

Pour pouvoir transformer, à l'aide d'un transformateur ou d'une machine électrique, l'énergie à courant continu il est nécessaire de la convertir au préalable, au moyen d'un convertisseur de fréquence (CF) de type approprié, en énergie électrique à courant alternatif. Un tel convertisseur peut être statique, à semi-conducteurs, ou mécanique (dans les machines électriques dotées d'un collecteur, dont les lames sont reliées aux bobines de l'enroulement tournant, et des balais fixes frottant sur les lames du collecteur).

En considérant le convertisseur à induction associé à un convertisseur de fréquence comme un ensemble convertisseur unique remplissant des fonctions déterminées, on peut classer ces dispositifs suivant leur fonction (tableau I-1).

Classification des convertisseurs à induction suivant leur fonction

Dénomination	Schéma structurel	Fonction
Transformateur	U_1, f, T, f, U_2	Conversion d'un courant alternatif d'une tension en courant alternatif d'une autre tension
Convertisseur de courant alternatif en courant continu (redresseur)	$U_1\sim$, f, T, CF, $U_2=$	Conversion de courant alternatif en courant continu (ou conversion inverse)
Convertisseur statique de courant continu	$U_1=$, CF, f, T, f, CF, $U_2=$	Conversion de courant continu en courant continu d'une autre tension
Machine à courant alternatif	$U\sim$, f, Ω	Transformation de l'énergie à courant alternatif en énergie mécanique (ou transformation inverse)
Machine à courant continu (à commutation électronique ou à collecteur)	$U=$, CF, f, Ω	Transformation de l'énergie à courant continu en énergie mécanique (ou transformation inverse)
Convertisseur rotatif de courant alternatif (ou machine électrique à double alimentation)	$U_1\sim$, f_1, $U_2\sim$, f_2, Ω	Transformation de l'énergie à courant alternatif de fréquence f_1 en énergie à courant alternatif de fréquence $f_2 \neq f_1$ et en énergie mécanique (ou transformation en tout autre sens)
Convertisseur rotatif alternatif continu	$U_1=$, CF, f_1, $U_1\sim$, f_2, Ω	Transformation de l'énergie à courant alternatif de fréquence f_1 en énergie à courant continu et en énergie mécanique (ou transformation en tout autre sens)

Dénomination	Schéma structurel	Fonction
Convertisseur rotatif de courant continu	$U_1=$ CF f_1 $U_2=$ CF f_2 Ω	Transformation de l'énergie à courant continu d'une tension U_1 en énergie à courant continu d'une autre tension $U_2 \neq U_1$ et en énergie mécanique (ou transformation en tout autre sens)

PREMIÈRE PARTIE

TRANSFORMATEURS

CHAPITRE PREMIER

GÉNÉRALITÉS SUR LES TRANSFORMATEURS

§ 1-1. Objet, domaines d'emploi et grandeurs nominales des transformateurs

On appelle transformateur un convertisseur statique à induction comportant deux ou plusieurs enroulements fixes, inductivement couplés, et destiné à la conversion, par l'intermédiaire de l'induction électromagnétique, des paramètres (tension, intensité de courant, fréquence, nombre de phases) de l'énergie électrique à courant alternatif.

L'énergie électrique à courant alternatif est fournie à l'enroulement primaire du transformateur par un réseau ayant un nombre de phases m_1, une tension simple U_1 et une fréquence f_1. Cette puissance est transmise par le champ magnétique à l'enroulement secondaire possédant un nombre de phases m_2, une tension simple U_2 et une fréquence f_2. Dans la plupart des cas les transformateurs ne sont utilisés que pour la modification de la tension $U_2 \neq U_1$ et des courants $I_2 \neq I_1$ sans changer la fréquence ni le nombre de phases.

Dans un transformateur ordinaire, les enroulements primaire et secondaire sont en général électriquement isolés l'un de l'autre, de sorte que l'énergie n'est transmise d'un enroulement à l'autre que grâce à leur couplage magnétique.

Le transformateur peut comporter deux (fig. 1-1, *a*, ou 1-2), trois (fig. 1-1, *b*) ou plusieurs (v. § 10-1) enroulements monophasés ou polyphasés non liés électriquement.

Il existe un type particulier de transformateur appelé *autotransformateur* dans lequel une partie de l'énergie est transmise du réseau primaire au réseau secondaire par la voie électrique (v. § 10-2) grâce à la liaison électrique entre les enroulements.

L'enroulement monophasé ou polyphasé branché sur le réseau d'alimentation, c'est-à-dire consommant de l'énergie, s'appelle l'*enroulement primaire.* Pour les directions de la transformation de l'énergie indiquées sur les figures 1-1 et 1-2 les enroulements *1* sont les enroulements primaires.

L'enroulement branché sur le réseau d'utilisation, c'est-à-dire fournissant de l'énergie aux récepteurs s'appelle l'*enroulement*

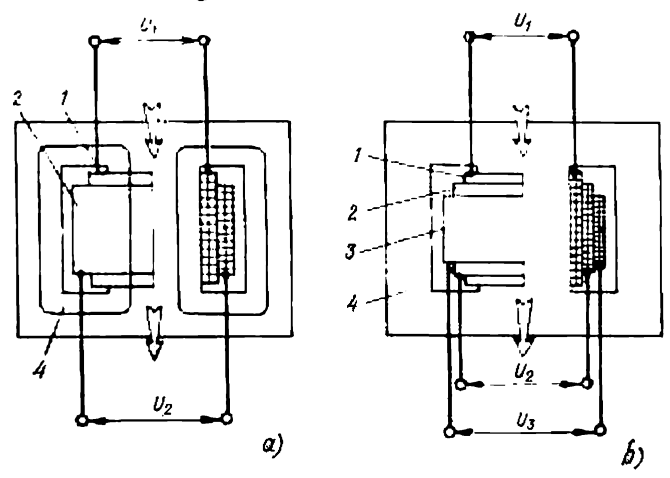


Fig. 1-1. Transformateurs monophasés à deux enroulements (*a*) et à trois enroulements (*b*):

1, enroulement primaire; *2*, enroulement secondaire; *3*, enroulement secondaire; *4*, circuit magnétique.

secondaire (enroulements *2* et *3* sur la figure 1-1, enroulement *2* sur la figure 1-2). Un transformateur à plusieurs enroulements peut avoir plusieurs enroulements primaires ou secondaires (le transformateur de la figure 1-1, *b* possède deux enroulements secondaires *2* et *3*).

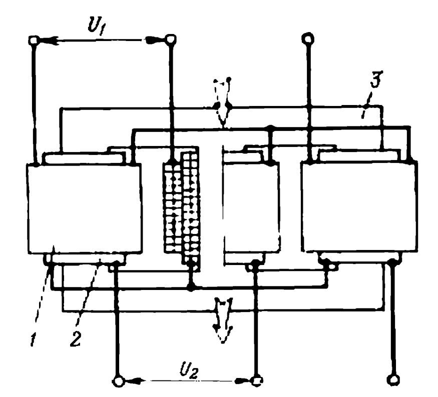


Fig. 1-2. Transformateur triphasé à deux enroulements:

1, bobines de l'enroulement primaire triphasé couplé en étoile; *2*, bobines de l'enroulement secondaire triphasé couplé en étoile; *3*, circuit magnétique.

Les enroulements polyphasés sont constitués par des enroulements de phase couplés en étoile ou en polygone dont le nombre est égal au nombre de phases du réseau. Chacun des enroulements de phase représente une bobine à plusieurs spires placée sur une colonne distincte du circuit magnétique.

Suivant le nombre de phases on distingue les transformateurs *monophasés* (fig. 1-1, *a* et *b*), *triphasés* (fig. 1-2) et *polyphasés*.

Les transformateurs, en tant que convertisseurs d'énergie électrique, sont très largement utilisés. C'est à l'aide de transformateurs qu'on assure le transport de l'énergie électrique des usines génératrices aux consommateurs. Au

cours de ce transport les échelons de tension doivent être modifiés plusieurs fois. C'est pourquoi, dans les réseaux électriques modernes, la puissance installée totale des transformateurs est 5 à 7 fois celle des générateurs électriques.

En plus des transformateurs et des autotransformateurs utilisés dans les réseaux électriques et appelés transformateurs de puissance (transformateurs de réseau et ceux de distribution), on emploie aussi largement des transformateurs destinés au changement de nombre de phases et de fréquence. Dans diverses installations industrielles, les télécommunications, la radiotechnique, la télévision, les systèmes de contrôle et de réglage automatiques et le matériel de mesures on utilise des transformateurs de types spéciaux.

L'industrie de l'Union Soviétique produit une large gamme de transformateurs pour des puissances allant de quelques dizièmes de volt-ampère jusqu'à plusieurs centaines de mégavolts-ampères; pour des tensions de quelques dizièmes de volt jusqu'à plusieurs centaines de kilovolts; pour des courants jusqu'à plusieurs dizaines de kiloampères; pour des fréquences jusqu'à plusieurs centaines de milliers de hertz; ainsi que toute une série de transformateurs spéciaux (transformateurs d'impulsions, transformateurs à réglage continu de la tension, transformateurs à tension stabilisée et autres, v. chap. 15).

Les transformateurs sont fabriqués suivant les Cahiers des charges ou conformément aux Normes d'Etat et sont destinés par le constructeur à remplir des fonctions bien déterminées relatives à la conversion de l'énergie électrique [1]).

La fréquence, les courants, les tensions, les puissances et les autres paramètres qui caractérisent le régime de fonctionnement auquel le transformateur est destiné par son constructeur sont appelés paramètres nominaux. Ils sont indiqués sur la plaque signalétique du transformateur.

Par *tensions nominales* on entend les tensions composées entre les bornes de phase de chacun des enroulements $U_{1n.l}$ et $U_{2n.l}$.

Par *puissance nominale* du transformateur on entend sa puissance apparente: $S_{1n} = U_{1n}I_{1n}$ pour un transformateur monophasé et $S_{1n} = \sqrt{3}\, U_{1n.l}I_{1n.l} = 3U_{1n}I_{1n}$ pour un transformateur triphasé [2]).

Dans un transformateur à deux enroulements les puissances nominales du primaire (S_{1n}) et du secondaire (S_{2n}) sont les mêmes et égales à la puissance nominale du transformateur $S_{1n} = S_{2n} = S$.

En U.R.S.S., dans les transformateurs ordinaires, la *fréquence nominale* f_n des grandeurs (courants, tensions) variant harmonique-

---

[1]) Les principales définitions relatives au service des transformateurs et les conditions techniques auxquelles doivent satisfaire les transformateurs suivant les Normes d'Etat de l'U.R.S.S., GOST 11677-75, GOST 14209-69 sont indiquées dans [13].

[2]) Ici et plus loin les grandeurs composées (grandeurs de ligne) sont affectées de l'indice « l », alors que les grandeurs simples (grandeurs de phase) en sont exemptes (U_{1l}: tension composée primaire; U_1: tension simple primaire).

ment est égale à 50 Hz, alors que dans certains pays, aux Etats-Unis par exemple, elle est de 60 Hz.

Les *courants nominaux* sont déterminés d'après la puissance nominale et la tension nominale de l'enroulement: $I_{1n} = S_n/U_{1n}$ pour un transformateur monophasé, $I_{1n.l} = S_n/\sqrt{3}\, U_{1n.l}$ pour le courant composé d'un transformateur triphasé, $I_{1n} = S_n/3U_{1n}$ pour le courant simple d'un transformateur triphasé.

Les caractéristiques nominales indiquées sur la plaque signalétique du transformateur ne doivent pas être interprétées comme une prescription d'utiliser le transformateur seulement en régime nominal. Le transformateur peut fonctionner lorsque le courant I_2 varie de 0 à I_{2n} et même supporter une certaine surcharge temporaire [13] ainsi que de petites variations de tension et de fréquence spécifiées dans les GOST.

Il y a lieu de noter que lorsque la tension primaire est fixée U_{1n} = constante, la tension secondaire U_2 dépend de la charge et de sa nature et peut différer de ± 5 à 10% de la tension U_2 à vide quand $I_2 = 0$. Il semblerait à première vue que pour tension secondaire nominale il faille prendre la tension à la puissance nominale S_n. Pourtant cette tension dépend du déphasage du courant I_2 par rapport à la tension. Aussi, pour exclure toute indétermination, prend-on pour *tension secondaire nominale* U_{2n} la tension en marche à vide du transformateur (pour $I_2 = 0$).

Pour courant secondaire nominal on convient de prendre le courant calculé d'après la puissance nominale pour la tension secondaire nominale: $I_{2n} = S_n/U_{2n}$ pour un transformateur monophasé; $I_{2n.l} = S_n/\sqrt{3}\, U_{2n.l}$ pour le courant composé d'un transformateur triphasé; $I_{2n} = S_n/3U_{2n}$ pour le courant simple d'un transformateur triphasé.

Suivant le rapport des tensions nominales au primaire et au secondaire on distingue les transformateurs abaisseurs et les transformateurs élévateurs. Dans un *transformateur élévateur*, le primaire est l'enroulement à basse tension (BT) et le secondaire l'enroulement à haute tension (HT). Dans un *transformateur abaisseur*, au contraire, le primaire est l'enroulement HT et le secondaire l'enroulement BT. Par exemple, le transformateur de la figure 1-2 sera élévateur si $U_{1n} < U_{2n}$ et abaisseur si $U_{1n} > U_{2n}$ (les flèches sur la figure indiquent le sens de transport de l'énergie).

§ 1-2. Quelques rappels historiques concernant les transformateurs

Le couplage inductif entre deux enroulements entourant un noyau en matériau ferromagnétique a été découvert en 1831 par Faraday qui démontrait par expérience la production d'une force électromotrice dans l'un des enroulements lorsqu'on faisait varier le courant dans l'autre. Vers la fin des années 40 du siècle passé on a vu apparaître des bobines d'induction de Jacobi, de Ruhmkorff et d'autres qui ont été utilisées plus tard comme source de tensions impulsionnelles élevées dans les systèmes d'allumage des moteurs à combustion interne.

Pourtant la première transformation d'un courant alternatif au moyen d'une bobine d'induction a été réalisée par Iablotchkov seulement en 1876.

La bobine d'induction de Iablotchkov représentait le transformateur à deux enroulements le plus simple à circuit magnétique ouvert dont le rapport de transformation était égal à l'unité.

Un pas suivant dans l'utilisation du transformateur à circuit magnétique ouvert a été fait en 1882 par Gaulard et Gibbs qui ont utilisé pour la transformation de tension une bobine d'induction comportant un enroulement primaire et plusieurs enroulements secondaires.

L'utilisation industrielle des transformateurs pour élever la tension en vue du transport à distance de l'énergie électrique à courant alternatif a commencé avec la mise au point des circuits magnétiques fermés. Le premier transformateur à circuit magnétique fermé a été imaginé et réalisé en 1884 par les frères John et Eduard Hopkinson. Son circuit magnétique avait la forme d'un O et était constitué par un empilage de plaquettes ou de fils de fer isolés. Les bobines alternées des enroulements à haute et basse tension étaient placées sur les deux noyaux du circuit magnétique. Le transformateur de ce type constructif possédait de bonnes caractéristiques d'exploitation (faible valeur relative du courant à vide, faibles pertes par courants de Foucault dans le circuit magnétique, rendement élevé).

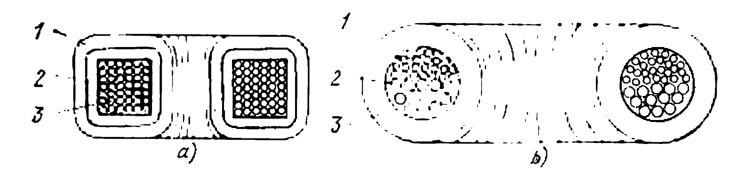


Fig. 1-3. Transformateurs à circuit magnétique en ruban (*a*) et cuirassé (*b*): *1*, *2*, enroulements primaire et secondaire; *3*, circuit magnétique.

Quelques modifications des transformateurs monophasés à circuit magnétique fermé (cuirassé, en anneau et à colonnes) ont été réalisées en 1885 par les électriciens hongrois Blati, Déri et Cipernovski. Dans le transformateur annulaire (fig. 1-3, *a*) les enroulements étaient bobinés autour d'un circuit magnétique fait en ruban ou en fil de fer, dans le transformateur cuirassé (fig. 1-3, *b*), le circuit magnétique était constitué par un ruban ou un fil de fer enroulé autour des enroulements annulaires. Dans le transformateur à colonnes (v. fig. 1-6, *a*) le circuit magnétique était constitué de deux colonnes entourées par des bobines et de deux culasses.

Les transformateurs de toutes les modifications indiquées étaient construits à une échelle industrielle par l'usine de constructions électriques à Budapest. Les dispositions constructives de principe trouvées par Blati, Déri et Cipernovski se sont avérées si avantageuses et assurent des caractéristiques d'exploitation si élevées qu'elles se sont conservées, pratiquement sans modification, jusqu'à nos jours. Actuellement les circuits magnétiques à colonnes sont utilisés dans les transformateurs de puissance et les circuits en anneau dans les transformateurs toroïdaux miniatures. Le terme « transformateur » lui-même a été proposé par ces ingénieurs hongrois. De plus, c'est à Déri qu'appartient l'idée de couplage en parallèle des transformateurs, couplage qui est largement utilisé dans l'énergétique moderne.

Un grand rôle dans le développement ultérieur des transformateurs de puissance a été joué par l'introduction du refroidissement par huile. Cela a été fait vers la fin des années 80 du siècle passé par Swinburne.

Pour élever la tension dans un système triphasé on pouvait utiliser des transformateurs monophasés mais leur nombre serait 3 fois le nombre nécessaire pour le système monophasé. Une solution plus économique du problème de

transformation de tension dans les systèmes triphasés a été trouvée par Dolivo-Dobrovolski qui a inventé en 1889 un transformateur triphasé. Initialement c'était un transformateur à circuit magnétique réalisé sous la forme d'une étoile à trois branches introduite dans une culasse à six faces. Puis, ont été proposées plusieurs constructions de transformateurs dits « prismatiques » dans lesquelles les colonnes coïncidaient avec les côtés d'un prisme triangulaire et étaient réunies en un système fermé à l'aide des culasses supérieure et inférieure ayant la forme d'un anneau ou d'une étoile à trois branches (v. fig. 4-3, *b*). Enfin, en 1891 on a fait breveter un transformateur triphasé à colonnes parallèles placées dans un même plan (v. fig. 4-3, *c* et 1-2). C'est ainsi qu'on a trouvé une solution constructive qui reste valable jusqu'à nos jours.

§ 1-3. Construction des transformateurs

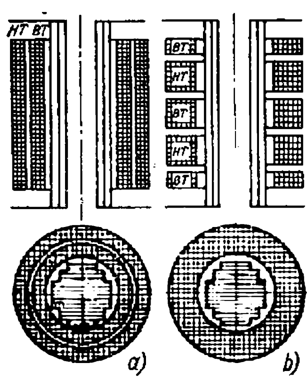
a) Parties actives

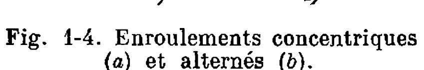
Les parties du transformateur destinées à assurer la conversion de l'énergie, à savoir le circuit magnétique et les enroulements électriques, s'appellent *parties actives.* Une transformation suffisamment efficace de l'énergie électrique ne s'obtient qu'au moyen de constructions dans lesquelles les enroulements sont entourés par des circuits magnétiques faits en matériau ferromagnétique à haute perméabilité μ_a qui est plusieurs centaines de fois supérieure à la perméabilité du vide μ_0 (v. fig. 1-1 à 1-3). Pour obtenir une haute perméabilité magnétique il faut que le circuit magnétique ne soit pas trop saturé et que l'induction ne dépasse pas 1,4 à 1,6 T pour la valeur maximale du flux magnétique. La consommation de la puissance réactive est réduite par diminution des champs de dispersion magnétiques embrassés seulement par l'enroulement primaire ou seulement par l'enroulement secondaire. Ces champs s'affaiblissent lorsqu'on diminue les intervalles entre les enroulements primaire et secondaire. Aussi, les bobines des enroulements primaire et secondaire de chacune des phases sont-elles placées sur une même portion du circuit magnétique appelée *noyau* ou *colonne* (v. fig. 1-1, 1-2). Dans ce cas, les enroulements sont disposés soit *concentriquement* (fig. 1-4, *a*), soit sont réalisés au moyen de bobines plates en forme de galettes qui sont alternées (haute et basse tension) sur la colonne dans le sens vertical (fig. 1-4, *b*). Dans ce dernier cas, les enroulements sont dits *alternés* ou *à galettes.*

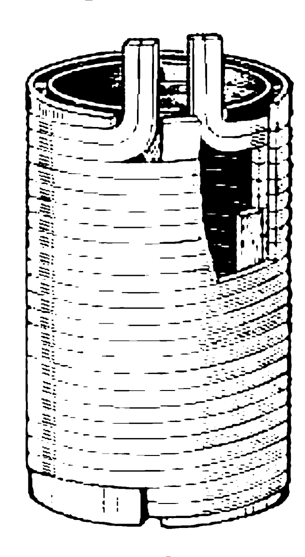
Parmi de nombreuses variétés d'enroulements concentriques (que l'on appelle aussi enroulements à couches) le plus simple est l'*enroulement cylindrique* (fig. 1-5).

Pour améliorer l'efficacité de la transformation de l'énergie on doit prendre des mesures en vue de réduire les pertes d'énergie qui se dégagent dans le transformateur sous forme calorifique. Tout d'abord, les résistances des enroulements doivent être suffisamment faibles, c'est-à-dire que les sections des spires des enroulements doivent être aussi fortes que possible, les longueurs des spires aussi petites que possible et les résistivités des fils conducteurs aussi faibles que possible.

Le *circuit magnétique* du transformateur doit être conçu de façon que les pertes par courants de Foucault et par hystérésis qui s'y produisent par suite de la variation périodique du flux magnétique




Fig. 1-4. Enroulements concentriques (*a*) et alternés (*b*).


Fig. 1-5. Enroulement cylindrique à deux couches en fil rectangulaire.

soient suffisamment affaiblies. On arrive à résoudre ce problème en prenant plusieurs mesures à la fois :

a) emploi d'aciers magnétiquement doux spéciaux ayant une petite surface du cycle d'hystérésis et de faibles pertes par hystérésis ;

b) emploi d'aciers spéciaux présentant, grâce à des additifs spéciaux, une résistivité élevée ;

c) emploi de circuits magnétiques constitués par des tôles d'acier isolées l'une de l'autre, dont l'épaisseur est choisie telle que les courants de Foucault soient pratiquement sans effet sur le champ magnétique principal et ne provoquent pas de pertes notables (l'épaisseur d des tôles dépend de la fréquence de l'inversion d'aimantation f, v. § 31-3 ; pour la fréquence de 50 Hz elle est de 0,35 ou 0,5 mm).

Grâce à ces mesures on parvient à ramener les pertes magnétiques au niveau des pertes électriques dans les enroulements et à supprimer pratiquement l'effet démagnétisant des courants de Foucault.

Les circuits magnétiques (carcasses) des transformateurs sont de deux types principaux : *à colonnes* (ou *à noyaux*) et *cuirassés*.

Dans un transformateur monophasé à colonnes, les enroulements primaire et secondaire sont constitués par deux bobines reliées entre elles en série ou en parallèle et placées sur les deux colonnes réunies par des culasses, ayant la forme d'un O (fig. 1-6, *a*).

Dans un transformateur triphasé à colonnes, l'enroulement de chacune des phases est placé sur sa propre colonne (v. fig. 1-2) de sorte que les colonnes et les culasses qui les réunissent forment un circuit magnétique fermé.

Le circuit magnétique des transformateurs monophasés *cuirassés* entoure l'enroulement de deux côtés, en le revêtant d'une sorte de « cuirasse » (v. fig. 1-1). Comme on le voit sur cette figure, les culasses du transformateur peuvent avoir une section moitié de celle des colonnes bobinées. Dans les transformateurs de grande puissance,

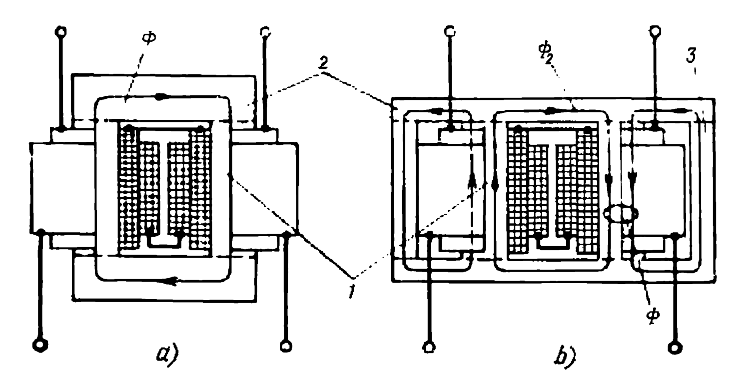


Fig. 1-6. Transformateurs monophasés à deux colonnes (*a*) et à trois colonnes (*b*):
1, colonne principale; *2*, culasse; *3*, colonne extrême.

pour diminuer la hauteur totale et faciliter le transport et tout particulièrement l'inscription dans le gabarit des chemins de fer, on utilise des circuits magnétiques à trois colonnes pour les transformateurs monophasés (fig. 1-6, *b*) et à cinq colonnes pour les transformateurs triphasés (fig. 1-7). Dans une telle disposition, la hauteur totale se trouve diminuée grâce à la diminution de la hauteur des culasses qui conduisent un flux magnétique deux fois moins intense. A titre d'exemple, la figure 1-6 montre deux transformateurs monophasés de même puissance à deux et à trois colonnes. Une diminution de hauteur totale, à peu près de même ordre, est aussi obtenue dans un transformateur triphasé à cinq colonnes (fig. 1-7), dont les culasses conduisent un flux $\sqrt{3}$ fois inférieur à celui dans les colonnes bobinées (dans un transformateur triphasé à trois colonnes, le flux dans les culasses est le même que dans les colonnes).

Suivant le mode d'assemblage des colonnes et des culasses on distingue les circuits magnétiques du type *bout à bout* (à joints plans) et les circuits magnétiques à *joints enchevêtrés.* Pour l'assemblage bout à bout, les colonnes et les culasses du circuit magnétique sont confectionnées séparément en tôles d'acier et ne sont réunies en un système fermé qu'après le placement des enroulements sur les

colonnes. Pour empêcher les courants de Foucault de circuler à travers les tôles enchevêtrées des parties jointes, on place dans les joints entre les colonnes et les culasses des garnitures isolantes constituant un entrefer non magnétique qui augmente notablement la puissance réactive consommée par le transformateur. Pour cette raison les circuits magnétiques à joints plans sont peu utilisés bien qu'ils offrent l'avantage du montage et du démontage simples.

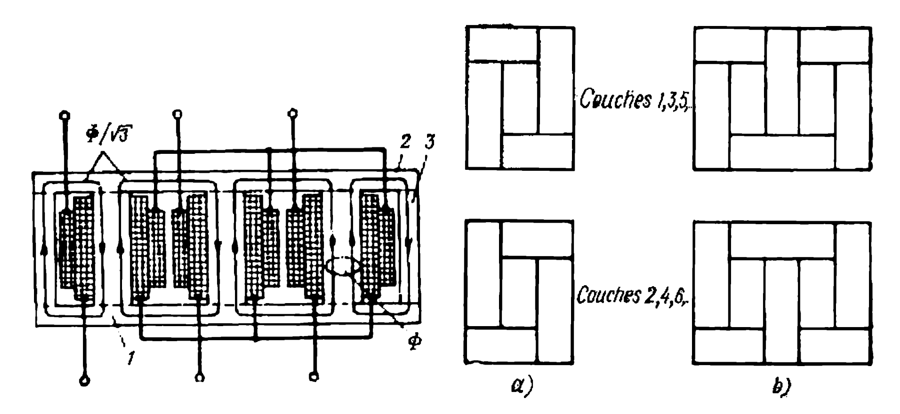


Fig. 1-7. Transformateur triphasé à cinq colonnes:
1, colonne principale; 2, culasse; 3, colonne extrême.

Fig. 1-8. Empilage des tôles des circuits magnétiques feuilletés:
a, transformateur monophasé à colonnes; b, transformateur triphasé à colonnes.

Les plus répandus sont les circuits magnétiques feuilletés à joints enchevêtrés dans lesquels les tôles des colonnes et des culasses sont empilées une à une, en croisant les joints comme l'indique la figure 1-8, de manière à constituer une construction monobloc. Pour la mise en place des enroulements on retire les tôles de la culasse supérieure qu'on remet ensuite en place. La construction feuilletée comporte elle aussi des entrefers non magnétiques aux joints entre les tôles de la couche donnée mais ces entrefers se trouvent recouverts par des tôles des couches voisines et de ce fait leur influence sur la puissance réactive consommée par le transformateur n'est pas si grande que dans la construction à joints plans.

Chez les circuits magnétiques constitués par des tôles d'acier anisotrope laminé à froid, qui présente dans le sens du laminage une plus grande perméabilité ainsi que des pertes spécifiques réduites (v. [13]), on constate une augmentation des pertes et de la chute de tension magnétique dans la région de passage des colonnes aux culasses où les lignes de champ magnétique tournent de 90° par rapport à la direction du laminage. On arrive à atténuer considérablement ce phénomène défavorable, en utilisant des feuilles à bouts taillés en biseau (fig. 1-9).

Les enroulements des transformateurs de petite puissance et faible tension peuvent être bobinés sur une carcasse rectangulaire et les colonnes peuvent avoir une section rectangulaire. Dans le cas des transformateurs de grande puissance les bobines sont enroulées

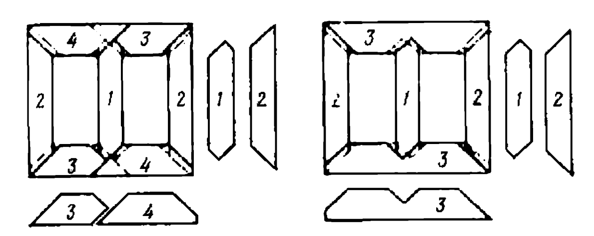


Fig. 1-9. Empilage des tôles dans les couches d'un circuit magnétique triphasé à colonnes constituées par des feuilles d'acier laminé à froid, à bouts taillés en biseau.

sur un gabarit cylindrique et, pour mieux remplir par l'acier l'espace à l'intérieur de la bobine, on donne à la section de la colonne une forme en gradins (fig. 1-10). Les dimensions des différents gradins

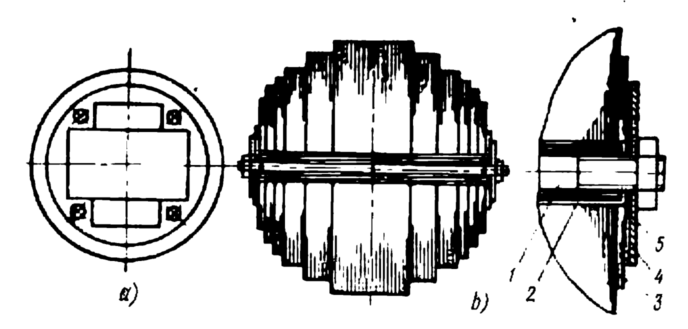


Fig. 1-10. Serrage des colonnes:
a, par des plaques en bois; *b*, par des tiges d'acier filetées (*1*, tige d'acier filetée; *2*, tube isolant; *3* et *5*, rondelles en carton isolant; *4*, rondelle d'acier).

sont choisies de façon telle que la colonne s'inscrive au mieux dans l'espace cylindrique à l'intérieur de la bobine. Les culasses sont généralement de forme rectangulaire ou comportent un petit nombre de gradins.

Dans les transformateurs d'une puissance inférieure à 1000 kVA (par colonne), les paquets de tôles sont généralement serrés à l'aide de plaques et de tiges en bois ou en matière plastique qui remplissent l'espace entre la colonne et le cylindre isolant sur lequel est fixé l'enroulement BT le plus proche de la colonne (fig. 1-10, *a*).

Les colonnes des transformateurs de plus grande puissance étaient autrefois (jusqu'aux années 60 environ) serrées à l'aide de tiges d'acier filetées revêtues de tubes en papier bakélisé pour les isoler des colonnes (fig. 1-10, *b*). Pour le pressage des culasses on

utilisait également des tiges filetées qui fixaient les poutres de serrage en bois ou en acier (fig. 1-11).

Actuellement, pour serrer les colonnes et, souvent, les culasses aussi, on utilise largement des bandages en ruban de fibre de verre

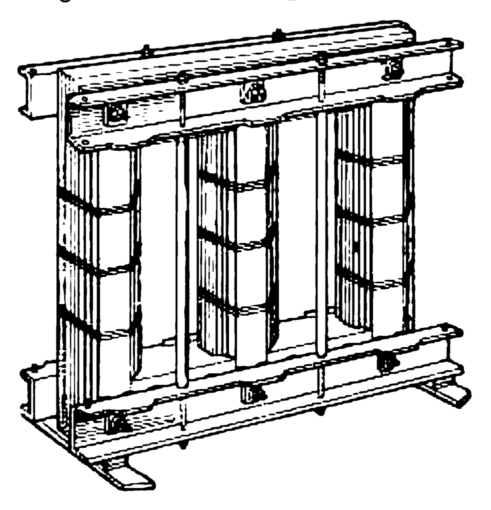


Fig. 1-11. Carcasse d'un transformateur.

imprégné avec des compounds epoxy thermodurcissables (les bandages sur les colonnes sont visibles sur la figure 1-11 ; les bandages sur les colonnes et les demi-bandages sur les culasses sont montrés sur la figure 1-13). Avec les bandages on peut se passer des tiges filetées de serrage et des trous pratiqués dans les tôles du circuit magnétique, ce qui a pour effet une réduction de la réluctance de celui-ci et des pertes supplémentaires en marche à vide. Le circuit magnétique avec les poutres de culasse et d'autres pièces destinées au pressage du circuit magnétique et à la fixation des enroulements sur ses colonnes constitue la *carcasse* du transformateur (fig. 1-11).

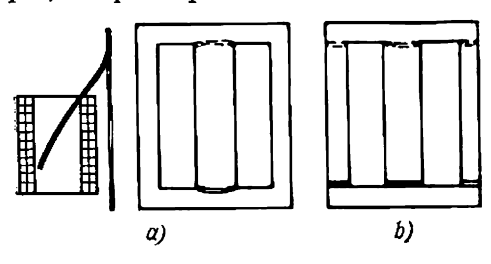


Fig. 1-12. Assemblage des circuits magnétiques de microtransformateurs: *a*, tôles en Φ; *b*, tôles en E et de forme rectangulaire.

Les circuits magnétiques des transformateurs miniatures dont la puissance ne dépasse pas quelques dizaines de voltampères sont de construction beaucoup plus simple. Ils sont constitués par un empilage de tôles découpées en Φ (fig. 1-12, *a*) ou en E (fig. 1-12, *b*) et de tôles de forme rectangulaire.

La partie centrale d'une tôle en Ф comporte une coupure. Lors de l'assemblage d'un transformateur monophasé à colonnes cette partie est écartée et introduite à l'intérieur de la bobine. La tôle suivante est introduite de l'autre bout de la bobine. Après l'assemblage, les tôles du circuit magnétique sont serrées par des tiges filetées et des plateaux de serrage.

On utilise aussi largement des transformateurs miniatures à *circuits magnétiques en ruban* de forme annulaire. La construction de ces transformateurs présente de hautes qualités technologiques (fig. 1-3, *a*). Leur circuit magnétique est constitué par un ruban d'acier enroulé en forme de spirale et leurs enroulements sont bobinés autour du circuit magnétique à l'aide d'une machine à bobiner spéciale.

En plus des parties actives qui sont les enroulements et le circuit magnétique, la construction d'un transformateur comprend encore toute une série d'éléments mécaniques importants que nous appellerons *pièces constructives* et qui sont destinés à l'isolation électrique entre les enroulements, à la fixation des parties actives dans l'espace, au refroidissement des parties actives, au branchement des enroulements sur des réseaux électriques et à certaines autres fonctions auxiliaires. En particulier, les poutres de culasses et d'autres pièces de serrage du circuit magnétique sont des pièces constructives.

b) Pièces constructives

Considérons les pièces constructives d'un transformateur de puissance triphasé à bain d'huile dont le schéma constructif général est représenté par la figure 1-13.

Isolation des enroulements.— Les spires des enroulements du transformateur doivent être fortement isolées électriquement les unes des autres, des spires des autres enroulements et des parties reliées à la masse. Dans les transformateurs à bain d'huile prévus pour des tensions supérieures à 10 kV, on utilise à cet effet une *isolation au papier huilé* qu'on obtient en imprégnant le papier pour câbles ou le carton isolant à l'aide de l'huile pour transformateurs et en remplissant avec cette huile les intervalles isolants entre les spires des enroulements et la masse. L'huile remplissant la cuve contenant les parties actives du transformateur sert également au refroidissement de ces parties.

Comme isolation entre spires on utilise l'isolation imprégnée d'huile des fils conducteurs de marques ПЭЛБО, ПБ (sections rondes) et ПББО (sections rectangulaires). La constitution de l'isolation principale destinée à isoler les enroulements l'un de l'autre, de la cuve et de la carcasse est représentée sur la figure 1-14.

Prises et bornes.— Les connexions électriques entre les enroulements HT et BT du transformateur et les réseaux électriques se font (fig. 1-13) à l'aide de *conducteurs de prise* isolés (fixés à l'intérieur de la cuve de transformateur) et de *bornes* (isolateurs de tra-

versée en porcelaine dont la tige centrale est conductrice de courant).

La tige centrale de la borne doit être fortement isolée du couvercle de la cuve porté au potentiel du sol, aussi bien du côté de l'huile

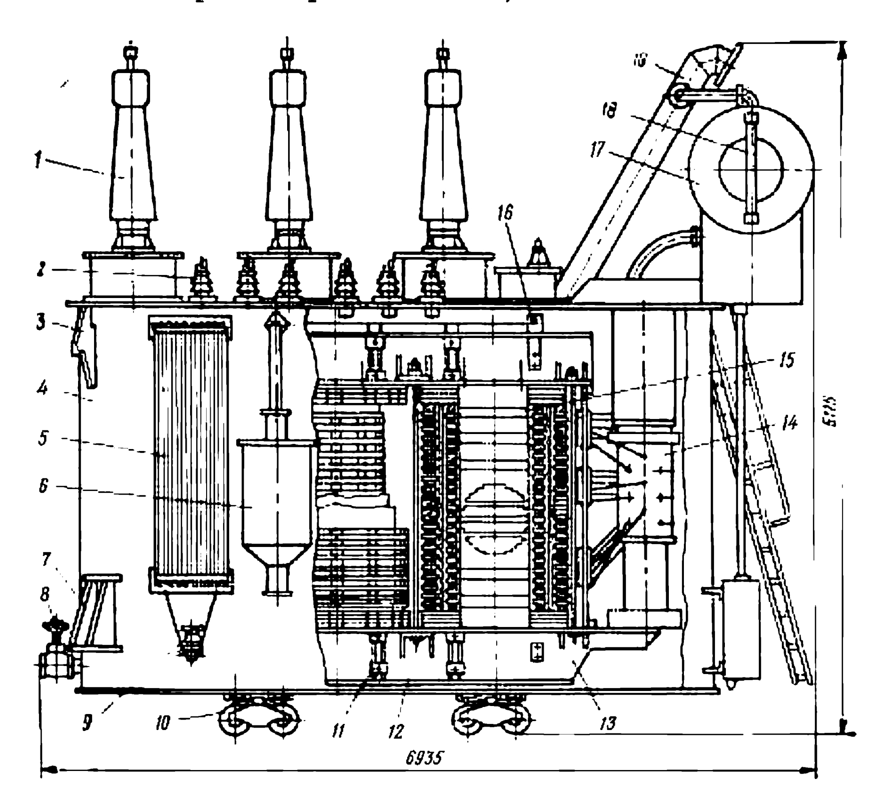


Fig. 1-13. Transformateur triphasé à deux enroulements de 40 000 kVA, de catégorie 110 kV, à enroulement BT fractionné, à réglage en charge de la HT: *1*, borne 110 kV; *2*, borne BT 10 kV; *3*, crochet de relevage du transformateur; *4*, cuve; *5*, radiateur; *6*, filtre à thermosiphon; *7*, étrier pour relevage par vérin; *8*, robinet vertical pour vidange d'huile; *9*, ventilateur; *10*, galet de roulement; *11*, demi-frettes de serrage de la culasse; *12*, tige filetée verticale de serrage de la carcasse; *13*, poutre de culasse; *14*, dispositif de commutation des prises de l'enroulement HT; *15*, frettes de serrage de la colonne; *16*, plaque à œillet pour relevage de la partie active; *17*, conservateur d'huile; *18*, indicateur de niveau d'huile; *19*, tube de sûreté.

que du côté de l'air (fig. 1-15). Avec l'élévation de la tension les dimensions des bornes augmentent et leur construction devient plus compliquée. Les bornes pour une tension de 110 kV et plus sont à remplissage d'huile.

Cuve de transformateur et ses accessoires.— La cuve de transformateur ne doit pas être complètement remplie d'huile et hermétiquement fermée, sinon elle serait inévitablement détruite par la pression qui s'y développe par suite de l'augmentation du volume

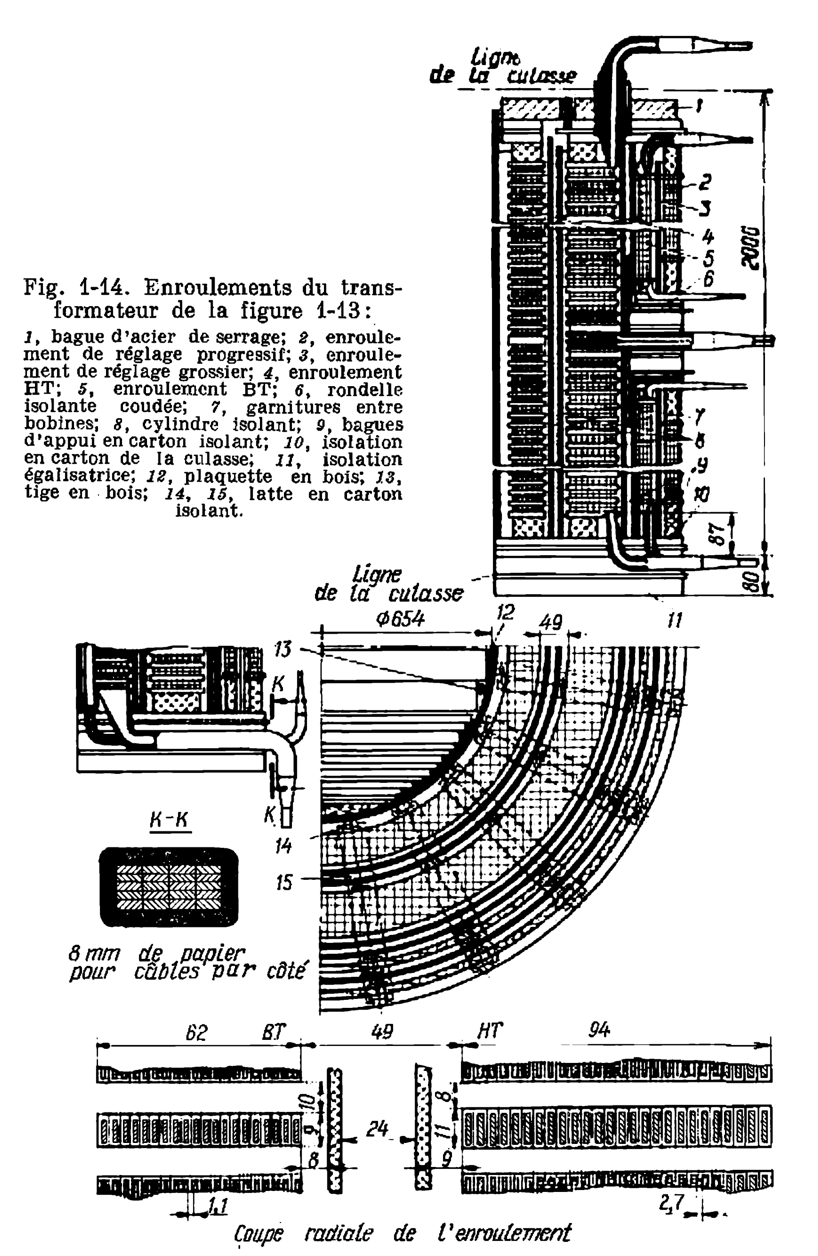


Fig. 1-14. Enroulements du transformateur de la figure 1-13:

1, bague d'acier de serrage; *2*, enroulement de réglage progressif; *3*, enroulement de réglage grossier; *4*, enroulement HT; *5*, enroulement BT; *6*, rondelle isolante coudée; *7*, garnitures entre bobines; *8*, cylindre isolant; *9*, bagues d'appui en carton isolant; *10*, isolation en carton de la culasse; *11*, isolation égalisatrice; *12*, plaquette en bois; *13*, tige en bois; *14*, *15*, latte en carton isolant.

d'huile lors des variations de la température. Pour cette raison on laisse au-dessus du niveau d'huile un espace d'air qu'on met en communication avec l'atmosphère ambiante. Au contact de l'air ambiant l'huile remplissant le transformateur s'altère : elle s'oxyde et prend de l'humidité de sorte que ses qualités diélectriques se dégradent. Pour diminuer la surface de contact entre l'huile et l'air et rendre stables les propriétés isolantes de l'huile, les cuves de transformateurs sont munies de *conservateurs d'huile* (*réservoirs d'expansion*) représentant un récipient cylindrique en tôles d'acier mis en communication avec la cuve (fig. 1-13, 1-16). Le transformateur comportant un conservateur d'huile nécessite beaucoup plus rarement le séchage, la purification, la régénération ou le changement de l'huile.

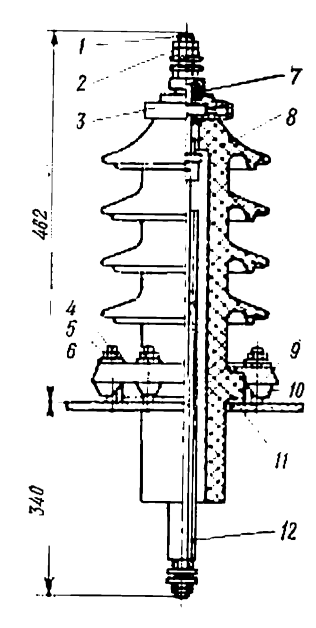


Fig. 1-15. Borne de traversée pour l'installation à l'extérieur pour une tension de 35 kV et un courant de 250 A, à tige centrale reliée au conducteur de prise :

1, tige de cuivre; *2*, écrou de laiton; *3*, capuchon de laiton; *4*, tige d'acier filetée; *5*, écrou; *6*, rondelle; *7*, bague en caoutchouc; *8*, isolateur en porcelaine; *9*, bride d'acier emboutie ; *10*, came; *11*, joint en caoutchouc; *12*, tige conductrice sous tube isolant.

Les accessoires indispensables du conservateur d'huile sont le verre indicateur *1* pour le contrôle du niveau d'huile et le décanteur *4* pour les impuretés et l'humidité. Le volume d'air remplissant la partie supérieure du conservateur d'huile communique avec l'atmosphère ambiante par le tube *3* pour l'échange libre d'air, le bout de ce tube se trouvant au-dessous du conservateur pour empêcher la pénétration des gouttelettes d'humidité dans le conservateur.

Pour augmenter la surface à travers laquelle s'effectue l'échange thermique entre l'huile rechauffée et le milieu ambiant, on adjoint à la cuve de transformateur des réfrigérants (en forme de radiateurs rapportés *5* visibles sur la figure 1-13). Les réfrigérants sont reliés à la cuve par des tubulures comportant des robinets permettant de remplacer et de déconnecter le réfrigérant lorsque la cuve de transformateur est remplie d'huile. Pour le contrôle de la température de l'huile, on prévoit dans la partie supérieure de la cuve des thermomètres à mercure et, dans des transformateurs plus puissants, des thermomètres manométriques ou des thermomètres électriques à résistance à distance. Les indicateurs de ces derniers sont placés sur le tableau de commande.

Dans la tubulure, entre le couvercle de la cuve et le conservateur d'huile, est placé un relais Buchholz (*6* sur la figure 1-16) qui sert

à la détection des défauts internes. En cas de défauts (mauvais contacts dans les connexions, isolation détériorée entre les tôles du noyau) qui provoquent un faible échauffement local, il se produit une décomposition des isolants solides et de l'huile qui s'accompagne d'un dégagement de gaz. Les bulles de gaz s'accumulent à la partie supérieure de la chambre du relais en chassant l'huile. Il en résulte le basculement d'un flotteur qui fermera un contact de signalisation.

Si les défauts sont graves (mise en court-circuit d'une ou de plusieurs spires), une masse considérable de gaz est rapidement

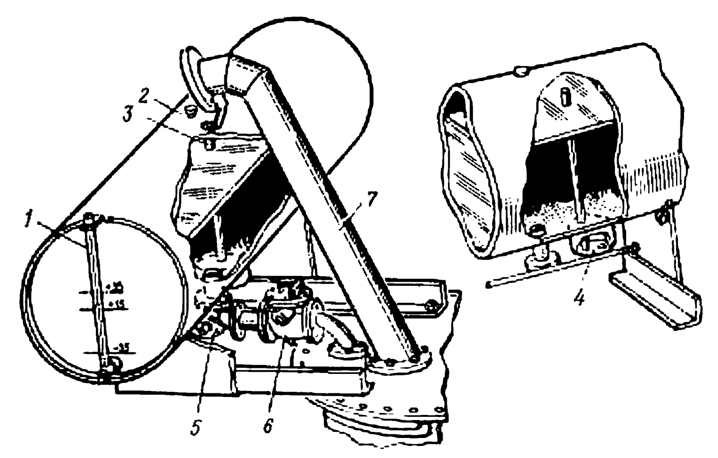


Fig. 1-16. Accessoires de cuve de transformateur:
1, indicateur de niveau d'huile; 2, bouchon de remplissage d'huile; 3, tube d'échange libre d'air; 4, décanteur d'impuretés; 5, robinet de déconnexion du conservateur d'huile; 6, relais Buchholz; 7, tuyau d'échappement.

libérée et développe immédiatement une pression importante dans la cuve. Il se produit alors un mouvement sous forme de coup de l'huile s'écoulant de la cuve vers le conservateur d'huile. Le jet d'huile actionne un autre flotteur du relais dans le sens de fermeture des contacts correspondants qui coupent la liaison entre le transformateur et le réseau électrique.

On utilise encore un dispositif appelé tuyau d'échappement (fig. 1-13 et 1-16) qui protège la cuve de transformateur contre les déformations mécaniques que peuvent provoquer des dégagements très rapides de gaz. La sortie du tuyau d'échappement est hermétiquement fermée par une membrane calculée de telle sorte qu'elle se détériore avant que la cuve ne se déforme.

CHAPITRE 2

PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UN TRANSFORMATEUR FONCTIONNANT À VIDE

§ 2-1. Fonctionnement à vide

Dans les réseaux électriques modernes les transformateurs sont utilisés sous une tension primaire variant harmoniquement

$$u_1 = U_{1m} \cos \omega t. \tag{2-1}$$

L'amplitude U_{1m} et la fréquence de la tension primaire ne varient que très peu avec la charge si bien qu'on considère généralement qu'elles sont constantes et égales aux grandeurs nominales correspondantes ($U_{1m} = U_{1mn}$ = constante et $f = f_n$ = constante).

Cette remarque est aussi valable pour la pulsation de la tension ($\omega = 2\pi f = \omega_n$ = constante). Le courant dans l'enroulement secondaire du transformateur varie en raison inverse de l'impédance $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ du réseau électrique auquel est branché cet enroulement. Pour une certaine valeur de cette impédance ($Z = Z_n$), l'enroulement secondaire est parcouru par le courant nominal ($I_2 = I_{2n}$) ; pour $Z < Z_n$ le courant secondaire est supérieur au courant nominal ($I_2 > I_{2n}$) et le transformateur est un peu surchargé;

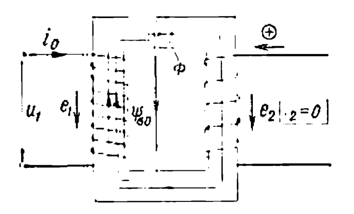


Fig. 2-1. Transformateur monophasé à deux enroulements en marche à vide.

pour $Z > Z_n$, le courant secondaire $I_2 < I_{2n}$ et le transformateur est sous-chargé; enfin, pour $Z = \infty$, c'est-à-dire lorsque l'enroulement secondaire n'est raccordé à aucun circuit d'utilisation ($I_2 = 0$), le courant secondaire devient nul. Dans ce dernier cas, l'appareil ne transforme aucune énergie électrique d'où le nom de marche à vide donné au régime de fonctionnement du transformateur lorsque son enroulement secondaire est ouvert ($I_2 = 0$; $Z = \infty$).

Les phénomènes électromagnétiques qui se déroulent dans le transformateur sont plus simples en marche à vide qu'en marche en charge ($I_2 > 0$) et il est donc logique de commencer l'étude de ces phénomènes par la marche à vide.

Considérons les phénomènes électromagnétiques en marche à vide d'un transformateur monophasé à deux enroulements représenté schématiquement par la figure 2-1. On voit dans cette figure un transformateur à noyaux dont les enroulements primaire et secondaire sont figurés, pour plus de clarté, sur des noyaux différents (la disposition réelle des spires des enroulements dans un transformateur à noyaux est décrite au § 1-3, v. fig. 1-6, *a*).

§ 2-2. Equation des tensions

Lorsque la tension u_1 définie par (2-1) est appliquée à l'enroulement primaire, celui-ci est parcouru par un courant variant périodiquement i_0 appelé *courant primaire à vide*. Ce courant produit, d'une part, un *champ magnétique* dit *principal*, dont les lignes de force se ferment à l'intérieur du circuit magnétique présentant une grande perméabilité magnétique $\mu_r \gg 1$ et entourent toutes les spires w_1 du primaire et toutes les spires w_2 du secondaire et, d'autre part, un *champ de dispersion magnétique* dit *champ de fuites* dont les lignes ne sont embrassées que par les spires du primaire.

Après avoir déterminé le flux de champ magnétique principal ou le *flux magnétique principal* Φ à travers toute section droite du circuit magnétique fermé, on peut trouver les flux de champ principal embrassés par l'ensemble des spires de l'enroulement primaire $\Psi_{011} = w_1\Phi$ et par l'ensemble des spires du secondaire $\Psi_{021} = w_2\Phi$.

Les lignes de force du champ de fuites se ferment à travers des intervalles non magnétiques (air, isolants) dont la perméabilité magnétique est égale à celle du vide μ_0 et donc beaucoup plus petite que la perméabilité du circuit magnétique. C'est pourquoi le flux de fuites embrassé en marche à vide par les spires du primaire $\Psi_{\sigma 0}$ est beaucoup de fois inférieur au flux principal embrassé par l'ensemble des spires du primaire Ψ_{011} (fig. 2-1).

Le champ magnétique principal variant périodiquement et le champ de fuites induisent des f.é.m. dans les enroulements qu'ils entourent. Pour des sens positifs des courants, des tensions, des f.é.m. et des lignes de champ magnétique indiqués sur la figure 2-1, la *f.é.m. d'induction mutuelle au primaire* est

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi_{011}}{dt}\,; \qquad (2\text{-}2)$$

la *f.é.m. d'induction mutuelle au secondaire* est

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi_{021}}{dt}\,; \qquad (2\text{-}3)$$

et la *f.é.m. de dispersion au primaire* est

$$e_{\sigma 0} = -\frac{d\Psi_{\sigma 0}}{dt} \ll e_1. \qquad (2\text{-}4)$$

En entendant par tension u_1 la f.é.m. introduite dans l'enroulement du côté du réseau d'alimentation, on peut écrire pour les tensions l'équation de Kirchhoff

$$u_1 + e_1 + e_{\sigma 0} = R_1 i_0, \qquad (2\text{-}5)$$

où R_1 est la résistance de l'enroulement primaire.

La tension entre les bornes de l'enroulement secondaire ne diffère pas en marche à vide de la f.é.m. qui y est induite

$$u_2 = e_2.$$

§ 2-3. Variation des f.é.m. dans le temps. Formules des f.é.m.

Pour tous les transformateurs de puissance (et la plupart des transformateurs miniatures), on peut négliger dans (2-5) la chute de tension dans la résistance du primaire $R_1 i_0$ et la f.é.m. induite par le flux de fuites

$$| R_1 i_0 | \ll | e_1 |,$$
$$| e_{\sigma 0} | \ll | e_1 |,$$

et considérer qu'avec une haute précision la f.é.m. d'induction mutuelle au primaire est en opposition de phase avec la tension (fig. 2-2):

$$e_1 = -u_1 = -U_{1m} \cos \omega t = -E_{1m} \cos \omega t. \qquad (2\text{-}6)$$

Il résulte de (2-6) que la f.é.m. d'induction mutuelle varie harmoniquement dans le temps et que son amplitude (sa valeur efficace) ne diffère pas de l'amplitude (de la valeur efficace) de la tension

$$E_{1m} = U_{1m} \ (E_1 = U_1). \qquad (2\text{-}7)$$

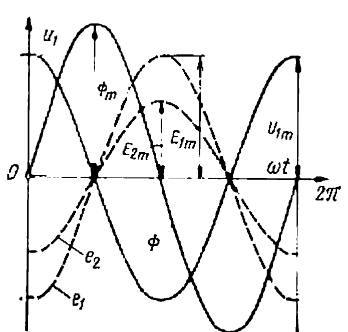


Fig. 2-2. Variations dans le temps des tensions, des f.e.m. et du flux magnétique d'un transformateur.

En comparant les deux relations (2-2) et (2-3), on peut conclure que le rapport de la f.é.m. e_2 à la f.é.m. e_1 ne varie pas dans le temps. On donne à ce rapport le nom de *rapport de transformation du transformateur*

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{E_{2m}}{E_{1m}} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{w_2}{w_1} = n_{21}. \qquad (2\text{-}8)$$

En utilisant (2-6) et (2-8), on peut affirmer que la f.é.m. e_2 varie harmoniquement elle aussi et est en phase avec la f.é.m. e_1.

Le flux magnétique Φ peut être exprimé par la f.é.m. e_1 si on intègre l'équation différentielle (2-2) en tenant compte de (2-6):

$$\Phi = -\frac{1}{w_1}\int_0^t e_1\,dt = \frac{E_{1m}}{w_1}\int_0^t \cos\omega t\,dt = \Phi_m \sin\omega t, \qquad (2\text{-}9)$$

où

$$\Phi_m = \frac{E_{1m}}{w_1\omega} \qquad (2\text{-}10)$$

est l'amplitude maximale du flux magnétique.

En partant de cette dernière équation, on peut obtenir une formule permettant de déterminer la valeur efficace de la f.é.m. dans l'enroulement *1* lorsque le flux magnétique ou le flux embrassé est donné

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega w_1 \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \Psi_{011m}}{\sqrt{2}},$$

ou encore

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_1 \Phi_m. \qquad (2\text{-}11)$$

Respectivement, la valeur efficace de la f.é.m. agissant dans l'enroulement *2* a pour expression

$$E_2 = \frac{\omega w_2 \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \Psi_{021m}}{\sqrt{2}}$$

ou

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_2 \Phi_m. \qquad (2\text{-}12)$$

Comme on le voit sur la figure 2-2 qui montre la variation de u_1, e_1, e_2 et Φ, le flux magnétique Φ est déphasé de $\pi/2$ en retard sur la tension u_1 et en avance du même angle sur les f.é.m. e_1 et e_2.

§ 2-4. Courbe de magnétisation du transformateur

L'épaisseur et le matériau des tôles du circuit magnétique sont toujours choisis, en fonction de la fréquence donnée, de façon que l'influence des courants de Foucault sur le champ magnétique soit négligeable. Dans ces conditions, la valeur instantanée du flux magnétique Φ est déterminée en marche à vide par la valeur instantanée de la force magnétomotrice de l'enroulement primaire $i_0 w_1$. On constate dans ce cas que la relation entre les valeurs instantanées de ces grandeurs $\Phi = f(i_0)$ est exactement la même qu'en courant continu lorsque les courants de Foucault sont nuls.

Le graphique traduisant la variation non linéaire du flux Φ dans le circuit magnétique en fonction du courant continu i_0 dans l'enroulement *1* s'appelle *courbe de magnétisation* du transformateur

en courant continu. Cette courbe peut être tracée en partant de la loi du courant total sous forme intégrale. En faisant coïncider le contour fermé embrassant le courant de toutes les spires du primaire $i_0 w_1$ avec l'une des lignes de force du champ magnétique principal dans le circuit magnétique, on peut écrire la loi du courant total sous la forme suivante:

$$i_0 w_1 = \oint H_l \, dl.$$

Fig. 2-3. Caractéristique de magnétisation $\Phi = f(i_0)$ d'un transformateur.

Pour le calcul approché de la circulation du vecteur intensité de champ magnétique H il faut: se donner le flux Φ dans le circuit magnétique; découper le circuit magnétique en n portions de longueur l_k telles que dans les limites de chacune d'elles la section active de l'acier Π_k et la perméabilité magnétique pour le flux donné Φ restent constantes; calculer l'induction magnétique sur chacune des portions $B_k = \Phi/\Pi_k$; en utilisant la courbe de magnétisation de la portion donnée en courant continu $B = f(H)$, déterminer H_k et $\mu_{ak} = B_k/H_k$; prendre pour les intervalles (entrefers) non magnétiques $\mu_{ak} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m et remplacer la circulation $\oint H_l \, dl$ par la somme des chutes de tension magnétique sur les portions, en étendant cette somme à toutes les n portions:

$$i_0 w_1 = \oint H_l \, dl = \sum_{k=1}^{n} H_k l_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{B_k}{\mu_{ak}} l_k =$$

$$= \Phi \sum_{k=1}^{n} \frac{l_k}{\mu_{ak} \Pi_k} = \frac{\Phi}{\Lambda_\mu}, \qquad (2\text{-}13)$$

où $\Lambda_\mu = \dfrac{1}{\sum_{k=1}^{n} l_k/\mu_{ak}\Pi_k}$ est la perméance du circuit magnétique.

En réitérant le calcul d'après (2-13) pour une série de valeurs du flux Φ et en déterminant chaque fois $i_0 = \Phi/w_1\Lambda_\mu$, on construit la courbe de magnétisation du transformateur $\Phi = f(i_0)$. L'allure approximative de cette courbe est montrée sur la figure 2-3. On y voit également la courbe de $\Lambda_\mu = f(i_0)$. L'examen de cette figure montre que la conductance magnétique Λ_μ atteint sa valeur maximale dans la région du « coude » de la courbe de magnétisation. Lorsque le courant i_0 et le flux Φ s'accroissent encore, la conductance magnétique diminue.

§ 2-5. Forme de la courbe de courant à vide

Ainsi qu'on l'a dit plus haut, si on néglige les pertes dans le fer du circuit magnétique et l'influence des courants de Foucault sur le champ magnétique, l'allure de la variation de la valeur instantanée du flux en fonction de la valeur instantanée du courant à vide devient la même que celle en courant continu. Aussi, ayant établi que le flux magnétique Φ varie sinusoïdalement dans le temps (2-9), peut-on trouver, à l'aide de la courbe de magnétisation en courant continu $\Phi = f(i_0)$ représentée à gauche sur la figure 2-4, la courbe de variation du courant à vide dans le temps $i_0 = f(t)$ ou $f(\omega t)$.

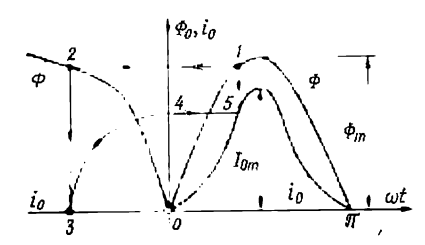


Fig. 2-4. Détermination de la forme de la courbe de courant à vide (sans tenir compte des pertes magnétiques dans le circuit magnétique).

A cet effet, il faut représenter la courbe de variation du flux en fonction du temps $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ (à droite sur la figure 2-4) et déterminer pour une série de valeurs du flux, les valeurs correspondantes du courant à vide.

L'ordre à suivre pour déterminer le courant à vide par les constructions graphiques est indiqué par des flèches sur la figure. En commençant depuis le flux Φ au point *1* et en se déplaçant par les points *2*, *3*, *4*, on trouve à l'intersection de l'horizontale passant par le point *4* et de la verticale passant par le point *1*, c'est-à-dire au point *5*, le courant à vide correspondant i_0. La courbe de courant à vide $i_0 = f(\omega t)$ obtenue pour un flux sinusoïdal n'est pas sinusoïdale. La non-sinusoïdalité de cette courbe est d'autant plus prononcée que le circuit magnétique est plus saturé pour la valeur maximale du flux Φ_m (plus le flux Φ_m est grand devant les flux correspondant à la partie rectiligne de la courbe de magnétisation pour laquelle le flux Φ est proportionnel au courant i_0).

§ 2-6. Equations du transformateur à vide en notation complexe

On ne peut représenter sous forme complexe que des équations qui relient des grandeurs (courants, tensions, f.é.m.) variant harmoniquement en fonction du temps. Aussi, avant d'écrire en notation complexe les équations du transformateur en marche à vide, faut-il remplacer le courant à vide non sinusoïdal i_0 par un courant sinusoï-

dal, qui lui est équivalent d'après la puissance réactive consommée $i_{0r} = \sqrt{2}\, I_{0r} \sin \omega t$ (fig. 2-5) (les pertes magnétiques étant négligées et les pertes par effet Joule dans l'enroulement *1* étant petites, la puissance active et la composante active du courant sont faibles par rapport à la puissance réactive et la composante réactive du courant).

Pour qu'une telle substitution ne modifie pas la puissance réactive consommée, la valeur efficace du courant sinusoïdal équivalent I_{0r} doit être égale à la valeur efficace du courant à vide non sinusoïdal i_0, c'est-à-dire

$$I_{0r} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_0^2 \, dt} \; . \qquad (2\text{-}14)$$

Fig. 2-5. Courant harmonique i_{0r} équivalent au courant à vide i_0.

Dans ce qui suit, ce courant sera appelé tout simplement *composante réactive* (*magnétisante*) *du courant à vide.* Comme on le voit sur la figure 2-5, le courant i_{0r} doit être déphasé de $\pi/2$ en arrière sur la tension u_1 (un transformateur sans pertes magnétiques fonctionnant à vide peut être considéré par rapport au réseau d'alimentation comme une bobine d'inductance à très faible résistance).

Comme nous le verrons plus loin, même dans le cas où l'on tient compte des pertes, la composante active du courant à vide est beaucoup plus petite que la composante réactive $I_{0a} \ll I_{0r}$. De ce fait, on peut considérer que la valeur efficace du courant à vide I_0 est égale à la valeur efficace de la composante réactive du courant

$$I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0r}^2} \approx I_{0r}.$$

Il importe de remarquer que dans l'enroulement primaire le courant à vide ne constitue qu'une petite fraction du courant primaire nominal

$$I_0 = (0{,}1 \text{ à } 0{,}005)\, I_{1n}.$$

Pour chaque valeur efficace de la tension U_1 on détermine le courant I_{0r} et on calcule d'après ce courant l'inductance équivalente de l'enroulement primaire liée au flux magnétique principal ou au flux d'induction mutuelle entre les enroulements *1* et *2*. Cette inductance porte le nom d'*inductance principale* de l'enroulement primaire et se détermine par le rapport de l'amplitude du flux embrassé à l'amplitude de la composante réactive du courant à vide:

$$L'_{12} = \frac{\Psi_{011m}}{\sqrt{2}\, I_{0r}} = \frac{w_1 \Phi_m}{\sqrt{2}\, I_{0r}}. \qquad (2\text{-}15)$$

En exprimant le flux magnétique par la perméance équivalente du transformateur Λ_{12}

$$\Phi = \Lambda_{12} (w_1 i_{0r}) \quad \text{ou} \quad \Phi_m = \Lambda_{12} [w_1 (\sqrt{2} I_{0r})],$$

on peut établir la relation entre cette perméance et l'inductance principale de l'enroulement primaire:

$$L'_{12} = w_1^2 \Lambda_{12}. \qquad (2\text{-}16)$$

D'après cette inductance on peut calculer la *réactance d'induction principale* (ou la *réactance d'induction mutuelle*) *de l'enroulement primaire*

$$X_{12} = \omega L'_{12} = \omega w_1^2 \Lambda_{12}. \qquad (2\text{-}17)$$

Après l'introduction de ces notions on peut établir en notation complexe la relation entre la f.é.m. et la composante réactive sinusoïdale équivalente du courant à vide.

De (2-2), (2-15) et (2-16) il résulte que

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{011}}{dt} = -L'_{12} \frac{di_{0r}}{dt}. \qquad (2\text{-}18)$$

Exprimons maintenant e_1 et i_{0r} par les valeurs complexes correspondantes:

$$e_1 = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\dot{E}_1 e^{j\omega t}]\,; \qquad (2\text{-}18a)$$

$$i_{0r} = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\dot{I}_{0r} e^{j\omega t}]. \qquad (2\text{-}18b)$$

Fig. 2-6. Diagramme vectoriel d'un transformateur à vide (sans tenir compte des pertes, ni de la composante active du courant).

Introduisant ces dernières expressions dans l'équation (2-18) et effectuant les opérations différentielles, on obtient l'écriture (2-18) sous forme complexe [1]:

$$\mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\dot{E}_1 e^{j\omega t}] = -L'_{12} \frac{d}{dt} [\mathrm{Re}\,(\sqrt{2}\,\dot{I}_{0r} e^{j\omega t})] =$$

$$= \mathrm{Re}\left[-L'_{12} \frac{d}{dt} (\sqrt{2}\,\dot{I}_{0r} e^{j\omega t})\right] = \mathrm{Re}\,[-j\omega L'_{12} (\sqrt{2}\,\dot{I}_{0r} e^{j\omega t})],$$

ou

$$\dot{E}_1 = -j\omega L'_{12} \dot{I}_{0r} = -jX_{12} \dot{I}_{0r}. \qquad (2\text{-}19)$$

L'interprétation graphique de l'expression (2-19) et des expressions (2-6), (2-9), (2-11) et (2-12) écrites sous forme complexe

$$\left.\begin{aligned} -\dot{U}_1 = \dot{E}_1 = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \omega_1 \dot{\Phi}_m, \\ \dot{U}_2 = \dot{E}_2 = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_2 \dot{\Phi}_m \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}20)$$

est donnée par le diagramme vectoriel du transformateur à vide représenté à la figure 2-6.

---

[1]) Pour que les parties réelles des nombres complexes soient égales il suffit que ces nombres eux-mêmes soient égaux.

§ 2-7. Pertes à vide

Bien que le circuit magnétique du transformateur soit constitué par un empilage de minces tôles d'acier spécial, les pertes magnétiques qui s'y produisent (par hystérésis et courants de Foucault) se chiffrent par 0,1 à 2 % de la puissance nominale du transformateur. Par exemple, dans un transformateur de 100 000 kVA, ces pertes peuvent atteindre une valeur de 200 kW.

Dans les transformateurs miniatures de puissance allant de 0,1 à 10^3 W ces pertes sont encore plus grandes et constituent respectivement 20 à 2 % de la puissance nominale du transformateur.

Les pertes magnétiques (ou comme on les appelle plus couramment les pertes dans le fer) comportent les pertes par hystérésis P_H qui sont proportionnelles à la fréquence f et au carré de l'induction B_k^2 et les pertes par courants de Foucault P_F qui sont proportionnelles au carré de la fréquence f^2 et au carré de l'induction B_k^2. Dans les calculs pratiques des transformateurs fonctionnant à la fréquence de 50 Hz, on détermine directement les pertes magnétiques totales P_{magn} dans les diverses portions du circuit magnétique de section active de l'acier Π_k, d'induction $B_k = \Phi_m/\Pi_k$ et de masse d'acier m_k

$$P_{magn} = P_H + P_F = \sum p_{1,0/50} B_k^2 \left(\frac{f}{50}\right)^{1,3} m_k, \tag{2-21}$$

où $p_{1,0/50}$ W/kg sont les pertes spécifiques dans l'acier magnétique à la fréquence de 50 Hz et l'induction de 1 T (v. [13]).

Les pertes magnétiques à vide sous la tension nominale U_{1n} sont presque les mêmes qu'en régime nominal car (comme il sera montré plus loin) le flux magnétique et l'induction dans le circuit magnétique sont, pour une tension constante U_1, presque indépendants du régime de fonctionnement du transformateur. Quant aux pertes électriques à vide dans l'enroulement primaire $P_{él.0} = R_1 I_0^2$, elles peuvent être négligées parce que, le courant à vide étant très petit, elles sont très inférieures aux pertes en régime nominal $P_{él,1n} = R_1 I_{1n}^2$.

En négligeant les pertes électriques, on peut considérer que les pertes à vide P_0 sont égales aux pertes dans le fer:

$$P_1 \approx P_{magn}.$$

§ 2.8 Influence des pertes magnétiques sur les phénomènes en marche à vide

Un transformateur présentant des pertes magnétiques P_{magn} dans le circuit magnétique absorbe au réseau d'alimentation une puissance active $U_1 I_{0a}$. La valeur efficace de la composante active sinusoïdale du courant a pour expression

$$I_{0a} = P_m/U_1. \tag{2-22}$$

Etant en phase avec la tension, ce courant peut également être exprimé par la résistance effective équivalente R_{12}

$$I_{0a} = U_1/R_{12}. \tag{2-23}$$

En comparant (2-22) et (2-23), exprimons la résistance[1] R_{12} par la tension et les pertes

$$R_{12} = U_1^2/P_{\text{magn}}. \tag{2-24}$$

Le courant consommé par l'enroulement primaire en marche à vide comporte une composante active I_{0a} et une composante réactive I_{0r}:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_{0a} + \dot{I}_{0r} = \frac{\dot{U}_1}{R_{12}} + \frac{\dot{U}_1}{jX_{12}} + \dot{U}_1\underline{Y}_0. \tag{2-25}$$

L'admittance

$$\underline{Y}_0 = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{jX_{12}} \tag{2-26}$$

correspond à la résistance R_{12} mise en parallèle avec la réactance jX_{12}.

A l'équation (2-25) qui décrit les phénomènes dans un transformateur en marche à vide, compte tenu des pertes magnétiques, correspond le schéma électrique équivalent de la figure 2-7, *a*.

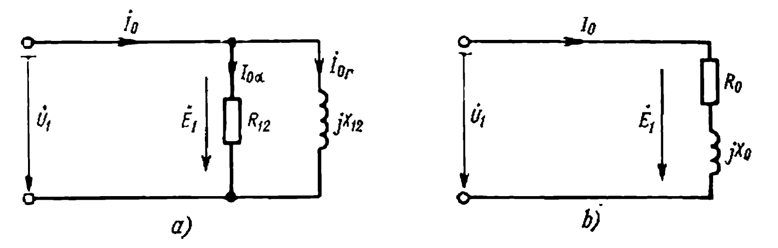


Fig. 2-7. Circuits équivalents d'un transformateur à vide:
a) avec la résistance et la réactance mises en parallèle; *b*) avec la résistance et la réactance mises en série.

Pour les calculs pratiques il est plus commode de se servir du schéma équivalent de la figure 2-7, *b* qui fait intervenir l'impédance à vide de l'enroulement primaire

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0. \tag{2-27}$$

---

[1]) Les pertes dans la résistance R_{12} sous la tension U_1 sont égales aux pertes magnétiques.

En exprimant cette impédance par l'admittance (2-26) de la résistance et de la réactance mises en parallèle

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{jX_{12}}}$$

et en identifiant les coefficients de parties imaginaire et réelle, on constate que

$$\left.\begin{aligned} R_0 &= R_{12}\frac{X_{12}^2}{R_{12}^2+X_{12}^2}, \\ X_0 &= X_{12}\frac{R_{12}^2}{R_{12}^2+X_{12}^2}, \end{aligned}\right\} \quad (2\text{-}28)$$

puisque pour $I_{0a} \ll I_{0r}$ on a nécessairement $R_{12} \gg X_{12}$; on a finalement pour ces résistances et réactances les expressions suivantes:

$$R_0 = \frac{X_{12}^2}{R_{12}}, \quad X_0 = X_{12}, \quad R_0 \ll R_{12}. \quad (2\text{-}29)$$

La réactance X_0 conserve le nom de *réactance d'induction principale* (ou *réactance d'induction mutuelle*) *de l'enroulement primaire.*

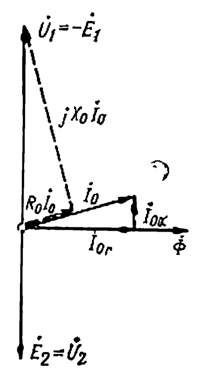


Fig. 2-8. Diagramme vectoriel d'un transformateur à vide.

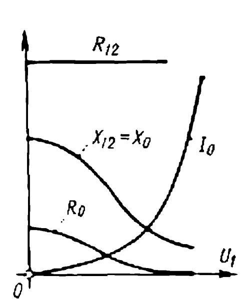


Fig. 2-9. Variations de la résistance et de la réactance du circuit équivalent et du courant à vide I_0 en fonction de la tension U_1.

La résistance R_0 représente une certaine résistance fictive dans laquelle les pertes, pour le courant I_0, sont égales aux pertes magnétiques dans le transformateur

$$P_{\text{magn}} = R_0 I_0^2.$$

Comme le montre le schéma électrique équivalent de la figure 2-7, *b*, les produits $R_0\dot{I}_0$ et $jX_0\dot{I}_0$ représentent respectivement

les composantes active et réactive de la tension primaire $\dot{U}_1$. La relation entre la tension $\dot{U}_1$ et le courant à vide $\dot{I}_0$

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 = \underline{Z}_0\dot{I}_0 \tag{2-30}$$

est illustrée par le diagramme vectoriel de la figure 2-8 qui coïncide pour $P_m = 0$, $R_{12} = \infty$, $I_{0a} = 0$, avec le diagramme de la figure 2-6.

Du fait que le circuit magnétique du transformateur est non linéaire, le courant I_0 croît plus vite que la tension U_1, alors que la réactance X_0 et la résistance R_0

$$X_0 = X_{12} \sim \frac{U_1}{I_0} \quad \text{et} \quad R_0 \sim \left(\frac{U_1}{I_0}\right)^2$$

varient fortement en fonction de la tension U_1 (fig. 2-9).

Quant à la résistance R_{12}, elle ne varie presque pas avec la tension primaire, car les pertes magnétiques sont proportionnelles au carré de l'induction (2-21) ou de la tension U_1 (2-20).

CHAPITRE 3

PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UN TRANSFORMATEUR FONCTIONNANT EN CHARGE

§ 3-1. Champ magnétique dans un transformateur en charge. Equation des f.m.m. Inductances de fuites des enroulements

Lorsque le transformateur fonctionne en charge, son enroulement secondaire est parcouru par un courant

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_2/\underline{Z}.$$

L'apparition du courant de charge provoque une modification correspondante du courant I_1 dans l'enroulement primaire. Le flux magnétique Φ et la tension secondaire U_2 varient eux aussi dans une certaine mesure, les pertes de puissance augmentent. Pour pouvoir évaluer la variation des grandeurs qui caractérisent les phénomènes inhérents au fonctionnement du transformateur en charge, il faut en tout premier lieu étudier son champ magnétique et établir les équations des tensions pour ses enroulements primaire et secondaire.

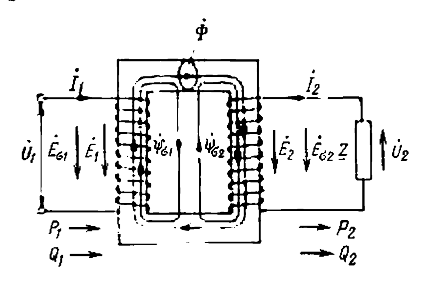


Fig. 3-1. Transformateur monophasé à deux enroulements en charge.

La figure 3-1 représente un transformateur monophasé à deux enroulements dont le secondaire est fermé sur une charge d'impédance $\underline{Z}$. En supposant que toutes les grandeurs électriques et magnétiques varient harmoniquement en fonction du temps, on peut les représenter par des complexes correspondants. Ce faisant, on ne devra pas oublier que par valeur instantanée d'une grandeur on entend la partie réelle de l'amplitude complexe correspondante multipliée par $e^{j\omega t}$:

$$i = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\dot{I}e^{j\omega t}]\,;$$

$$u = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\dot{U}e^{j\omega t}]\,;$$

$$e = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\dot{E}e^{j\omega t}]\,;$$

$$\Phi = \mathrm{Re}\,[\dot{\Phi}_m e^{j\omega t}];$$

$$\Psi = \mathrm{Re}\,[\dot{\Psi}_m e^{j\omega t}].$$

Les sens des grandeurs indiqués sur la figure 3-1 sont des sens positifs coordonnés. Les sens positifs des courants I_1 et I_2 sont choisis de façon que les courants positifs engendrent un flux d'induction mutuelle positif Φ; les sens positifs des tensions et des f.é.m. coïncident dans chacun des enroulements avec les sens positifs des courants. Les sens positifs de toutes les grandeurs caractérisant le transformateur en charge sont choisis les mêmes qu'en marche à vide.

Le champ magnétique d'un transformateur en charge est produit par le courant I_1 parcourant le primaire et le courant I_2 qui circule dans le secondaire. Pour simplifier la description des phénomènes, il est commode de représenter le champ magnétique comme superposition de deux champs: du *champ principal* (ou *champ d'induction mutuelle*) et du *champ de fuites*.

La plus grande partie des flux embrassés par les enroulements est déterminée par le champ d'induction mutuelle dont les lignes de force se ferment dans les limites du circuit magnétique et sont embrassées par l'ensemble des spires des deux enroulements. Le flux d'induction de ce champ Φ (fig. 3-1) est le même dans toute section droite du circuit magnétique; son produit par les spires du primaire est $w_1\Phi_m$ et par les spires du secondaire $w_2\Phi_m$. Suivant la loi du courant total, l'intensité de champ d'induction mutuelle est déterminée par la somme des f.m.m. des enroulements primaire et secondaire

$$i_1w_1 + i_2w_2 = \oint H_l \, dl.$$

Puisque l'induction et le flux Φ de ce champ dépendent d'une façon bien déterminée de l'intensité (v. chap. 2), on peut affirmer que *le champ d'induction mutuelle Φ est engendré par la somme des f.m.m. des enroulements primaire et secondaire.* Considérée sous le rapport de la formation du champ d'induction mutuelle, la somme de ces f.m.m. peut être représentée comme la f.m.m. d'un certain courant i_0 dans l'enroulement primaire

$$i_1w_1 + i_2w_2 = i_0w_1. \tag{3-1}$$

C'est pour cela que le courant

$$i_0 = \frac{i_1w_1 + i_2w_2}{w_1}$$

s'appelle *courant magnétisant* et la relation (3-1) porte le nom d'*équation des f.m.m.*

Pour tenir compte des effets non linéaires qui interviennent lors de la magnétisation du circuit magnétique du transformateur par le courant i_0, on peut procéder de la même façon que pour la marche à vide. Le courant non sinusoïdal i_0 peut être remplacé par un courant magnétisant sinusoïdal équivalent de valeur efficace $I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0r}^2}$, dont la composante active I_{0a} est liée aux pertes magnétiques. Ce remplacement permet de mettre l'équation des

f.m.m. sous forme complexe

$$\dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2 = \dot{I}_0 w_1. \qquad (3\text{-}2)$$

Dans ce qui suit, le courant magnétisant sinusoïdal équivalent $\dot{I}_0$ sera appelé tout simplement *courant magnétisant*. On peut maintenant représenter la f.m.m. primaire $i_1 w_1$ par la somme de la f.m.m. $i_0 w_1$ et de la f.m.m. $(i_1 w_1 - i_0 w_1) = -i_2 w_2$ qui équilibre la f.m.m. $i_2 w_2$ de l'enroulement secondaire, et le champ du transformateur en charge par la somme de deux champs:

a) du champ d'induction mutuelle de flux Φ et du champ de fuites de flux embrassé $\Psi_{\sigma 0}$ produits par la f.m.m. $i_0 w_1$ dans l'enroulement primaire (fig. 3-2, *a*);

b) du champ de fuites produit par les f.m.m. qui se compensent: $(i_1 w_1 - i_0 w_1) = -i_2 w_2$ dans le primaire et $i_2 w_2$ dans le secondaire (fig. 3-2, *b*).

Comme le montre la figure 3-2, les lignes de force du champ de fuites se ferment à travers des intervalles non magnétiques (air, huile, etc.) $a_1 b_1$ ou $a_2 b_2$ dont la longueur est comparable à celle

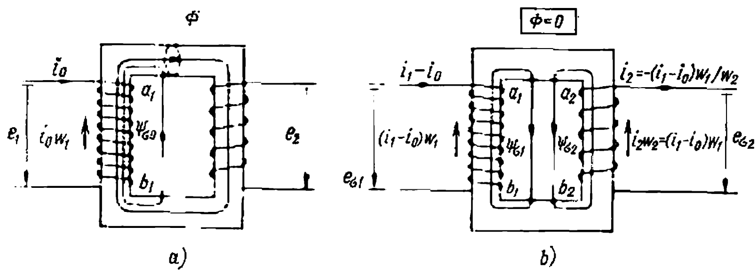


Fig. 3-2. Représentation du champ magnétique d'un transformateur en charge par la somme du champ d'induction mutuelle (*a*) et du champ de fuites (*b*).

des portions de la ligne passant à l'intérieur du circuit magnétique ($b_1 a_1$ ou $b_2 a_2$). Ces lignes sont embrassées soit par les spires de l'enroulement primaire ($\Psi_{\sigma 1}$ et $\Psi_{\sigma 0}$), soit par les spires de l'enroulement secondaire ($\Psi_{\sigma 2}$).

Les lignes de force du champ de fuites peuvent être subdivisées en deux groupes: les lignes entourant seulement les spires du primaire et déterminant le flux embrassé $\Psi_{\sigma 0}$ dû au courant i_0 et le flux embrassé $\Psi_{\sigma 1}$ dû au courant $i_1 - i_0$ et les lignes encerclant seulement les spires du secondaire et déterminant le flux embrassé $\Psi_{\sigma 2}$. Pour établir comment les flux embrassés varient en fonction des courants dans les enroulements, formons l'équation du courant total, par exemple, pour une ligne fermée du champ de fuites qui entoure l'enroulement primaire comme il est indiqué sur la figure 3-2, *b*:

$$\oint H\,dl = \int_{a_1}^{b_1} H_0\,dl + \int_{b_1}^{a_1} H_t\,dl = (i_1 - i_0)\,w_1.$$

Exprimons l'intensité de champ magnétique H_0 dans la région non magnétique et H_f dans le circuit magnétique par les inductions et les perméabilités correspondantes:

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0}; \quad H_f = \frac{B_f}{\mu_{af}};$$
$$\mu_{af} = \mu_{rf}\mu_0; \quad \mu_{rf} \gg 1.$$

On voit que dans le circuit magnétique l'intensité de champ de fuites est négligeable:

$$H_f = \frac{B_f}{\mu_{af}} = 0.$$

Le courant total est égal à la chute de tension magnétique dans l'intervalle non magnétique

$$\int_{a_1}^{b_1} H_0 \, dl = \frac{1}{\mu_0} \int_0^{b_1} B_0 \, dl = (i_1 - i_0) w_1.$$

Il résulte des raisonnements que nous venons de développer que $\Psi_{\sigma 1}$ est proportionnel au courant $i_1 - i_0$. Cette remarque est aussi valable pour les flux embrassés $\Psi_{\sigma 0}$ et $\Psi_{\sigma 2}$ et les courants i_0 et i_2 qui les engendrent.

Pour cette raison, les inductances de fuites des enroulements

$$\left.\begin{aligned} L_{\sigma 1} &= \Psi_{\sigma 1}/(i_1 - i_0); \\ L_{\sigma 2} &= \Psi_{\sigma 2}/i_2; \\ L_{\sigma 0} &= \Psi_{\sigma 0}/i_0 \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}3)$$

sont, pour un transformateur donné, des grandeurs constantes dont les valeurs dépendent uniquement des dimensions des intervalles non magnétiques et des nombres de spires des enroulements (v. § 8-2).

Le flux de fuites total embrassé par l'enroulement primaire peut être exprimé avec une haute précision sous la forme suivante:

$$\Psi_{\sigma 1} = \Psi_{\sigma 0} + \Psi_{\sigma 10} = L_{\sigma 0} i_0 + L_{\sigma 1}(i_1 - i_0) \approx L_{\sigma 1} i_1, \qquad (3\text{-}4)$$

du fait qu'en charge on a $i_1 \gg i_0$ et on peut négliger la différence qui existe entre $L_{\sigma 0}$ et $L_{\sigma 1}$ et poser $L_{\sigma 0} \approx L_{\sigma 1}$. Pareillement à ce que l'on a fait pour l'inductance mutuelle (v. (2-16)), on peut exprimer les inductances de fuites par les *perméances* correspondantes $\Lambda_{\sigma 1}$ et $\Lambda_{\sigma 2}$:

$$L_{\sigma 1} = w_1^2 \Lambda_{\sigma 1}, \quad L_{\sigma 2} = w_2^2 \Lambda_{\sigma 2},$$

ou par les *coefficients de conductibilité*

$$\left.\begin{aligned} L_{\sigma 1} &= \mu_0 w_1^2 \lambda_{\sigma 1}; \\ L_{\sigma 2} &= \mu_0 w_2^2 \lambda_{\sigma 2}, \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}5)$$

où les conductibilités des intervalles non magnétiques sont liées par les relations suivantes:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{\sigma 1} &= \Lambda_{\sigma 1}/\mu_0, \\ \lambda_{\sigma 2} &= \Lambda_{\sigma 2}/\mu_0. \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}6)$$

§ 3-2. Equations des tensions aux bornes des enroulements

Les f.é.m. induites dans chacun des enroulements peuvent être avantageusement représentées par la somme de la *f.é.m. d'induction mutuelle* E_1 (E_2) et de la f.é.m. due au flux de fuites $E_{\sigma 1}$ ($E_{\sigma 2}$).

Le champ d'induction mutuelle représenté sur la figure 3-2, *a* ne diffère en rien du champ en marche à vide (cf. fig. 2-1). Aussi la f.é.m. d'induction mutuelle s'exprime-t-elle par le flux d'induction mutuelle exactement de la même manière qu'en marche à vide.

Pour une certaine valeur de la f.é.m. E_1 le courant magnétisant i_0 doit être le même qu'en marche à vide pour les mêmes valeurs de la f.é.m. E_1 et du flux Φ. C'est pourquoi la relation entre le courant magnétisant I_0 et la f.é.m. d'induction mutuelle dans l'enroulement primaire E_1 sera caractérisée par l'équation

$$-\dot{E}_1 = \underline{Z}_0 \dot{I}_0, \tag{3-7}$$

où $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$.

En utilisant le rapport de transformation $n_{21} = w_2/w_1$, on peut exprimer la f.é.m. d'induction mutuelle dans l'enroulement secondaire

$$-\dot{E}_2 = -n_{21}\dot{E}_1 = n_{21}\underline{Z}_0\dot{I}_0. \tag{3-8}$$

Les forces électromotrices de fuites dans les enroulements primaire et secondaire $e_{\sigma 1}$ et $e_{\sigma 2}$ sont induites par les flux embrassés $\Psi_{\sigma 1}$, $\Psi_{\sigma 2}$ proportionnels aux courants primaire (i_1) et secondaire (i_2) respectivement:

$$\left.\begin{aligned} e_{\sigma 1} &= -\frac{d\Psi_{\sigma 1}}{dt} = -L_{\sigma 1}\frac{di_1}{dt}; \\ e_{\sigma 2} &= -\frac{d\Psi_{\sigma 2}}{dt} = -L_{\sigma 2}\frac{di_2}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{3-9}$$

En passant aux notations complexes et en effectuant la dérivation par analogie avec (2-19), on obtient pour les f.é.m. de fuites

$$\left.\begin{aligned} &\dot{E}_{\sigma 1} = -j\omega L_{\sigma 1}\dot{I}_1 = -jX_1\dot{I}_1 \\ &\text{et d'une manière analogue} \\ &\dot{E}_{\sigma 2} = -j\omega L_{\sigma 2}\dot{I}_2 = -jX_2\dot{I}_2. \end{aligned}\right\} \tag{3-10}$$

Dans ces équations, les paramètres

$$X_1 = \omega L_{\sigma 1} \quad \text{et} \quad X_2 = \omega L_{\sigma 2} \tag{3-11}$$

s'appellent respectivement réactances de fuites des enroulements primaire et secondaire.

Comme il résulte de (3-10), les f.é.m. de fuites sont déphasées de $\pi/2$ en arrière des courants auxquels elles sont liées. Après la détermination des f.é.m. dans les enroulements du transformateur en charge et ayant en vue que toutes les grandeurs considérées

varient harmoniquement [1], on peut écrire les équations de Kirchhoff pour les tensions dans les enroulements primaire et secondaire sous forme complexe

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1+\dot{E}_1+\dot{E}_{\sigma 1}&=R_1\dot{I}_1; \\ \dot{E}_2+\dot{E}_{\sigma 2}&=R_2\dot{I}_2+\dot{U}_2, \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}12)$$

où R_1, R_2 sont les résistances effectives respectivement des enroulements primaire et secondaire tenant compte des pertes supplémentaires en courant alternatif (v. § 31-2).

Pour l'établissement de (3-12), les sens positifs des grandeurs sont choisis d'après la figure 3-1 ; par tension $\dot{U}_1$ on entend la f.é.m. du réseau primaire introduite de l'extérieur dans l'enroulement; la tension $\dot{U}_2 = \underline{Z}\dot{I}_2$ est interprétée comme la chute de tension dans la charge d'impédance $\underline{Z} = R + jX$. En exprimant les f.é.m. de fuites intervenant dans (3-12) par les réactances de fuites et les courants correspondants (3-10), on peut écrire les équations des tensions sous la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1&=-\dot{E}_1+\dot{I}_1\underline{Z}_1; \\ \dot{U}_2&=\dot{E}_2-\dot{I}_2\underline{Z}_2, \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}13)$$

où $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$ sont les impédances complexes des enroulements primaire et secondaire.

§ 3-3. Comment les grandeurs secondaires sont ramenées à l'enroulement primaire

Pour simplifier la description des phénomènes électromagnétiques se déroulant dans le transformateur il y a avantage à ramener au primaire les grandeurs qui caractérisent l'enroulement secondaire. Cette opération est un procédé de calcul particulier par lequel un transformateur réel ayant dans le cas général des nombres de spires différents, w_1 au primaire et w_2 au secondaire, est remplacé par un transformateur équivalent dont le secondaire comporte un nombre de spires égal à celui de l'enroulement primaire $w_2' = w_1$. Les grandeurs relatives à l'enroulement secondaire équivalent de w_1 spires que l'on appelle grandeurs ramenées au primaire, doivent être exprimées par les grandeurs secondaires initiales en observant le

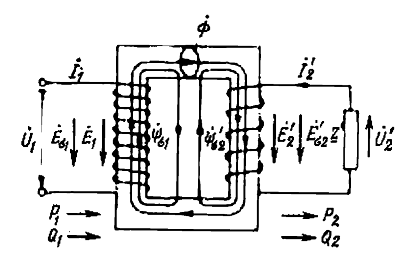


Fig. 3-3. Transformateur de la figure 3-1 à enroulement secondaire ramené au primaire ($w_2' = w_1$).

[1] Le courant magnétisant non sinusoïdal est remplacé par un courant sinusoïdal équivalent.

principe d'invariance de la puissance (le champ magnétique et les flux de puissance P_1, Q_1, P_2, Q_2 doivent rester inchangés).

1. Pour la conservation du flux magnétique $\dot{\Phi}$ il faut que soit conservée la f.m.m. au secondaire, c'est-à-dire que

$$\dot{I}'_2 w_1 = \dot{I}_2 w_2,$$

d'où il résulte que

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1}. \tag{3-14}$$

Ici et plus loin, la grandeur secondaire affectée d'un « prime » signifie qu'elle est ramenée au primaire.

2. Si le flux magnétique $\dot{\Phi}$ est inchangé, la f.é.m. est proportionnelle au nombre de spires. De ce fait, la f.é.m. dans le secondaire ramené sera w_1/w_2 fois plus grande:

$$E'_2 = E_2 \frac{w_1}{w_2}. \tag{3-15}$$

3. Pour assurer l'invariance des puissances P_2 et Q_2 consommées par la charge branchée entre les bornes de l'enroulement secondaire, il faut remplacer la résistance R et la réactance X de cette charge par les grandeurs ramenées R' et X':

$$P_2 = RI_2^2 = R'I_2'^2;$$
$$Q_2 = XI_2^2 = X'I_2'^2.$$

En exprimant I'_2, d'après (3-14), on trouve

$$R' = R\,(w_1/w_2)^2;$$
$$X' = X\,(w_1/w_2)^2,$$

donc

$$\underline{Z}' = R' + jX' = \underline{Z}\,(w_1/w_2)^2. \tag{3-16}$$

La tension secondaire ramenée a pour expression

$$\dot{U}'_2 = \underline{Z}'\dot{I}'_2 = \underline{Z}\,(w_1/w_2)^2\,\dot{I}_2 w_2/w_1 = \dot{U}_2 w_1/w_2. \tag{3-17}$$

L'impédance $\underline{Z}_2$ de l'enroulement secondaire et ses composantes active R_2 et réactive X_2 sont ramenées au primaire de la même manière:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_2 = \underline{Z}_2\,(w_1/w_2)^2;\\ &R'_2 = R_2\,(w_1/w_2)^2; \quad X'_2 = X_2\,(w_1/w_2)^2. \end{aligned}\right\} \tag{3-18}$$

Avec les grandeurs ramenées, l'équation des tensions de l'enroulement secondaire prend la forme suivante:

$$\dot{E}'_2 = \dot{E}_2 \frac{w_1}{w_2} = \dot{U}_2 \frac{w_1}{w_2} + \underline{Z}_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1},$$

ou encore

$$\dot{E}'_2 = \dot{U}'_2 + \underline{Z}'_2 \dot{I}'_2. \tag{3-19}$$

Du fait que l'enroulement secondaire ramené comporte le même nombre de spires que le primaire, la f.é.m. secondaire ramenée ne diffère pas de la f.é.m. primaire:

$$\dot{E}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \dot{E}_2 = \dot{E}_1.$$

Dans l'équation des f.m.m. du transformateur à secondaire ramené on introduit la f.m.m. secondaire exprimée par le courant secondaire ramené $\dot{I}'_2$:

$$\dot{I}_1 w_1 + \dot{I}'_2 w_1 = \dot{I}_0 w_1.$$

En divisant cette équation par w_1, on obtient une équation dite des courants du transformateur:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0, \tag{3-20}$$

qui présente le même sens physique que l'équation des f.m.m. (2-30). Dans le cas des charges suffisamment élevées, lorsque le courant dans l'enroulement primaire est très supérieur au courant magnétisant $I_1 \gg I_0$ (3-20), l'équation des courants s'écrit de façon approchée

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}'_2 = -\dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1}$$

ou

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1}. \tag{3-21}$$

Ainsi, lorsque la charge est suffisamment grande, le courant secondaire ramené I'_2 ne diffère pas du courant primaire I_1.

§ 3-4. Diagramme vectoriel du transformateur

Le diagramme vectoriel des tensions et des courants du transformateur représente une interprétation graphique du système d'équations du transformateur. Ce système comprend:

les équations des tensions des enroulements

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_1; \tag{3-22a}$$

$$-\dot{E}'_2 = -\dot{E}_1 = -\dot{U}'_2 + \underline{Z}'_2 (-\dot{I}'_2); \tag{3-22b}$$

l'équation des tensions pour la marche en charge

$$-\dot{U}'_2 = +\underline{Z}' (-\dot{I}'_2); \tag{3-22c}$$

l'équation de la f.é.m. d'induction mutuelle

$$-\dot{E}_1 = -\dot{E}'_2 = \underline{Z}_0 \dot{I}_0; \tag{3-22d}$$

l'équation des courants

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2. \tag{3-22e}$$

A l'aide du diagramme vectoriel construit à une échelle donnée on peut déterminer les tensions, les f.é.m. et les courants dans un transformateur en charge. L'ordre à suivre pour la construction du diagramme dépend des grandeurs données qui déterminent le régime de fonctionnement du transformateur et des grandeurs à trouver par les constructions graphiques.

Supposons que soient donnés le courant secondaire $\dot{I}_2$ et l'impédance de charge $\underline{Z} = R + jX$ ($X > 0$ pour une charge inductive et $X < 0$ pour une charge capacitive). On demande de déterminer la tension secondaire $\dot{U}_2$, la f.é.m. $\dot{E}_1$, le courant magnétisant $\dot{I}_0$, le courant primaire $\dot{I}_1$ et la tension primaire $\dot{U}_1$. Le diagramme est généralement construit pour un transformateur à secondaire ramené et il faut donc commencer par calculer les grandeurs et paramètres secondaires ramenés, dans le cas donné, le courant secondaire ramené

$$I'_2 = (w_2/w_1)\, I_2$$

et les paramètres ramenés

$$\underline{Z}' = \underline{Z}\,(w_1/w_2)^2 = R' + jX';$$

$$\underline{Z}'_2 = \underline{Z}_2 (w_1/w_2)^2 = R'_2 + jX'_2.$$

Le diagramme devient plus compact si l'on y représente les valeurs complexes inverses $-\dot{I}'_2$, $-\dot{U}'_2$. Il convient de commencer la construction (fig. 3-4) par la valeur complexe $-\dot{I}'_2$ qui peut être dirigée de façon arbitraire, par exemple, confondue avec l'axe réel positif du plan complexe temporel et portée à l'échelle adoptée pour les courants. Puis, en utilisant l'équation des tensions en charge, on calcule la tension secondaire ramenée $-\dot{U}'_2$. Cette tension comporte une composante active $R'\,(-\dot{I}'_2)$ et une composante réactive $jX'\,(-\dot{I}'_2)$ portées à une échelle déterminée. La composante active est dirigée le long du courant $-\dot{I}'_2$, alors que la composante réactive (dans le cas d'une charge inductive lorsque $X > 0$) est déphasée de $\pi/2$ en avant de $-\dot{I}'_2$. La valeur réelle de la tension secondaire est donnée par (3-17) :

$$U_2 = U'_2 w_2/w_1.$$

Ensuite on détermine graphiquement la f.é.m. d'induction mutuelle $-\dot{E}_1 = -\dot{E}'_2$, on calcule le courant magnétisant

$$I_0 = \frac{E_1}{\sqrt{R_0^2 + X_0^2}}$$

et l'angle de déphasage

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{X_0}{R_0},$$

après quoi on porte le courant $\dot{I}_0$ sur le diagramme. Le flux magnétique d'induction mutuelle $\dot{\Phi}$ peut être calculé à l'aide de (3-7) et porté à son échelle (le flux est déphasé de $\pi/2$ en arrière de la f.é.m. $-\dot{E}_1$). Le courant primaire $\dot{I}_1$ s'obtient à partir des équations des courants.

En opérant de façon identique, on détermine graphiquement la tension primaire $\dot{U}_1$. Par suite de cette construction on trouve également l'angle φ_2 entre la tension et le courant secondaires et l'angle φ_1 entre les grandeurs primaires correspondantes.

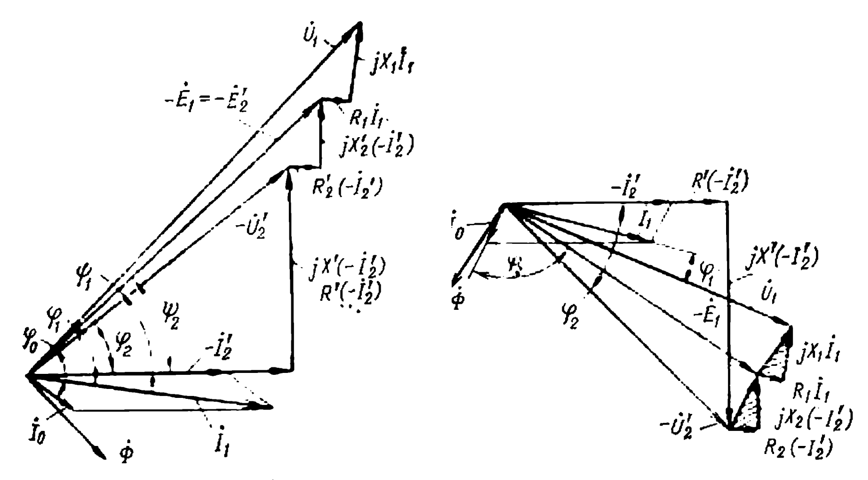


Fig. 3-4. Diagramme vectoriel d'un transformateur débitant sur une charge inductive ($\varphi_2 > 0$, $X > 0$).

Fig. 3-5. Diagramme vectoriel d'un transformateur débitant sur une charge capacitive ($\varphi_2 < 0$, $X < 0$).

Dans le cas où la charge connectée entre les bornes du secondaire est constituée d'une résistance et d'une inductance, le courant primaire et le courant secondaire sont en retard sur les tensions correspondantes; les angles sont considérés comme positifs, $\varphi_1 > 0$, $\varphi_2 > 0$ (fig. 3-4).

Pour une charge à composantes résistive et capacitive, le diagramme vectoriel est montré sur la figure 3-5. Comme on y voit, le courant secondaire est déphasé de φ_2 ($\varphi_2 < 0$) en avant de la tension; quant

au courant primaire, il est lui aussi déphasé d'un angle $\varphi_1 < 0$ en avant de la tension si la composante capacitive de la charge est forte (v. fig. 3-5), mais il peut aussi être en retard sur la tension si la composante capacitive est faible.

§ 3-5. Schéma électrique équivalent du transformateur

Le schéma électrique équivalent d'un transformateur monophasé à deux enroulements, considéré comme un quadripôle, découle du système d'équations (3-22a) à (3-22e) écrites pour les grandeurs ramenées au primaire.

Le schéma électrique équivalent d'un transformateur en charge doit consommer au réseau, pour une tension déterminée $\dot{U}_1$, le

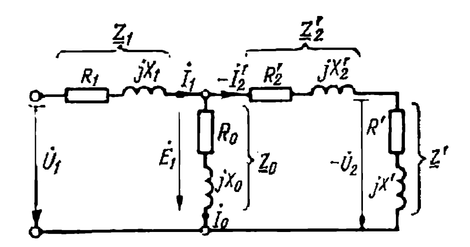


Fig. 3-6. Schéma électrique équivalent d'un transformateur.

même courant $\dot{I}_1$ que le transformateur réel. Pour établir la structure de ce schéma il faut exprimer la tension primaire $\dot{U}_1$ du transformateur par le courant primaire $\dot{I}_1$.

Exprimons d'abord le courant $\dot{I}_1$ par la f.é.m. $\dot{E}_1$ et les paramètres

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2 = \frac{-\dot{E}_1}{\underline{Z}_0} + \frac{-\dot{E}_1}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}},$$

d'où

$$-\dot{E}_1 = \frac{\dot{I}_1}{\frac{1}{\underline{Z}_0} + \frac{1}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}}}.$$

Puis, introduisons l'expression trouvée pour la f.é.m. dans l'équation des tensions, il vient

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 - \dot{E}_1 = \dot{I}_1 \left(\underline{Z}_1 + \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_0} + \frac{1}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}'}} \right) = \dot{I}_1 \underline{Z}_{\text{éq}}. \quad (3\text{-}23)$$

La relation ainsi obtenue montre que le circuit équivalent du transformateur qui absorbe au réseau primaire le courant $\dot{I}_1$ doit présenter une impédance équivalente

$$\underline{Z}_{\text{éq}} = \underline{Z}_1 + \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_0} + \frac{1}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}'}} .$$

C'est le schéma de la figure 3-6 dans lequel l'impédance $\underline{Z}_1$ est mise en série avec les impédances $\underline{Z}_0$ et $\underline{Z}'_2 + \underline{Z}'$ placées en parallèle qui possède une telle impédance.

Une analyse détaillée montre que les différentes branches du schéma équivalent sont parcourues par les mêmes courants que ceux qui circulent dans les enroulements du transformateur donné. Dans ce schéma, les courants qui se dirigent vers les différents nœuds et les tensions agissant sur les différentes branches satisfont aux équations fondamentales du transformateur.

§ 3-6. Expression des grandeurs électriques et des paramètres du transformateur en unités relatives

Les grandeurs électriques (courants, tensions) et les paramètres (résistances, inductances) peuvent être exprimés *en unités relatives*, c'est-à-dire en fractions de certaines grandeurs prises pour celles de base.

L'emploi d'un système d'unités relatives permet de simplifier l'écriture des équations qui décrivent les phénomènes dans le transformateur. Il rend aussi plus facile le contrôle des données de calcul et des résultats de calcul vu que les paramètres des différents transformateurs exprimés en unités relatives diffèrent sensiblement moins les uns des autres que les paramètres mesurés en unités absolues.

Comme grandeurs de base pour l'enroulement primaire du transformateur on prend:

la tension simple primaire nominale U_{1n};

le courant simple primaire nominal I_{1n};

l'impédance offerte par le transformateur au réseau primaire en régime nominal

$$Z_{1n} = U_{1n}/I_{1n}; \tag{3-24}$$

la puissance nominale du transformateur

$S_{1n} = U_{1n}I_{1n}$ (pour un transformateur monophasé);

$S_{1n} = 3U_{1n}I_{1n}$ (pour un transformateur triphasé).

Comme grandeurs de base pour l'enroulement secondaire on prend:

la tension simple secondaire nominale $U_{2n} = U_{1n}w_2/w_1$;

le courant simple secondaire nominal $I_{2n} = I_{1n}w_1/w_2$;

l'impédance offerte par le transformateur au réseau secondaire (pour U_{2n} et I_{2n})

$$Z_{2n} = \frac{U_{2n}}{I_{2n}} = Z_{1n} \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 ; \qquad (3\text{-}25)$$

la puissance de base de l'enroulement primaire

$$S_{2n} = S_{1n}.$$

Pour exprimer les grandeurs primaires en unités relatives il faut diviser ces grandeurs en unités absolues par la grandeur de base correspondante ayant les mêmes dimensions

$$\left. \begin{aligned} U_{*1} &= \frac{U_1}{U_{1n}}; \quad I_{*1} = \frac{I_1}{I_{1n}}; \quad Z_{*0} = \frac{Z_0}{Z_{1n}}; \\ Z_{*1} &= \frac{Z_1}{Z_{1n}}; \quad P_{*1} = \frac{P_1}{S_{1n}} = U_{*1} I_{*1} \cos \varphi_1. \end{aligned} \right\} \qquad (3\text{-}26)$$

L'indice complémentaire * indique que la grandeur est exprimée en unités relatives (parfois, si cela est spécialement mentionné dans le texte, cet indice est omis). Remarquons aussi que la formule donnant la puissance en unités relatives s'applique aussi bien aux transformateurs monophasés qu'aux transformateurs triphasés.

Les grandeurs secondaires peuvent être exprimées en unités relatives par l'un de deux procédés identiques. Dans le premier, la grandeur secondaire en unités absolues est divisée par la grandeur secondaire de base; dans le second, la grandeur secondaire est d'abord ramenée au primaire et ensuite est divisée par la grandeur primaire de base correspondante:

$$U_{*2} = \frac{U_2}{U_{2n}} = \frac{U_2'}{U_{1n}}; \quad I_{*2} = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{I_2'}{I_{1n}};$$

$$Z_{*2} = \frac{Z_2}{Z_{2n}} = \frac{Z_2'}{Z_{1n}}; \quad P_{*2} = \frac{P_2}{S_{2n}} = \frac{P_2'}{S_{1n}} = U_{*2} I_{*2} \cos \varphi_2. \qquad (3\text{-}27)$$

Pour des raisons compréhensibles, la grandeur secondaire exprimée en unités relatives n'est affectée par aucun indice complémentaire indiquant qu'elle est ramenée au primaire.

Toutes les équations du transformateur peuvent s'écrire en unités relatives. Pour représenter l'équation des tensions ou des courants en unités relatives il faut la diviser par la tension de base ou le courant de base. Effectuons cette opération, par exemple, pour l'équation des tensions de l'enroulement primaire

$$\dot{U}_{*1} = \frac{\dot{U}_1}{U_{1n}} = \frac{-\dot{E}_1}{U_{1n}} + \underline{Z}_1 \frac{I_{1n}}{U_{1n}} \frac{\dot{I}_1}{I_{1n}}$$

ou

$$\dot{U}_{*1} = -\dot{E}_{*1} + \underline{Z}_{*1} \dot{I}_{*1} \qquad (3\text{-}28)$$

et pour l'équation des courants

$$\frac{\dot{I}_1}{I_{1n}} + \frac{\dot{I}_2'}{I_{2n}} = \frac{\dot{I}_0}{I_{1n}}$$

ou

$$\dot{I}_{*1} + \dot{I}_{*2} = \dot{I}_{*0}. \tag{3-29}$$

On voit que dans le système d'unités relatives les équations s'écrivent presque de la même façon que dans le système d'unités absolues à cette différence près que les indices indiquant que les grandeurs sont ramenées au primaire disparaissent. Les unités relatives sont spécialement commodes pour exprimer les paramètres et les grandeurs intervenant dans les schémas électriques équivalents ainsi que pour construire les diagrammes vectoriels.

Les paramètres des enroulements et les pertes dans les transformateurs exprimés en unités relatives ne varient que dans des limites relativement étroites et dépendent surtout de la puissance nominale du transformateur. Indiquons les relations qui existent entre certaines grandeurs exprimées en unités relatives: la réactance d'induction mutuelle est inversement proportionnelle au courant à vide:

$$X_{*0} = Z_{*0} = \frac{Z_0}{Z_{1n}} = \frac{U_{1n}}{I_0} \frac{I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n}}{I_0}; \tag{3-30}$$

la résistance de la branche magnétisante s'exprime par le courant à vide et les pertes magnétiques (ou les pertes à vide):

$$R_{*0} = \frac{R_0}{Z_{1n}} = \frac{P_{magn} I_{1n}}{3I_0^2 U_{1n}} = \frac{P_{magn}}{3U_{1n} I_{1n}} \left(\frac{I_{1n}}{I_0}\right)^2 = \frac{P_{*magn}}{I_{*0}^2}; \tag{3-31}$$

les résistances des enroulements sont égales aux pertes électriques dans l'enroulement:

$$\left.\begin{aligned} R_{*1} &= \frac{R_1}{Z_{1n}} = \frac{3R_1 I_{1n}^2}{3U_{1n} I_{1n}} = \frac{P_{él.\,1}}{S_{1n}} = P_{*él.\,1}; \\ R_{*2} &= \frac{R_2'}{Z_{1n}} = \frac{3R_2' I_{1n}^2}{3U_{1n} I_{1n}} = \frac{P_{él.\,2}}{S_{1n}} = P_{*él.\,2}. \end{aligned}\right\} \tag{3-32}$$

En utilisant ces relations et les caractéristiques techniques des transformateurs fabriqués, on peut indiquer les limites de variation des grandeurs et paramètres relatifs pour des transformateurs triphasés de 25 à 500 000 kVA (aux transformateurs plus puissants correspondent les valeurs plus faibles des résistances et les valeurs plus grandes des réactances d'induction):

$$\left.\begin{aligned} & I_{*0} = 0{,}03 \text{ à } 0{,}003; \\ & P_{*magn} = P_{*0} = 0{,}005 \text{ à } 0{,}0006; \\ & P_{*1\,él.} + P_{*él.\,2} = P_{*cc} = 0{,}025 \text{ à } 0{,}0025; \\ & X_{*1} = X_{*2} = 0{,}03 \text{ à } 0{,}07; \\ & Z_{*0} = X_{*0} = 33 \text{ à } 330; \\ & R_{*1} = R_{*2} = 0{,}0125 \text{ à } 0{,}00125; \\ & R_{*0} = 5{,}5 \text{ à } 65. \end{aligned}\right\} \tag{3-33}$$

Ces données montrent que les paramètres en unités relatives varient tout au plus de 10 fois (les réactances X_{*1} et X_{*2} de 2 fois seulement) lorsque la puissance du transformateur varie de 20 000 fois. On vérifiera aisément que les mêmes paramètres en unités absolues varient des centaines de milliers de fois.

§ 3-7. Influence des variations de charge sur les phénomènes dans le transformateur

Les enroulements primaire et secondaire sont couplés par le champ magnétique d'induction mutuelle. Aussi toute variation de l'impédance de charge, la tension primaire restant inchangée (U_{1n} = constante), entraîne-t-elle non seulement une variation correspondante du courant secondaire I_2 mais aussi une variation du flux magnétique Φ, du courant magnétisant I_0, du courant primaire I_1 et de la tension secondaire U_2. Quand le phénomène transitoire lié à la variation de l'impédance de charge prend fin, il s'établit automatiquement un nouveau régime dans lequel les circuits électriques et magnétiques du transformateur sont de nouveau en état d'équilibre. En d'autres termes, les courants dans les enroulements et le flux magnétique prennent des valeurs telles que se trouvent de nouveau réalisées les conditions d'équilibre des circuits électriques du transformateur données par les équations des tensions (3-13) ou (3-19) et, pour le circuit magnétique, par l'équation des courants (3-20) complétée des équations des f.é.m. (3-7), (3-8).

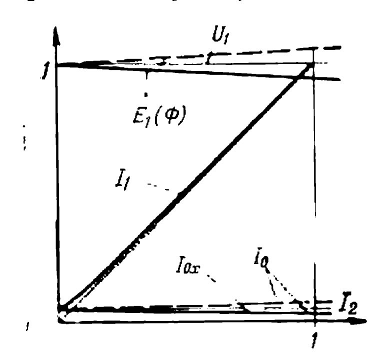


Fig. 3-7. Variations du flux Φ, de la f.é.m. E_1, du courant magnétisant I_0 et du courant primaire I_1 en fonction du courant secondaire I_2:
——— charge inductive ($\varphi_2 > 0$);
— — — — — charge capacitive ($\varphi_2 < 0$).

Toute variation du courant secondaire provoque une variation correspondante de l'amplitude du flux magnétique Φ_m et de la f.é.m. E_1 qu'il induit. L'état d'équilibre du circuit primaire auquel correspondait une certaine valeur du courant primaire se trouve troublé, ce qui fait naître dans l'enroulement primaire, conformément à (3-13), un courant $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1-(-\dot{E}_1)}{\underline{Z}_1}$. Les variations de la f.é.m. E_1 et du courant I_1 se produisent jusqu'à l'instant où le courant magnétisant (pour la nouvelle valeur du courant I_2) et la f.é.m. $-\dot{E}_1 = \underline{Z}_0\dot{I}_0$ qui lui correspond se trouvent suffisants pour faire apparaître dans le circuit de l'enroulement primaire un courant permanent I_1.

En considérant conjointement les équations écrites plus haut, on peut exprimer le courant primaire (fig. 3-7)

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{1n}}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1} - \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1} \dot{I}'_2 = \dot{I}_{0v} - \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1} \dot{I}'_2, \qquad (3\text{-}34)$$

où $\dot{I}_{0v} = \frac{\dot{U}_{1n}}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1}$ est le courant magnétisant à vide.

Compte tenu de ce que $Z_1 \ll Z_0$, on obtient pour une charge suffisamment grande

$$I_{0v} \ll I_1 \quad \text{et} \quad \dot{I}_1 = -\dot{I}'_2.$$

Le flux magnétique Φ varie proportionnellement à la f.é.m. E_1 qui dépend à son tour du courant primaire et de son déphasage

$$-\dot{E}_1 = \dot{U}_{1n} - \underline{Z}_1 \dot{I}_1,$$

ou encore, en unités relatives,

$$-\dot{E}_{*1} = \dot{U}_{*1n} - \underline{Z}_{*1} \dot{I}_{*1}. \qquad (3\text{-}35)$$

En marche à vide, lorsque $I_1 = I_{0v} \approx 0$, la f.é.m. et le flux sont égaux à la tension primaire qu'on prend pour unitaire:

$$E_{*1} = \Phi_{*1} = \frac{\Phi_1}{\Phi_{1n}} = U_{*1n} = 1.$$

En charge nominale ($I_{*1} = I_{*1n} = 1$), la f.é.m. et le flux varient peu par rapport à la marche à vide. Même dans le cas où le déphasage du courant $\dot{I}_{1n}$ est tel que $\underline{Z}_1 \dot{I}_1$ est en phase ou en opposition de phase avec la tension $\dot{U}_{1n}$, la f.é.m. a pour expression

$$E_{*1n} = U_{*1n} \pm Z_{*1} I_{*1n} = 1 \pm Z_{*1},$$

où $Z_{*1} = 0{,}03$ à $0{,}07$ (3-33).

Ainsi, même avec la charge la plus défavorable, la f.é.m. et le flux ne varient, lorsqu'on passe de la marche à vide à la charge nominale (fig. 3-7), que de $Z_{*1} \cdot 100\ \% = 3$ à $7\ \%$.

Pour d'autres déphasages des courants I_2 et I_1 on constate des variations encore plus faibles de ces grandeurs et, comme le montrent les diagrammes des figures 3-4 et 3-5, avec une charge à composantes résistive et inductive, la f.é.m. diminue, alors qu'avec une charge à composantes résistive et capacitive lorsque l'angle φ_2 est voisin de $-\pi/2$, elle peut augmenter. La variation du courant magnétisant avec la charge est aussi faible. On peut l'évaluer d'après (3-20):

$$\dot{I}_0 = \frac{-\dot{E}_1}{\underline{Z}_0} = \frac{\dot{U}_1 - \underline{Z}_1 \dot{I}_1}{\underline{Z}_0} = \dot{I}_{0v} - \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_0} \dot{I}_1. \qquad (3\text{-}36)$$

A l'approximation linéaire, ce courant varie de la même façon que la f.é.m. E_1 et compte tenu de la non-linéarité du circuit magnétique qui occasionne une variation de Z_0, un peu plus fortement. On peut tenir compte de cette non-linéarité à l'aide de la courbe de magnétisation $\Phi = f(I_0)$ représentée par la figure 2-9.

Les allures de variation de I_1, E_1, Φ, I_0 en fonction du courant secondaire I_2 pour des charges de nature inductive et capacitive sont montrées sur la figure 3-7.

§ 3-8. Transformation de l'énergie dans un transformateur en charge

On convient de considérer que l'énergie électrique fournie à l'enroulement primaire du transformateur par le réseau d'alimentation se compose de deux parties.

Une partie de cette énergie est transmise à la charge du transformateur et perdue partiellement dans le transformateur lui-même. La puissance moyenne de ce flux d'énergie unidirectionnel s'appelle la *puissance active* consommée par l'enroulement primaire au réseau et calculée, pour un transformateur monophasé, par la formule

$$P = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_1 I_{1a} = U_{1a} I_1, \qquad (3\text{-}37)$$

où $I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1$ est la composante active du courant;
$U_{1a} = U_1 \cos \varphi_1$ est la composante active de la tension.

La puissance active est considérée comme positive $P_1 > 0$ pour

$$\pi/2 < \varphi_1 < \pi/2.$$

L'autre partie de l'énergie est dépensée pour la production de champs magnétiques dans le transformateur [1]) lui-même et de champs électriques et magnétiques dans la charge. Le flux de cette partie d'énergie change de sens deux fois par période de sorte que sa puissance moyenne est nulle. On convient de caractériser l'intensité de l'échange d'énergie entre le réseau et le champ (magnétique ou électrique) par l'amplitude de la puissance instantanée du flux d'énergie appelée *puissance réactive*. La puissance réactive que l'enroulement primaire d'un transformateur monophasé absorbe au réseau se calcule par la formule

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = U_1 I_{1r} = U_{1r} I_1, \qquad (3\text{-}38)$$

où $I_{1r} = I_1 \sin \varphi_1$ est la composante réactive du courant efficace;
$U_{1r} = U_1 \sin \varphi_1$ est la composante réactive de la tension efficace.

La puissance réactive est considérée comme positive ($Q_1 > 0$) *lorsque la composante réactive du courant est en retard sur la tension, c'est-à-dire pour* $0 < \varphi_1 < \pi$, *ce qui correspond à une charge à composantes résistive et inductive*. La puissance réactive est négative ($Q_1 < 0$), lorsque la composante réactive du courant est en avance sur la tension, c'est-à-

[1]) L'énergie du champ électrique dans le transformateur lui-même est généralement négligée.

dire pour $0 > \varphi_1 > -\pi$, ce qui correspond à une charge à composantes résistive et capacitive.

Examinons le phénomène de transformation de la puissance active dans le transformateur. Représentons la composante active

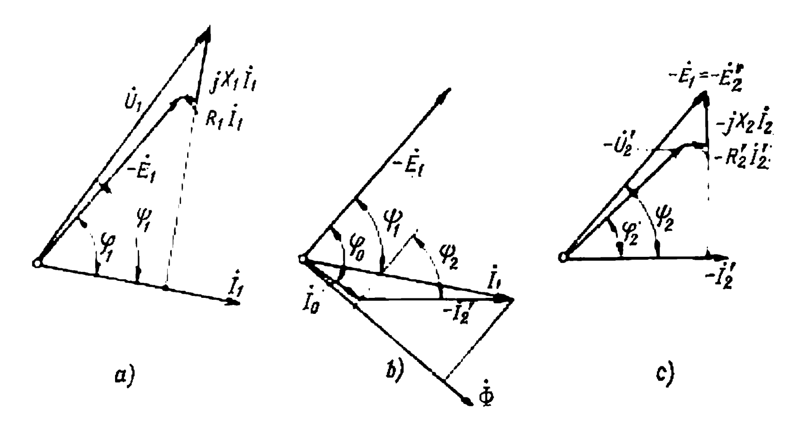


Fig. 3-8. Fragments du diagramme vectoriel du transformateur débitant sur une charge inductive (selon la figure 3-4).

de la tension primaire $U_{1a} = U_1 \cos \varphi_1$ par la somme des projections de la f.é.m. E_1 et de la chute de tension R_1I_1 (v. le fragment du diagramme vectoriel sur la figure 3-8, *a*)

$$U_{1a} = U_1 \cos \varphi_1 = E_1 \cos \psi_1 + R_1 I_1$$

et exprimons la puissance active P_1 fournie par le réseau à l'enroulement primaire (le sens de son flux est indiqué par des flèches sur la figure 3-9) sous la forme d'une somme de deux puissances

$$P_1 = (U_1 \cos \varphi_1)\, I_1 = (E_1 \cos \psi_1)\, I_1 + (R_1 I_1)\, I_1. \qquad (3\text{-}39)$$

La puissance $R_1 I_1^2 = P_{él.\,1}$ représente les pertes électriques dans l'enroulement primaire qui se dégagent par effet Joule dans ses conducteurs (v. des flèches sur la figure 3-9).

La puissance $(E_1 \cos \psi_1)\, I_1$ peut être décomposée elle aussi en deux puissances à l'aide du diagramme de la figure 3-8, *b* dans lequel la composante active du courant primaire $I_1 \cos \psi_1$ est représentée par la somme des composantes actives du courant magnétisant $I_0 \cos \varphi_0$ et du courant secondaire $I_2' \cos \psi_2$:

$$E_1 I_1 \cos \psi_1 = E_1 I_2' \cos \psi_2 + E_1 I_0 \cos \varphi_0 = P_{ém} + P_{magn}. \qquad (3\text{-}40)$$

La puissance $P_{ém} = E_1 I_2' \cos \psi_2$ porte le nom de puissance électromagnétique du transformateur. Cette puissance est transmise de l'enroulement primaire à l'enroulement secondaire par l'intermédiaire du champ électromagnétique. Le flux d'énergie électro-

magnétique (fig. 3-9) traverse le canal existant entre les enroulements du transformateur.

La puissance $E_1 I_0 \cos \varphi_0 = E_1 I_{0a} = P_{\text{magn}}$ représente les pertes magnétiques du transformateur (v. § 2-8).

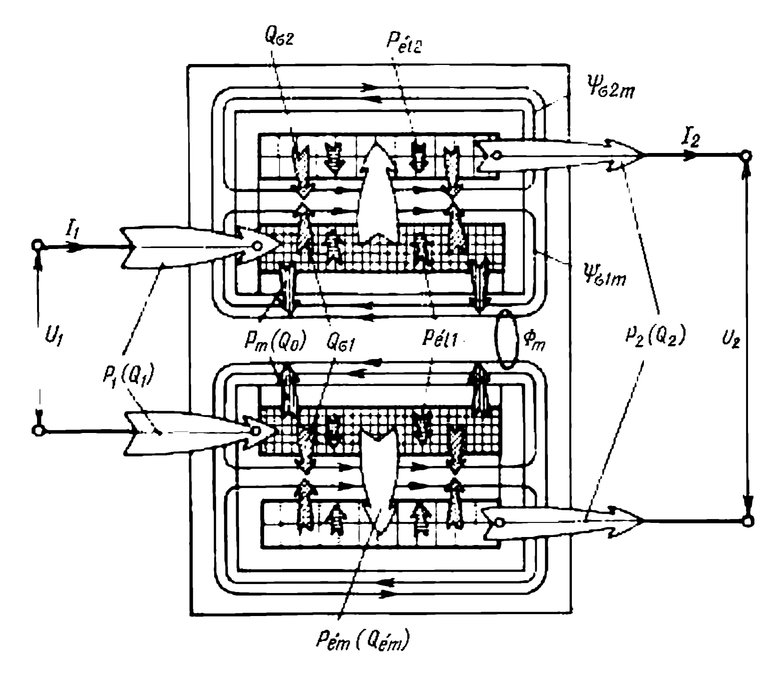


Fig. 3-9. Flux de puissances actives et réactives dans un transformateur en charge.

Représentons, à l'aide du diagramme de la figure 3-8, *c*, la composante active de la f.é.m. $E_1 \cos \psi_2$ par la composante active de la tension secondaire $U'_2 \cos \varphi_2$ et la chute par résistance $R'_2 I'_2$, il vient

$$P_{\text{ém}} = (E_1 \cos \psi_2)\, I'_2 = (U'_2 \cos \varphi_2)\, I'_2 + (R'_2 I'_2)\, I'_2 = P_2 + P_{\text{él}\,2}. \quad (3\text{-}41)$$

La puissance électromagnétique est dépensée en partie par les pertes électriques dans l'enroulement secondaire $P_{\text{él}2} = R'_2 I'^2_2$. Sa partie restante $P_2 = U'_2 I'_2 \cos \varphi_2$ est transmise par la voie électrique au réseau d'utilisation (fig. 3-9).

La puissance active reçue par le transformateur a pour expression

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= P_{\text{él}\,1} + P_{\text{magn}} + P_{\text{ém}}\,; \\ P_{\text{ém}} &= P_{\text{él}\,2} + P_2, \end{aligned}\right\} \quad (3\text{-}42)$$

ou $P_1 = P_2 + \sum P_{\text{pertes}}$, où $\sum P_{\text{pertes}} = P_{\text{él}1} + P_{\text{él}2} + P_{\text{magn}}$.

La transformation de la puissance réactive dans le transformateur est examinée d'une manière analogue. Ce faisant, on a aussi recours au diagramme vectoriel de la figure 3-8.

La puissance réactive primaire est représentée par la somme des composantes suivantes:

$$Q_1 = (U_1 \sin \varphi_1) I_1 = (E_1 \sin \psi_1) I_1 + \\ + (X_1 I_1) I_1 = (E_1 \sin \psi_1) I_1 + Q_{\sigma 1}; \qquad (3\text{-}43)$$

où

$$E_1 (I_1 \sin \psi_1) = E_1 (I'_2 \sin \psi_2) + E_1 (I_0 \sin \varphi_0) = Q_{\text{ém}} + Q_0,$$

$$Q_{\text{ém}} = (E_1 \sin \psi_2) I'_2 = (U'_2 \sin \varphi_2) I'_2 + (X'_2 I'_2) I'_2 = Q_2 + Q_{\sigma 2}.$$

L'interprétation physique de ces composantes de la puissance réactive est la suivante:

$Q_{\text{ém}} = E_1 (I'_2 \sin \psi_2)$ est la puissance réactive transmise par la voie électromagnétique de l'enroulement primaire à l'enroulement secondaire;

$Q_0 = E_1 (I_0 \sin \varphi_0) = E_1 I_{0r}$, la puissance réactive nécessaire pour la production du champ magnétique d'induction mutuelle;

$Q_{\sigma 1} = X_1 I_1^2$, la puissance réactive nécessaire à la production du champ de fuites de l'enroulement primaire;

$Q_{\sigma 2} = X'_2 I'^2_2$, la puissance réactive nécessaire à la production du champ de fuites de l'enroulement secondaire;

$Q_2 = U'_2 I'_2 \sin \varphi_2$, la puissance réactive consommée par le réseau secondaire.

Les sens des flux de ces puissances sont indiqués sur la figure 3-9.

CHAPITRE 4

TRANSFORMATION DES COURANTS TRIPHASÉS

§ 4-1. Procédés de transformation des courants et tensions triphasés (schémas, désignations, relations fondamentales)

Les courants et les tensions triphasés peuvent être transformés soit à l'aide d'un groupe de trois transformateurs monophasés à deux enroulements (fig. 4-1), soit à l'aide d'un transformateur triphasé à deux enroulements qui sont placés sur un circuit magnétique commun à trois ou à cinq noyaux (fig. 4-2).

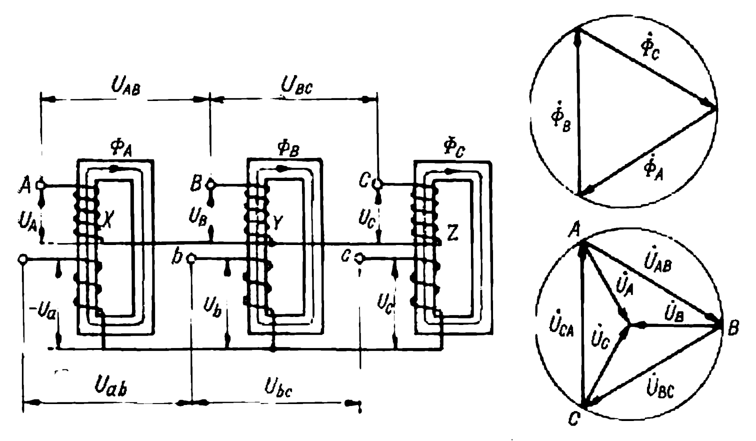


Fig. 4-1. Transformation de courants triphasés à l'aide d'un groupe de trois transformateurs monophasés.

Le circuit magnétique d'un transformateur triphasé à trois noyaux peut être constitué par les trois circuits magnétiques des transformateurs monophasés, en les réunissant en un seul. En plaçant les transformateurs monophasés comme l'indique la figure 4-3, *a* et en réunissant en un seul les noyaux non bobinés, on peut constater que dans le cas d'un système de tensions équilibrées (fig. 4-1) le flux parcourant le noyau central et égal à la somme des flux de phase s'annule

$$\dot{\Phi}_A + \dot{\Phi}_B + \dot{\Phi}_C = 0,$$

si bien que ce noyau pourra être supprimé (fig. 4-3, *b*).

Le circuit magnétique ainsi obtenu, dont les trois noyaux sont situés aux trois sommets d'un triangle équilatère n'est utilisé que très rarement. Les flux qui parcourent les noyaux A et C se ferment dans un tel transformateur à travers le noyau B car $\dot{\Phi}_B = -\dot{\Phi}_A - \dot{\Phi}_C$. On préfère généralement une disposition plus simple, à plat

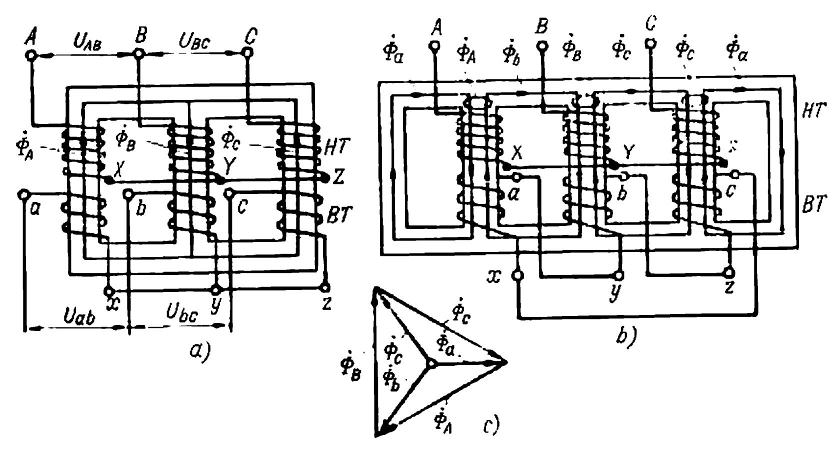


Fig. 4-2. Transformateurs triphasés à trois colonnes (*a*) et à cinq colonnes (*b*).

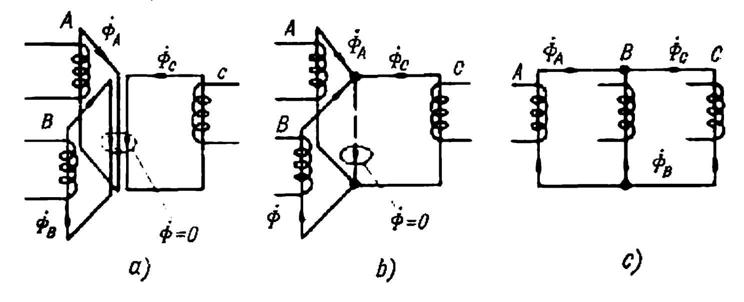


Fig. 4-3. Obtention d'un circuit magnétique triphasé symétrique (*a* et *b*) et dissymétrique (*c*) à partir de trois circuits magnétiques monophasés.

(fig. 4-3, *c*), dans laquelle tous les trois noyaux sont placés dans un même plan. Elle diffère de la disposition précédente en ce que le noyau de la phase B n'a pas de culasses et les axes des noyaux de toutes les phases et des culasses se disposent dans un même plan.

Cette dernière disposition accuse une petite dissymétrie magnétique qui conduit à un certain déséquilibre entre les courants magnétisants. Or, ces derniers étant très petits devant les courants de charge, ce déséquilibre n'est pas dangereux.

Dans les transformateurs de très grande puissance, pour diminuer la hauteur des culasses, on utilise des *circuits magnétiques à cinq noyaux* (fig. 4-2, *b*). On y arrive en constituant des voies magnétiques

complémentaires (en forme de noyaux extrêmes de retour de flux) par lesquelles peuvent se fermer les flux magnétiques. Dans le circuit magnétique à cinq noyaux, les flux de phase $\dot{\Phi}_A$, $\dot{\Phi}_B$ et $\dot{\Phi}_C$ peuvent être représentés comme étant formés par des flux dans les différents contours $\dot{\Phi}_a$, $\dot{\Phi}_b$, $\dot{\Phi}_c$ (fig. 4-2, *b*) tels que $\dot{\Phi}_A = \dot{\Phi}_b - \dot{\Phi}_a$, $\dot{\Phi}_B = \dot{\Phi}_c - \dot{\Phi}_b$, $\dot{\Phi}_C = \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_c$. Comme le montre le diagramme des flux (fig. 4-2) construit d'après les données de calcul du circuit magnétique, les flux parcourant les contours des culasses forment une étoile presque symétrique (le flux Φ_a est un peu plus petit que le flux $\Phi_b = \Phi_c$) et dans les culasses *b* et *c* ils sont presque $\sqrt{3}$ fois plus faibles que les flux dans les noyaux de phase [rappelons que dans le transformateur à trois noyaux (fig. 4-2, *a*) les flux qui parcourent les culasses ne diffèrent pas des flux dans les noyaux bobinés].

Le transformateur triphasé monobloc étant plus économique, le transformateur constitué de trois unités monophasées n'est utilisé

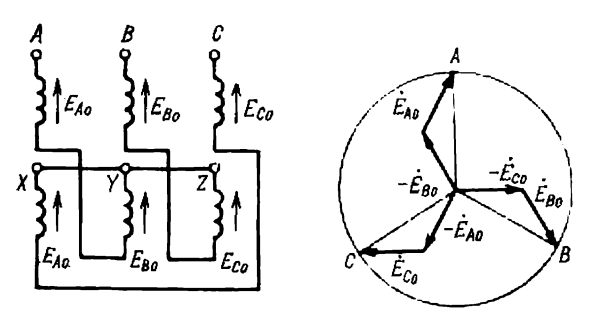


Fig. 4-4. Couplage zigzag-étoile.

que dans les cas où l'appareil triphasé de puissance correspondante est inutilisable à cause de la valeur prohibitive de sa masse ou de ses dimensions.

Les enroulements triphasés sont couplés en étoile (fig. 4-1, 4-2, *a*), en triangle (fig. 4-2, *b*, enroulement *BT*) et plus rarement en zigzag (fig. 4-4). Dans le montage en étoile $U_l = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{3}U_{ph}$, où $U_{ph} = U_A = U_B = U_C$; $I_l = I_{ph}$; dans le montage en triangle, $U_l = U_{ph} = U_a = U_b = U_c = U_{ab} = U_{bc} = U_{ac}$; $I_l = \sqrt{3}I_{ph}$; dans le montage en zigzag les relations entre les tensions et les courants sont les mêmes que dans le montage en étoile mais pour obtenir la même tension simple, le nombre de spires dans la phase doit être augmenté de $2/\sqrt{3} = 1{,}16$ fois. Il en résulte une augmentation du prix de revient du transformateur à enroulement en zigzag qui n'est que partiellement justifiée par certains avantages qu'un tel transformateur présente en explication (formes des courbes de flux et de f.é.m. de phase).

D'après les Normes GOST 11677-76, le couplage en étoile est désigné par le symbole Y, une lettre russe У ou une lettre latine Y, le couplage en triangle par le symbole Δ; une lettre russe Д ou une lettre grecque Δ; le couplage en zigzag par une lettre latine Z.

Lorsque les désignations littérales des couplages en étoile ou en zigzag sont affectées de l'indice « n », cela signifie que le point neutre est sorti du transformateur et peut être utilisé pour le raccordement du fil neutre.

L'enroulement à plus haute tension (composée) nominale est appelé *enroulement* (à) *haute tension* (HT) et l'enroulement à la tension la moins élevée est dit *enroulement* (à) *basse tension* (BT).

Le couplage d'un transformateur à deux enroulements est désigné par une fraction dont le numérateur est le symbole de couplage de l'enroulement HT et le dénominateur, celui de l'enroulement BT. Par exemple, le schéma des connexions de la figure 4-2, *a* est désigné par Y/Y et le schéma de la figure 4-2, b par Y/Δ.

Suivant les Normes GOST 11677-75 l'entrée (commencement) et la sortie (fin) de l'enroulement HT d'un transformateur monophasé sont désignées par les lettres majuscules A et X et les extrémités de l'enroulement BT par des lettres minuscules a et x. Dans un transformateur triphasé, les entrées et les sorties sont repérées A, B, C et X, Y, Z pour l'enroulement HT et a, b, c et x, y, z pour l'enroulement BT; le point neutre de l'étoile est désigné respectivement par O (pour l'enroulement HT) et o (pour l'enroulement BT) [1].

§ 4-2. Description des phénomènes intervenant dans les transformateurs triphasés fonctionnant en charge équilibrée

Pour la description des phénomènes électromagnétiques inhérents aux transformateurs triphasés fonctionnant en charge équilibrée, on peut appliquer la théorie développée en monophasé.

Toutes les relations obtenues pour le transformateur monophasé sont valables pour chaque phase d'un transformateur triphasé constituée par les enroulements primaire et secondaire placés sur un noyau commun. Il est vrai qu'on doit tenir compte de certaines particularités liées à la magnétisation des circuits magnétiques des transformateurs triphasés (v. § 4-4) et au calcul du courant magnétisant (v. § 8-1). Pourtant, du fait que les courants magnétisants sont très petits devant les courants de charge, le déséquilibre de ces courants occasionné par la dissymétrie du circuit magnétique triphasé plan est sans importance si bien que pour les calculs on prend un système équilibré équivalent de courants magnétisants moyennés auxquels correspondent les moyennes des impédances d'induction mutuelle ($Z_{0A} = Z_{0B} = Z_{0C}$) qui tiennent compte des couplages magnétiques entre les enroulements des diverses phases.

[1]) Conformément aux Normes GOST 1494-77 (Electrotechnique. Symboles littéraux des grandeurs fondamentales) le fil neutre est désigné par une lettre N.

Puisque les champs de fuites sont concentrés dans l'espace occupé par les enroulements eux-mêmes (v. § 8-2), les champs de fuites des diverses phases peuvent être considérés indépendamment des champs de fuites des autres phases et les réactances de fuites des enroulements de phase, ayant les mêmes dimensions, peuvent être considérées comme égales ($X_{1A} = X_{1B} = X_{1C}$; $X_{2A} = X_{2B} = X_{2C}$). Cette remarque s'applique également aux résistances des phases (R_1, R_2).

Pour cela, lorsque les tensions composées primaires U_{1l} et les impédances de charge sont équilibrées, il en est de même des courants et des tensions simples. On est donc en droit d'utiliser des relations simples qui existent entre les grandeurs composées et les grandeurs simples ($I_{\text{ph}} = I_l$; $U_{\text{ph}} = U_l/\sqrt{3}$ pour l'étoile et $U_{\text{ph}} = U_l$, $I_{\text{ph}} = I_l/\sqrt{3}$ pour le triangle) et d'appliquer, pour décrire les phénomènes dans chacune des phases, les équations, le circuit équivalent et le diagramme vectoriel du transformateur monophasé (v. chap. 3) en y introduisant les grandeurs simples (tensions simples, courants simples, résistances et réactances de phase) et le rapport de transformation défini par le rapport des tensions simples ou par celui des nombres de spires

$$n_{21} = \frac{U_{2n(\text{ph})}}{U_{1n(\text{ph})}} = \frac{w_2}{w_1}.$$

§ 4-3. Schémas et groupes de couplage des transformateurs

Pour pouvoir utiliser correctement les transformateurs dans les réseaux électriques, il est nécessaire de connaître l'angle de déphasage entre les f.é.m. des enroulements basse tension et haute tension. Par cet angle on entend l'angle entre les f.é.m. des enroulements HT et BT mesurées aux bornes homologues, par exemple entre la f.é.m. de l'enroulement HT aux bornes A et B et la f.é.m. de l'enroulement BT aux bornes a et b.

Une des dispositions relatives possibles des complexes représentant les f.é.m. composées AB et ab dans les transformateurs triphasés est indiquée sur la figure 4-5 (la direction de A à B et respectivement de a à b correspond au sens positif choisi).

Dans les transformateurs monophasés, l'angle de déphasage entre les f.é.m. aux enroulements HT et BT peut être égal soit à 0, soit à 180°; dans les transformateurs triphasés, les f.é.m. composées des enroulements HT et BT peuvent être décalées d'un angle multiple de 30°. Puisque cet angle est dans tous les cas multiple de 30°, il est commode de l'exprimer non pas en degrés ou en radians mais par le nombre de divisions du cadran d'une horloge (l'angle formé entre deux divisions consécutives de ce cadran est égal à 30°).

Les transformateurs ayant les mêmes angles entre les f.é.m. appartiennent à un même *groupe de couplage* caractérisé par son *indice horaire.*

Par *indice horaire de couplage on entend l'heure indiquée par une horloge dont la grande aiguille est superposée à la f.é.m. de l'enroulement HT et placée sur la division* 0 *(ou* 12) *et la petite aiguille est superposée à la f.é.m. de même nom de l'enroulement BT (dans les transformateurs triphasés on juge de l'indice horaire d'après l'angle entre les f.é.m. composées).*

L'application de cette règle est illustrée par la figure 4-5 qui montre la position relative des f.é.m. pour un transformateur de groupe 11.

Dans les désignations des transformateurs, l'indice horaire suit le symbole de couplage des enroulements (par exemple, Y/Y-0 ou Y/Δ-11). Si les enroulements de phase HT et BT sont bobinés dans le même sens, les bornes BT peuvent être repérées, pour un repérage donné des bornes HT, de deux manières différentes représentées

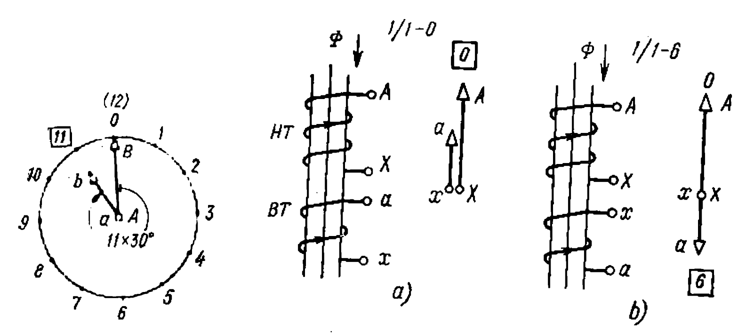


Fig. 4-5. Détermination du groupe de couplage des enroulements.

Fig. 4-6. Groupes de couplage des enroulements et repérage des bornes des transformateurs monophasés.

par la figure 4-6. Les enroulements étant embrassés par le même flux Φ, les f.é.m. désignées par les mêmes lettres seront en phase dans le cas *a*) et en opposition de phase dans le cas *b*) (si le flux Φ diminue dans le cas *a*), les f.é.m. HT et BT sont dirigées de *X* vers *A* et de *x* vers *a*; dans le cas *b*), la f.é.m. BT est dirigée de *a* vers *x*).

Le couplage des transformateurs monophasés d'après le schéma de la figure 4-6, *a* appartient au groupe 0 et se désigne par I/I-0; le couplage de la figure 4-6, *b* appartient au groupe 6 et se désigne par I/I-6. Le passage du groupe 0 au groupe 6 n'exige aucune modification des connexions intérieures dans le transformateur lui-même, il peut être réalisé en changeant le repérage des bornes (*a* au lieu de *x* et *x* au lieu de *a*). Conformément aux Normes GOST 11677-75, tous les transformateurs monophasés produits en Union Soviétique sont du groupe I/I-0.

En étendant aux enroulements de phase HT et BT d'un transformateur triphasé tout ce qui a été dit au sujet des phases de f.é.m., on peut établir que le transformateur triphasé couplé en Y/Y et

ayant les bornes repérées d'après la figure 4-7, *a* appartient, comme le montre le diagramme des f.é.m., au groupe 0 et se désigne par Y/Y-0 (le sens de la f.é.m. simple *ax* coïncide avec celui de la f.é.m. *AX* ; *by* avec *BY* ; *cz* avec *CZ* ; le sens de la f.é.m. composée *ab* coïncide avec celui de la f.é.m. *AB*). En effectuant une permutation circulaire des repères des bornes (sans modifier les connexions intérieures) on peut à partir du groupe 0 obtenir les groupes 4 et 8. Pour des repérages des bornes indiqués entre parenthèses (*a*), (*b*), (*c*), le sens de la f.é.m. composée (*a*), (*b*) coïncide avec le sens de la f.é.m.

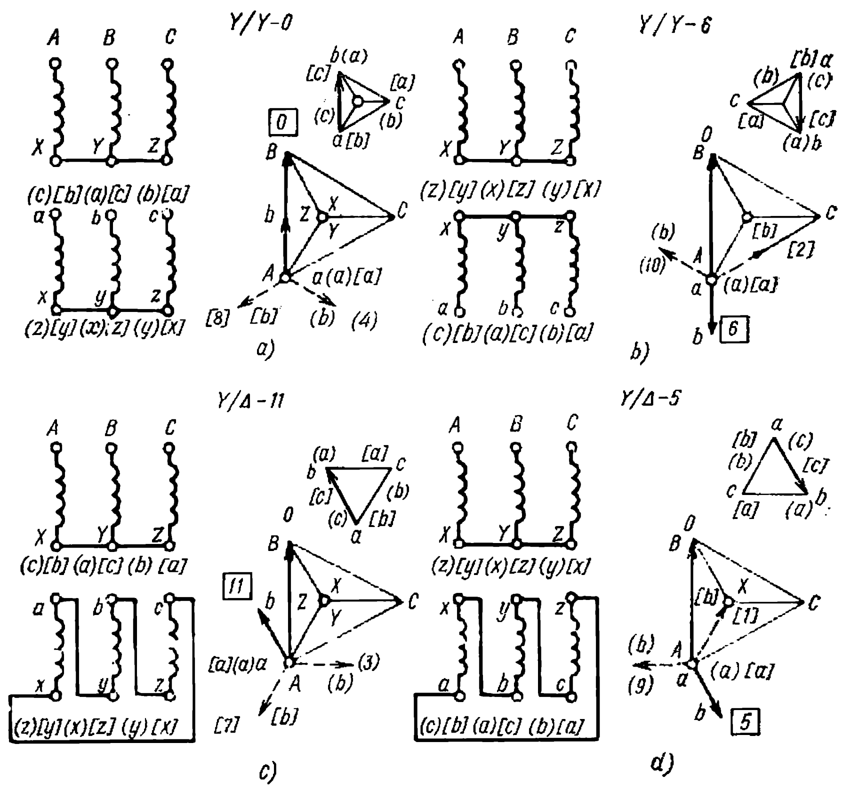


Fig. 4-7. Groupes de couplage des enroulements des transformateurs triphasés.

BC (parce que ces f.é.m. sont mesurées entre les bornes des enroulements placés sur les mêmes noyaux) et le transformateur passe au groupe (4). Pour des repérages des bornes indiqués entre crochets, la f.é.m. [*a*] [*b*] a le sens de la f.é.m. *CA* et le transformateur passe au groupe [8]. Le passage au couplage Y/Y-6 (fig. 4-7, *b*) exige de modifier la position de la barrette neutre à l'intérieur du transformateur, ce qui renverse la phase de toutes les f.é.m. de l'enroulement BT (la f.é.m. *ab* est en opposition de phase avec la f.é.m. *AB*). Par

une permutation circulaire des repères des bornes, on obtient à partir du groupe 6 les groupes (10) et [2] (v. sur la figure 4-7, *b* les repères indiqués entre parenthèses et entre crochets). Ce sont tous les groupes pairs qu'on peut obtenir avec un couplage Y/Y.

Les groupes impairs s'obtiennent avec un couplage Y/Δ. Pour des repères indiqués sans parenthèses (*a*, *b*, *c*, *x*, *y*, *z* sur la figure 4-7, *c*) la f.é.m. composée *ab* qui est en même temps la f.é.m. simple *yb* a le sens de la f.é.m. *YB* et le transformateur appartient au groupe de couplage 11.

En effectuant une permutation circulaire des repères des bornes indiquée sur la figure 4-7, *b*, on obtient entre parenthèses et entre crochets les groupes (3) et [7] (chaque modification des repères fait tourner la f.é.m. ayant la même désignation d'un angle de $120° = 4 \times 30°$, de sorte que le numéro du groupe varie de 4 unités).

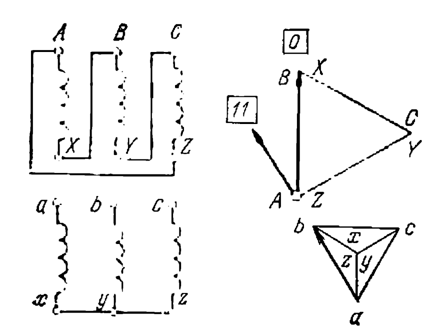


Fig. 4-8. Groupe de couplage Δ/Y-11.

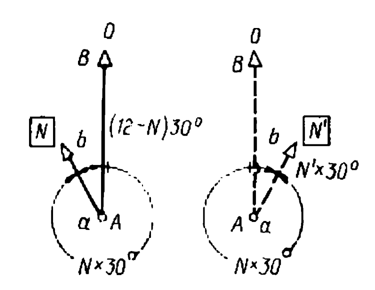


Fig. 4-9. Modification du groupe d'un transformateur lorsque les rôles des enroulements HT et BT sont échangés.

En intervertissant les désignations des entrées et des sorties des enroulements de phase, on peut passer du groupe 11 au groupe 5 (fig. 4-7, *d*, les désignations sans parenthèses). Enfin, par une permutation circulaire indiquée sur la figure 4-7, *d*, on peut passer du groupe 5 aux groupes (9) et [1].

De tous les groupes de couplage possibles des transformateurs triphasés à deux enroulements les Normes soviétiques GOST 11677-75 ne légitiment que deux groupes: 0 et 11 avec neutre sorti au besoin (Y/Y_n-0, Y/Δ-11, Y_n/Δ-11). En outre, ces Normes prévoient un groupe dans lequel les enroulements HT sont couplés en triangle: Δ/Y_n-11. Comme le montre la figure 4-8, le triangle est formé dans ce cas par un procédé différent de celui utilisé dans le couplage Y/Δ-11 (*A* est relié à Z, alors que dans le triangle côté basse tension *a* était relié à *y*). Si le triangle côté HT était réalisé de la même façon que le triangle côté BT dans le couplage Y/Δ-11 de la figure 4-8, *c*, le couplage Δ/Y serait de groupe 1 et non pas de 11.

Il y a intérêt à élucider dans le cas général comment sera modifié le numéro du groupe de couplage si on échange les rôles des enroulements HT et BT tout en conservant leurs couplages et le repérage des bornes. Il est évident que l'angle entre les f.é.m. composées côté HT (*AB*) et côté BT (*ab*) restera inchangé et égal à 30° × N (fig. 4-9).

Mais maintenant, dans le diagramme en traits interrompus la f.é.m. *ab* sera déphasée en avant sur *AB* du même angle de 30° × N dont elle était en retard sur *AB* dans le diagramme en traits pleins. Par suite, si l'angle est compté chaque fois à partir de la f.é.m. *AB* jusqu'à la f.é.m. *ab* dans le sens horaire, l'angle 30° × N′ dans le deuxième cas et l'angle 30° × N dans l'état initial donneront en somme 360°

$$30° \times N' + 30° \times N = 360°.$$

Ainsi, après l'inversion indiquée le numéro N′ du groupe de couplage du transformateur peut être déterminé par la formule

$$N' = 12 - N,$$

où N est le numéro du groupe à l'état initial (dans le cas où N = 11 on a N′ = 12 — 11 = 1).

Le groupe de départ pour obtenir le groupe Δ/Y_n-11 (N′ = 11) est le groupe Y_n/Δ-1 (N = 12 — N′ = 1) qui, à son tour, est obtenu à partir du groupe Y_n/Δ-11, en appliquant un autre procédé pour la formation du triangle (v. plus loin).

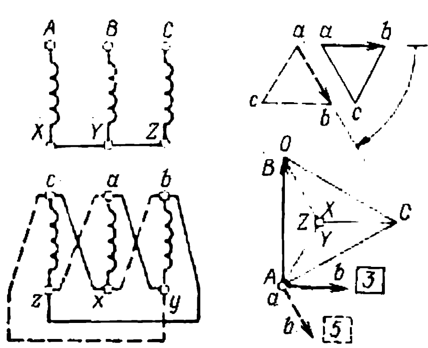


Fig. 4-10. Influence du mode de formation du triangle sur le groupe de couplage.

Il convient de remarquer que le groupe de couplage d'un transformateur dépend non seulement de l'ordre dans lequel sont repérées les entrées et les sorties de l'enroulement BT mais aussi de la façon dont les enroulements de phase sont couplés en triangle. D'après les Normes soviétiques le triangle côté BT doit être formé en reliant la borne *a* à la borne *y*; *b* à *z* et *c* à *x* comme il est indiqué en traits pleins sur les figures 4-7 et 4-10. Si le triangle est constitué en reliant la borne *a* à la borne *z*, la borne *b* à la borne *x* et la borne *c* à la borne *y* (fig. 4-10, en traits interrompus), la f.é.m. de l'enroulement BT, par exemple *ab*, tournera d'un angle 180 — 120 = 2 × 30° en sens horaire et le numéro du groupe de couplage augmentera de 2 unités (pour le repérage des bornes de la figure 4-10 on obtiendra, au lieu du groupe 3, le groupe 3 + 2 = 5). Dans le couplage indiqué en traits pleins, la f.é.m. composée *ab* qui est en même temps la f.é.m.

simple yb, a le sens de la f.é.m. ZC. Dans le couplage indiqué en traits interrompus, la f.é.m. composée ab qui est maintenant la f.é.m. simple ax, a le sens de la f.é.m. BY, c'est-à-dire se trouve tournée par rapport au couplage précédent d'un angle $2 \times 30°$.

Cette règle s'étend à tous les autres groupes de couplage impairs et, en utilisant pour la formation du triangle le procédé non recommandé, on obtient au lieu du groupe N le groupe N' = N + 2 : 1 au lieu de 11, 5 au lieu de 3, 9 au lieu de 7, 3 lieu de 1, 7 au lieu de 5 et 11 au lieu de 9.

Le couplage en zigzag n'est admis par les Normes soviétiques que pour l'enroulement BT et le seul groupe standardisé est Y/z_n-11 avec neutre sorti du zigzag.

§ 4-4. Phénomènes accompagnant la production du champ magnétique dans les transformateurs triphasés

En étudiant au cours du § 2-5 les transformateurs monophasés, nous avons vu que pour un flux variant sinusoïdalement $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, le courant magnétisant obtenu i_0 est non sinusoïdal. En plus de la fondamentale $I_{01m} \times \sin \omega t$ de pulsation ω, le courant i_0 contient des harmoniques impairs $I_{0km} \sin k\omega t$ de pulsation $k\omega$, k étant des entiers impairs 3, 5, 7, 9, 11, 13, . . .

$$i_0 = I_{01m} \sin \omega t + \sum_k I_{0km} \sin k\omega t \text{ [1]}.$$

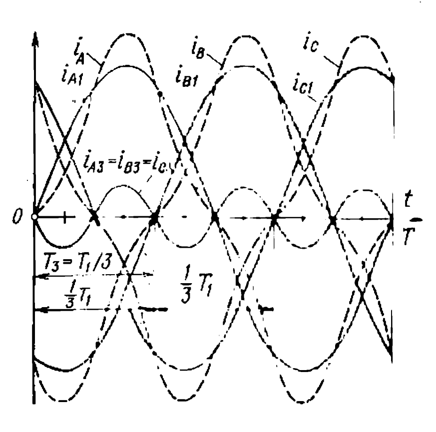


Fig. 4-11. Harmoniques d'un système triphasé symétrique de courants.

On constate que l'écart que la courbe du courant i_0 présente par rapport à la sinusoïde est d'autant plus fort (les amplitudes des harmoniques I_{03m}, I_{05m}, . . . sont d'autant plus élevées) que la non-linéarité de la courbe de magnétisation $\Phi = f(i_0)$ est plus prononcée.

Dans les transformateurs triphasés, les effets liés à la non-linéarité de la courbe de magnétisation se compliquent notablement et leurs manifestations dépendent du mode de couplage des enroulements et de la construction des circuits magnétiques. Lors de la transformation des courants triphasés ce ne sont pas seulement les courants magnétisants qui peuvent présenter des écarts par rapport à la forme sinusoïdale mais aussi les flux magnétiques et les tensions simples.

[1]) Ici et plus loin on ne tient compte que des composantes réactives du courant à vide.

Rappelons certaines particularités propres aux harmoniques de courants et de flux dans les systèmes triphasés équilibrés. Dans un système triphasé équilibré, les grandeurs simples non sinusoïdales (courants, tensions, flux) varient dans toutes les phases de la même façon mais sont décalées dans le temps d'un tiers de période $T_1/3$ où $T_1 = 2\pi/\omega$ (v. fig. 4-11 qui montre un système de courants triphasés non sinusoïdaux i_A, i_B, i_C).

Les premiers harmoniques (ondes fondamentales) des grandeurs simples (des courants par exemple) sont déphasés d'un tiers de période et constituent un système équilibré de courants directs ou de séquence positive (fig. 4-11):

$$i_{A1} = \sqrt{2} I_{A1} \sin \omega t ;$$
$$i_{B1} = \sqrt{2} I_{A1} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) ;$$
$$i_{C1} = \sqrt{2} I_{A1} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

La somme des grandeurs simples (des courants, par exemple) d'une telle séquence est toujours nulle:

$$i_{A1} + i_{B1} + i_{C1} = 0. \qquad (4\text{-}1)$$

On peut s'en assurer facilement en représentant les grandeurs simples (les courants, par exemple) sous forme d'un système symétrique de complexes:

$$\dot{I}_{A1} ; \quad \dot{I}_{B1} = \dot{I}_{A1} e^{-j\frac{2\pi}{3}} ; \quad \dot{I}_{C1} = \dot{I}_{A1} e^{+j\frac{2\pi}{3}}.$$

De tels systèmes équilibrés de séquence positive (systèmes de grandeurs directes) ou négative (systèmes de grandeurs inverses) sont formés par tous les harmoniques dont l'ordre k n'est pas multiple de 3, c'est-à-dire par les harmoniques impairs d'ordre

$$k = 6c \pm 1, \qquad (4\text{-}2)$$

où $c = 0, 1, 2, 3, \ldots$

$$i_{Ak} = \sqrt{2} I_{Ak} \sin k\omega t;$$
$$i_{Bk} = \sqrt{2} I_{Ak} \sin k \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2} I_{Ak} \sin \left(k\omega t \mp \frac{2\pi}{3}\right) ;$$
$$i_{Ck} = \sqrt{2} I_{Ak} \sin k \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2} I_{Ak} \sin \left(k\omega t \pm \frac{2\pi}{3}\right).$$

Pour $k = 6c + 1$ (signes supérieurs figurant dans les arguments des sinus), le système de grandeurs (courants) est de séquence positive; pour $k = 6c - 1$ (signes inférieurs dans les arguments des sinus) il est de séquence négative. La somme des k-ièmes harmoniques des grandeurs simples est elle aussi nulle

$$i_{Ak} + i_{Bk} + i_{Ck} = 0. \qquad (4\text{-}3)$$

Les harmoniques de grandeurs simples dont l'ordre est multiple de 3, c'est-à-dire les harmoniques d'ordre

$$k = 6c + 3, \qquad (4\text{-}4)$$

où $c = 0, 1, 2, 3, \ldots$, forment un système de séquence zéro ou homopolaire dans lequel les grandeurs (courants) de toutes les phases coïncident dans le temps:

$$\underset{(Ck)}{i_{Bk}} = \sqrt{2}\, I_{Ak} \sin k \left(\omega t \mp \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}\, I_{Ak} \sin k\omega t = i_{Ak};$$

$$i_{Ak} = i_{Bk} = i_{Ck}. \qquad (4\text{-}5)$$

Cette propriété est illustrée pour le cas de troisièmes harmoniques des courants par la figure 4-11.

Examinons maintenant les restrictions supplémentaires que les divers modes de couplage des enroulements imposent aux courants non sinusoïdaux. Tous les harmoniques dont l'ordre n'est pas multiple de 3, c'est-à-dire les harmoniques d'ordre 1, 5, 7, 11, 13, . . .,

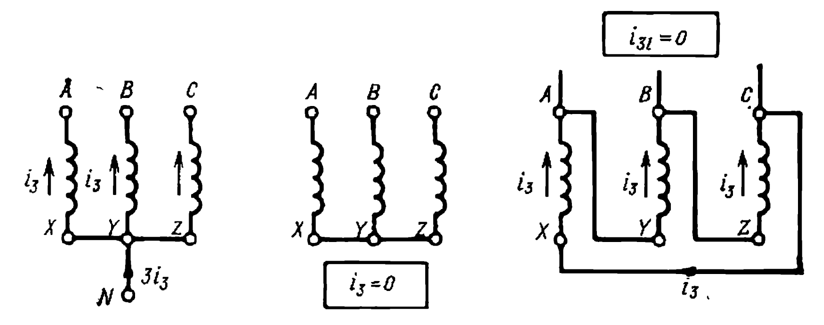


Fig. 4-12. Troisièmes harmoniques de courants dans divers couplages.

forment des systèmes de courants directs ou inverses et peuvent parcourir librement toutes les phases quel que soit leur mode de couplage. Le fil neutre n'est pas parcouru par de tels harmoniques parce que leur somme est toujours nulle. Dans le couplage en triangle, les courants composés dus à ces harmoniques sont $\sqrt{3}$ fois les courants simples, par exemple

$$I_{AB1} = I_{BC1} = I_{CA1} = \sqrt{3}\, I_{A1}, \qquad (4\text{-}6)$$

où

$$\dot{I}_{AB1} = \dot{I}_{A1} - \dot{I}_{B1}.$$

Aucun des harmoniques dont l'ordre est multiple de 3, c'est-à-dire 3, 9, 15, . . ., ne peut exister dans le couplage en étoile sans neutre (fig. 4-12). Dans le couplage en étoile avec neutre sorti Y_n, le fil neutre est parcouru par un courant simple triple, par exemple

$$i_{A3} + i_{B3} + i_{C3} = 3i_{A3}. \qquad (4\text{-}7)$$

Dans le cas où les enroulements sont couplés en triangle, les troisièmes harmoniques de courants simples circulent en circuit fermé dans le triangle sans apparaître dans les fils de ligne.

On observe une situation presque analogue lorsqu'on considère les flux non sinusoïdaux des circuits magnétiques de différentes constructions [1]).

Dans le transformateur triphasé constitué de trois unités monophasées (fig. 4-13, *a*) les troisièmes harmoniques de flux des phases $\Phi_{A3} = \Phi_{B3} = \Phi_{C3} = \Phi_3$ se ferment à l'intérieur du circuit magnétique en empruntant le même chemin que les premiers harmoniques.

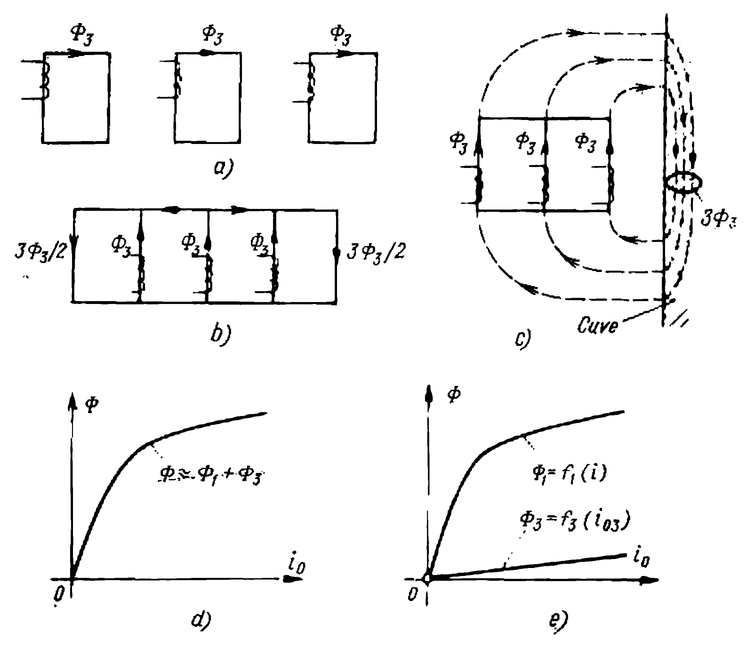


Fig. 4-13. Troisièmes harmoniques de flux dans diverses constructions du circuit magnétique.

Le flux $\Phi \approx \Phi_1 + \Phi_3$, sa variation en fonction du courant magnétisant i_0 est traduite par la courbe de magnétisation $\Phi = f(i_0)$ (fig. 4-13, *d*).

Les noyaux extrêmes d'un transformateur à cinq noyaux jouent le même rôle que le fil neutre dans un enroulement couplé en étoile. Ils constituent un « circuit magnétique neutre » dédoublé par lequel se ferment les troisièmes harmoniques des flux. Dans chacun des noyaux extrêmes le troisième harmonique du flux est égal à $3\Phi_3/2$.

Les premiers harmoniques des flux Φ_{A1}, Φ_{B1}, Φ_{C1} se ferment eux aussi par les noyaux extrêmes; on peut donc conclure qu'en

[1]) Dans ce qui suit on ne tient compte que des premiers et troisièmes harmoniques.

première approximation la variation du flux non sinusoïdal $\Phi \approx \approx \Phi_1 + \Phi_3$ en fonction du courant magnétisant i_0 est donnée par la courbe de magnétisation d'un transformateur à cinq noyaux à flux sinusoïdal (fig. 4-13, *d*).

Dans un transformateur triphasé à trois noyaux qui ne comporte pas de « circuit magnétique neutre » sous forme de noyaux extrêmes, les troisièmes harmoniques de flux (fig. 4-13, *c*) se ferment par les parois de la cuve en rencontrant de fortes réluctances offertes par les intervalles non magnétiques. Par suite, la réluctance opposée aux troisièmes harmoniques de flux est plusieurs dizaines de fois supérieure à celle que doivent surmonter les premiers harmoniques qui se ferment à l'intérieur du circuit magnétique. C'est pourquoi on est amené à déterminer le premier et le troisième harmoniques à l'aide de courbes de magnétisation différentes: le troisième harmonique Φ_3 d'après la caractéristique linéaire $\Phi_3 = f_3 (i_3)$ et le premier harmonique Φ_1 d'après la caractéristique de magnétisation non linéaire obtenue pour un flux à variation sinusoïdale $\Phi_1 = f_1 (i_0)$ après y avoir remplacé le courant i_0 par le courant $i_0 - i_3$ dont la f.m.m. correspond au premier harmonique du flux (fig. 4-13, *e*).

Proposons-nous maintenant de déterminer les formes des courants magnétisants, des flux et des tensions obtenues avec divers couplages des enroulements et les différentes constructions du circuit magnétique, en supposant que les transformateurs sont alimentés en marche à vide du côté HT.

1. Transformateur triphasé constitué de trois unités monophasées couplées en triangle-étoile. — Les transformateurs étant alimentés du côté triangle, la tension simple du côté HT est égale à la tension composée sinusoïdale. Tous les transformateurs monophasés sont donc mis sous une tension sinusoïdale et les phénomènes qui caractérisent leur magnétisation se déroulent exactement de la même façon que dans un transformateur monophasé distinct alimenté sous une tension sinusoïdale (v. § 2-5): le flux varie harmoniquement alors que le courant magnétisant de phase est non sinusoïdal.

La forme du courant magnétisant est la même que celle de la figure 2-4.

Les fils conducteurs extérieurs sont parcourus par des courants dont l'ordre des harmoniques composants n'est pas multiple de 3 (principalement le premier harmonique i_{01l}). Leur valeur efficace est $\sqrt{3}$ fois celle des grandeurs simples $I_{01l} = \sqrt{3} I_{01}$ (v. la relation 4-6). Les harmoniques dont l'ordre est multiple de 3 (principalement i_{03}) circulent en circuit fermé dans le triangle et sont donc nuls dans les fils de ligne (v. fig. 4-12). Puisque les flux dans les phases ne comportent que les premiers harmoniques Φ_{A1}, Φ_{B1}, Φ_{C1}, tout ce que nous venons de dire pour les transformateurs monophasés s'applique intégralement aux transformateurs triphasés à cinq ou à trois noyaux couplés en Δ/Y.

2. Transformateur triphasé constitué de trois unités monophasées couplées en Y/Y ou Y/Δ. — Dans le cas des tensions composées

sinusoïdales du côté HT, les tensions simples peuvent comporter tant les premiers harmoniques que les harmoniques dont l'ordre est multiple de 3; quant aux harmoniques d'ordre plus élevé, par exemple cinq, sept, etc., ils ne peuvent pas être présents dans les tensions simples, sinon les tensions composées devraient les contenir.

Dans le couplage en étoile sans neutre (v. fig. 4-12), les courants magnétisants peuvent comporter tous les harmoniques sauf le troisième. Si l'on néglige tous les harmoniques de courants excepté les premiers, on peut considérer avec une approximation suffisante que le courant magnétisant est sinusoïdal $i_0 \approx i_{01}$ (fig. 4-14). Les flux magnétiques dans le groupe de transformateurs monophasés (v. fig. 4-13) contiennent (compte tenu du fait qu'ils ne doivent pas induire les cinquièmes et septièmes harmoniques des tensions simples) seulement les premiers et troisièmes harmoniques $\Phi \approx \Phi_1 + \Phi_3$.

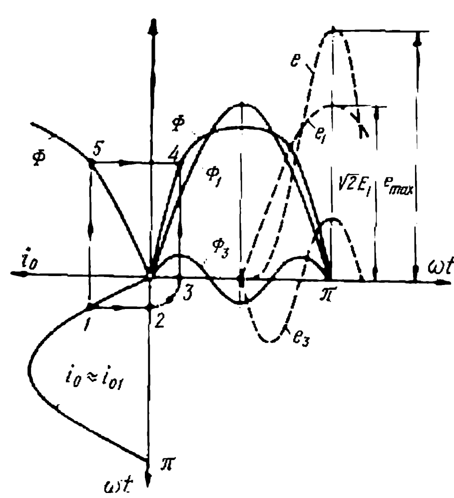


Fig. 4-14. Harmoniques de courant, de flux et de f.é.m. simple d'un transformateur triphasé constitué de trois unités monophasées couplées en Y/Y.

La forme de la courbe du flux magnétique est déterminée graphiquement à l'aide de la courbe de magnétisation $\Phi = f(i_0)$ avec un courant magnétisant sinusoïdal $i_0 \approx i_{01}$ (en réalité, ce courant doit contenir les cinquième et septième harmoniques parce que les cinquièmes et septièmes harmoniques du flux sont absents).

Sur la figure 4-14 le flux dans une phase est déterminé au troisième harmonique près. Cette figure montre que la courbe du flux est fortement aplatie. Il en résulte un écart par rapport à la sinusoïde des f.é.m. et des tensions simples. Pour un flux aplati, la f.é.m. simple fait un saut brusque (v. fig. 4-14) dont le maximum peut dépasser de 60 à 90 % l'amplitude du premier harmonique. Dans ce cas on est obligé à calculer l'isolation du transformateur d'après la valeur de crête de la f.é.m., ce qui accroît le prix du transformateur. C'est la raison pour laquelle le couplage Y/Y n'est utilisé ni dans le groupe de trois transformateurs monophasés, ni dans les transformateurs triphasés à cinq noyaux.

C'est le couplage considéré plus haut Δ/Y ou Y/Δ qui est plus avantageux de ce point de vue. Lorsqu'un tel transformateur est alimenté par le côté HT couplé en étoile, l'écart des courbes des flux et des f.é.m. simples par rapport à la sinusoïde est peu considérable. Avec un tel couplage, quelle que soit la construction du

circuit magnétique, les troisièmes harmoniques des flux Φ_3 sont atténués par les troisièmes harmoniques des courants i_3 qui se ferment à travers le contour de l'enroulement BT couplé en triangle. Les flux Φ_3 (fig. 4-15) induisent dans les phases de l'enroulement couplé en triangles des f.é.m. $e_{3\Delta}$; ces f.é.m. font circuler des courants $i_{3\Delta}$. Le contour du triangle ne présentant qu'une faible réactance (pratiquement celle d'induction), ces courants sont en retard sur les f.é.m. d'un angle voisin de $\pi/2$ et produisent des flux $\Phi_{3\Delta}$ qui compensent presque complètement les flux Φ_3.

3. Transformateur triphasé à trois noyaux couplé en Y/Y, Y/Y$_n$, Y/Δ, Y$_n$/Δ. — Dans le couplage Y/Y, l'enroulement HT alimenté sous une tension sinusoïdale peut être parcouru par des harmoniques de courant dont l'ordre n'est pas multiple de 3 (v. fig. 4-12). En négligeant tous les harmoniques de courant sauf le premier, on peut admettre que le courant dans l'enroulement HT est sinusoïdal $i_0 \approx i_{01}$.

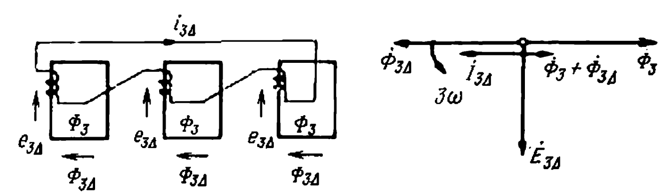


Fig. 4-15. Affaiblissement des troisièmes harmoniques de flux par les courants circulant en circuit fermé dans le triangle.

Les flux magnétiques harmoniques du transformateur à trois noyaux, dont l'ordre est multiple de 3, se ferment à travers des entrefers de forte épaisseur (fig. 4-13, *b*) et sont, pour les mêmes f.m.m., beaucoup plus faibles que dans le groupe de trois transformateurs monophasés ou dans le transformateur à cinq noyaux (fig. 4-13, *a*). Du fait que le flux Φ_3 est très petit devant le flux Φ_1 (les autres harmoniques du flux sont négligés), on peut considérer que les flux Φ_1 et Φ_3 qui se ferment par des parcours différents n'influent pas l'un sur l'autre et sont créés par leurs propres courants magnétisants i_0 et i_{03} (v. fig. 4-13, *b*).

Si l'on se donne le premier harmonique du flux Φ_1, on peut, en utilisant la courbe de magnétisation $\Phi_1 = f(i_0)$, trouver la forme du courant i_0 (la construction du point *4* de la courbe de courant i_0 est indiquée sur la figure 4-16). On voit que le courant i_0 doit contenir le premier i_{01} et le troisième i'_{03} harmoniques:

$$i_0 = i_{01} + i'_{03}.$$

Or, un enroulement couplé en étoile ne peut être parcouru que par le courant $i_{01} = i_0 - i'_{03}$ qu'on peut concevoir comme étant constitué par le courant i_0 et le courant $i''_{03} = -i'_{03}$. Le courant i_0 produit le flux Φ_1, alors que le courant $i''_{03} = -i'_{03}$ qui compense le

troisième harmonique du courant i_0, crée le troisième harmonique du flux $\Phi_3 = f_3 (i''_{03})$. Comme le montre la construction du point *9* de la courbe de Φ_3, l'amplitude de ce flux est petite si bien que la déformation du flux $\Phi = \Phi_1 + \Phi_3$ est peu considérable. Cependant, les troisièmes harmoniques de flux du transformateur à trois noyaux couplé en Y/Y se ferment à travers les éléments mécaniques et les parois de la cuve, ce qui peut provoquer une croissance notable des pertes à vide.

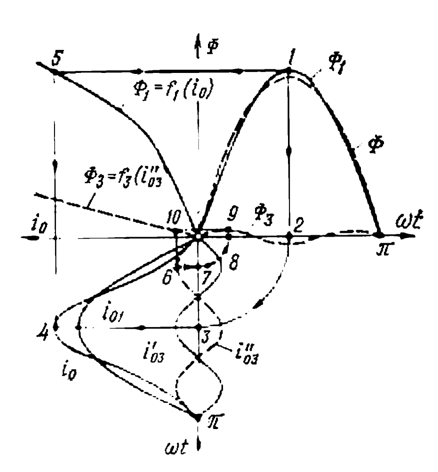


Fig. 4-16. Harmoniques de courant et de flux d'un transformateur triphasé à trois colonnes couplé en Y/Y.

Pour diminuer les pertes à vide supplémentaires et améliorer la forme des tensions simples, on utilise pour les enroulements des transformateurs à trois noyaux les couplages Y/Y_n, Y/Δ, Y_n/Δ. Avec de tels couplages, les troisièmes harmoniques de flux se trouvent encore plus affaiblis par les troisièmes harmoniques de courants qui se ferment par le contour du triangle ou par le fil neutre Y_n (les pertes produites par ces courants dans les enroulements sont plus faibles que les pertes provoquées par les troisièmes harmoniques de flux dans la cuve et les éléments constructifs).

Avec le couplage Y_n, les troisièmes harmoniques de courants parcourent les fils de ligne et se ferment par les capacités de la ligne de transport et le fil neutre. Ils exercent un effet nuisible sur les lignes de télécommunications et provoquent des pertes supplémentaires dans les enveloppes des câbles puisque conformément à la loi du courant total leur champ magnétique extérieur est différent de zéro.

Pour cette raison, les couplages Y/Y_n-0 ne sont utilisés que dans de petits transformateurs alimentant des charges locales. Dans les autres cas les Normes soviétiques recommandent des couplages Y/Δ-11 et Y_n/Δ-11. Quant au couplage Y/Y, il n'est pas en général prévu par ces Normes.

CHAPITRE 5

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES PARAMÈTRES ET DES PERTES DU TRANSFORMATEUR

§ 5-1. Détermination des paramètres et des pertes par l'essai à vide

Pour la détermination expérimentale des paramètres et des pertes du transformateur il est le plus commode d'utiliser les deux régimes extrêmes de fonctionnement: la *marche à vide* et la *marche en court-circuit*.

Les phénomènes qui interviennent dans un transformateur fonctionnant à vide ont été déjà examinés au chap. 2. Les équations du transformateur en marche à vide tenant compte de l'impédance de l'enroulement primaire Z_1 peuvent être obtenues à partir des équations générales (3-8), (3-13), (3-19), (3-20) si l'on suppose que $Z = \infty$ et $I_2 = 0$

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1\dot{I}_1 = \dot{I}_1(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0); \\ -\dot{U}'_2 &= -\dot{E}'_2 = -\dot{E}_1 = \underline{Z}_0\dot{I}_0; \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_0. \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}1)$$

En marche à vide, dans le circuit équivalent de la figure 3-6 il convient de poser $Z' = \infty$. Vu que $Z_1 \ll Z_0$ (v. 3-33), on peut considérer que $\underline{Z}_1 = 0$ et $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 = \underline{Z}_0\dot{I}_0$ [1]). Pour réaliser un essai à vide on peut se passer de l'équipement onéreux qui serait

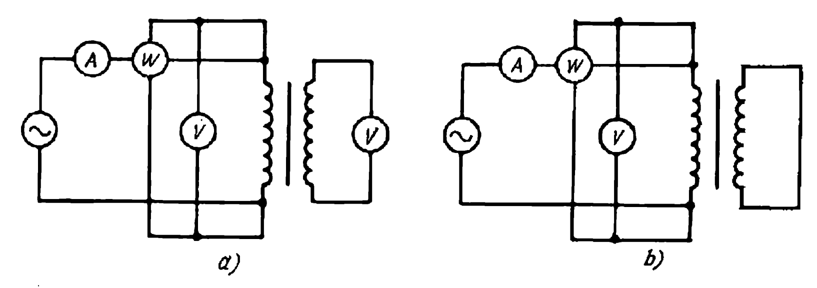


Fig. 5-1. Schémas de l'essai à vide (*a*) et de l'essai en court-circuit (*b*) d'un transformateur monophasé.

nécessaire si on se proposait de déterminer les paramètres du transformateur par un essai en charge. L'essai à vide est effectué d'après le schéma de la fig. 5-1, *a*, l'enroulement secondaire étant ouvert

[1]) L'hypothèse de $\underline{Z}_1 = 0$ a été adoptée au chap. 2 (l'impédance Z_1 ne dépassant pas 1/1000 de l'impédance Z_0).

(non chargé). La puissance de la source à tension réglable servant à alimenter l'enroulement primaire est faible et ne constitue que quelques pour cent de la puissance du transformateur à étudier. La tension U_1 est élevée de façon continue à partir de zéro jusqu'à $1{,}1U_{1n}$. On mesure à la fréquence nominale $f = f_n$ l'intensité du courant $I_1 = I_0$ (pour un transformateur triphasé dans toutes les phases) et la puissance P_0 consommée par le transformateur. On construit d'après les résultats des mesures les courbes traduisant la variation, en fonction de la tension simple U_1, du courant simple à vide I_0, de la puissance P_0 et du facteur de puissance $\cos\varphi = P_0/U_1I_0$. Dans le cas du transformateur triphasé ces courbes sont construites pour le courant simple moyen $I_0 = (I_{0A} + I_{0B} + I_{0C})/3$ et la tension simple moyenne $U_1 = (U_A + U_B + U_C)/3$; $\cos\varphi$ est déterminé d'après I_0 et U_1.

En utilisant les données de l'essai à vide *sous tension nominale* on calcule les paramètres suivants du transformateur:

1. Le rapport de transformation défini comme le rapport de la tension secondaire à la tension primaire en marche à vide

$$n_{21} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{E_{2n}}{E_{1n}} \approx \frac{U_{2n}}{U_{1n}}$$

2. Le courant à vide en unités relatives

$$I_{0v} = I_{0v}/I_{1n}$$

ou en pour cent

$$i_0 = I_{0v}/I_{1n} \cdot 100\ \%.$$

La valeur du courant à vide doit se situer dans les limites indiquées par (3-33).

3. L'impédance d'induction mutuelle définie à partir de (5-1) pour $Z_1 \approx 0$

$$Z_0 \approx \frac{U_{1n}}{I_{0v}} = Z_v,$$

sa composante résistive

$$R_0 = \frac{P_{0v}}{3I_{0v}^2} = Z_0 \cos\varphi_0$$

et sa composante réactive

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} \approx Z_0 \sin\varphi_0 \approx Z_0.$$

4. Les pertes à vide pour $U_1 = U_{1n}$ ne diffèrent pratiquement pas des pertes magnétiques $P_{m.v}$ parce que, le courant I_{0v} étant très faible, les pertes électriques dans l'enroulement primaire en ce régime sont très inférieures aux pertes magnétiques.

Comme il a été établi au chap. 3, le flux magnétique en charge nominale reste presque le même qu'en marche à vide (si la tension primaire U_1 est inchangée). Cela signifie que les pertes magnétiques en charge nominale P_m sont approximativement égales aux pertes magnétiques à vide $P_{m.v}$ et aux pertes totales à vide P_{0v} sous tension nominale

$$P_m = P_{m.v} = P_{0v}. \qquad (5\text{-}2)$$

§ 5-2. Détermination des paramètres et des pertes par l'essai en court-circuit

En court-circuit, l'impédance de la charge secondaire $Z_0 = 0$; la tension entre les bornes du secondaire U_2 est aussi nulle (dans le cas du transformateur triphasé on a en vue un court-circuit symétrique lorsque toutes les bornes de l'enroulement secondaire sont mises en court-circuit entre elles). Les équations du transformateur en court-circuit peuvent être obtenues à partir des équations générales (3-8), (3-13), (3-19), (3-20)

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1\dot{I}_1; \\ -\dot{E}_1 &= -\dot{E}'_2 = -\underline{Z}'_2\dot{I}'_2 = \underline{Z}_0\dot{I}_0; \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_0 - \dot{I}'_2. \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}3)$$

A l'aide de ces équations ou en utilisant le schéma électrique équivalent montré sur la figure 5-2, *a* on peut déterminer les courants

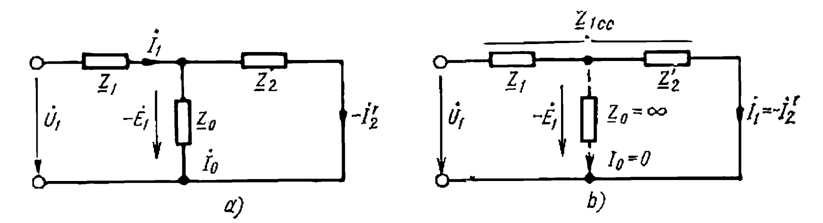


Fig. 5-2. Circuits équivalents d'un transformateur en court-circuit: *a*, rigoureux; *b*, simplifié.

dans les enroulements primaire et secondaire, le courant magnétisant et la f.é.m. d'induction mutuelle de court-circuit:

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z} + \dfrac{\underline{Z}'_2\underline{Z}_0}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0}} = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{cc}} \approx \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2} \\ -\dot{I}'_2 &= \dot{I}_1 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0} \approx \dot{I}_1; \\ \dot{I}_0 &= \dot{I}_1 \frac{\underline{Z}'_2}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0} \approx \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_0}\frac{\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_{cc}} = \dot{I}_{0v}\frac{\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_{cc}}; \\ -\dot{E}_1 &= \underline{Z}_0\dot{I}_0 \approx \underline{Z}_0\dot{I}_{0v}\frac{\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_{cc}} = \dot{U}_1\frac{\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_{cc}}, \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}4)$$

où

$$\left.\begin{aligned} &\underline{Z}_{cc} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}'_2\underline{Z}_0}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_0} \approx \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = R_{cc} + jX_{cc}; \\ &R_{cc} \approx R_1 + R'_2; \quad X_{cc} \approx X_1 + X'_2 \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}5)$$

est l'impédance de court-circuit du transformateur et ses composantes active et réactive (l'impédance que le transformateur mis en court-circuit du côté de l'enroulement secondaire offre au réseau primaire).

Les expressions approchées de I_1, I'_2, I_0 et E_1 sont obtenues pour $I_0 \ll I_1$, $Z_1 \ll Z_0$, $Z'_2 \ll Z_0$ [v. (3-33)] et se caractérisent par une très bonne précision. A ces expressions correspondent le circuit équivalent simplifié du transformateur en court-circuit représenté à la figure 5-2, *b* et le diagramme vectoriel de la figure 5-3. Comme le montre le diagramme, la tension de court-circuit $\dot{U}_1 = \underline{Z}_{cc}\dot{I}_1$ est l'hypoténuse d'un triangle dont les côtés de l'angle droit sont la composante active $R_{cc}\dot{I}_1$ et la composante réactive $jX_{cc}\dot{I}_1$ de cette tension.

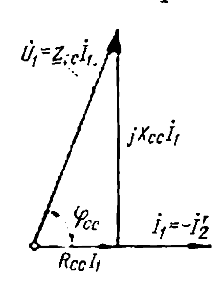


Fig. 5-3. Diagramme vectoriel d'un transformateur à enroulement secondaire en court-circuit ($I_0 \approx 0$).

Le triangle rectangle des tensions (ou des résistances) de court-circuit porte le nom de *triangle de court-circuit* alors que l'angle $\varphi_{cc} = \text{arctg}\,\frac{X_{cc}}{R_{cc}}$ s'appelle *angle de court-circuit*.

De plus, en posant (v. 3-33)

$$\underline{Z}_1 \approx \underline{Z}'_2 = \underline{Z}_{cc}/2, \qquad (5\text{-}6)$$

on peut obtenir pour le courant magnétisant et la f.é.m. des expressions encore plus simples

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= -\dot{I}'_2 = \dot{U}_1/\underline{Z}_{cc}\,; \\ \dot{I}_0 &= \dot{U}_1/2\underline{Z}_0 = \dot{I}_{0v}/2\,; \\ -\dot{E}_1 &= \underline{Z}_0/\dot{I}_{0v}/2 = \dot{U}_1/2\,; \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}7)$$

qui montrent que dans la marche en court-circuit, de même qu'en charge nominale, le courant secondaire ramené ne diffère pas du courant primaire; le courant magnétisant est approximativement deux fois plus faible qu'en marche à vide pour la même tension U_1; la f.é.m. d'induction mutuelle est approximativement deux fois moins grande que la tension primaire ou la f.é.m. à vide.

Si un court-circuit entre les bornes de l'enroulement secondaire se produit à la tension primaire nominale $U_1 = U_{1n}$, les courants de court-circuit qui s'établissent, après le régime transitoire examiné plus loin au § 13-2, dans les enroulements primaire et secondaire (v. 5-6, 5-7) prennent des valeurs dangereuses pour le transformateur. En unités relatives [v. (3-33)] ces courants ont pour valeurs

$$I_{*2} = I_{*1} = \frac{U_{*1n}}{Z_{*cc}} = 16 \text{ à } 7, \qquad (5\text{-}8)$$

c'est-à-dire 16 à 7 fois celles des courants nominaux dans les enroulements.

L'élévation de la température des enroulements aboutirait à la longue à une dégradation de la rigidité électrique et mécanique des isolants. Aussi le régime de court-circuit est-il reproduit expérimentalement pour des valeurs réduites de la tension U_1 qu'on choisit de manière que les courants dans les enroulements ne dépassent pas les courants nominaux.

En unités relatives, cette tension ne doit pas être supérieure à

$$U_{*1} < U_{*1cc} = Z_{*cc} I_{*1n} = Z_{*cc} = 2\,(0{,}03 \text{ à } 0{,}07) = 0{,}06 \text{ à } 0{,}14.$$

L'essai en court-circuit est réalisé d'après le schéma de la figure 5-1, *b*. Cet essai, de même que l'essai à vide, n'exige pas d'utiliser des résistances de charge encombrantes ni une source de tension réglable de grande puissance (pour un courant de court-circuit égal au courant nominal, la puissance de la source ne dépasse pas 0,06 à 0,14 de la puissance nominale du transformateur). On fait croître progressivement la tension depuis zéro jusqu'à (0,06 à 0,14) U_{1n}. A la fréquence nominale $f = f_n$ on mesure les mêmes grandeurs que dans l'essai à vide: le courant primaire I_1, la puissance P_{cc} consommée par le transformateur.

D'après les résultats des mesures on construit les courbes de variation du courant simple I_1, de la puissance P_{cc} et du $\cos\varphi_{cc}$ en fonction de la tension simple U_1. On détermine graphiquement les valeurs de U_{1cc}, P_{cc} et $\cos\varphi_{cc}$ pour le courant primaire nominal $I_1 = I_{1n}$. Les courbes d'un transformateur triphasé sont construites pour le courant simple moyen I_1 et la tension simple moyenne U_1; d'après les valeurs moyennes de I_1 et U_1 on détermine $\cos\varphi_{cc} = P_{cc}/(3U_1I_1)$.

A partir de l'essai en court-circuit on calcule, *pour le courant nominal*, les paramètres suivants du transformateur:

1. **L'impédance de court-circuit** définie par (5-7)

$$Z_{cc} = U_{1cc}/I_{1n},$$

sa composante active

$$R_{cc} = P_{cc}/3I_{1n}^2 = Z_{cc}\cos\varphi$$

et sa composante réactive

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = Z_{cc}\sin\varphi_{cc}.$$

La composante wattée de cette impédance étant la somme des résistances des enroulements $R_{cc} = R_1 + R_2'$, on doit noter au cours de cet essai la température des enroulements Θ pour laquelle est déterminée la résistance R_{cc}. La valeur mesurée de la résistance est ramenée à la température conventionnelle de 75 °C:

$$R_{cc75} = R_{cc}\,[1 + 0{,}004\,(75 - \Theta)]$$

La composante déwattée de l'impédance de court-circuit est la somme des réactances de fuites $X_{cc} = X_1 + X_2'$ qui sont, comme il a été établi au chap. 3, indépendantes des courants dans les en-

roulements. La réactance X_{cc} ne dépend donc pas du courant pour lequel elle est déterminée.

L'impédance de court-circuit et cos φ_{cc} sont eux aussi ramenés à la température de 75 °C:

$$Z_{cc75} = \sqrt{R_{cc75}^2 + X_{cc}^2}, \quad \cos\varphi_{cc75} = R_{cc75}/Z_{cc75}.$$

2. **Les pertes en court-circuit** P_{cc} pour $I = I_{1n}$ ne diffèrent pratiquement pas des pertes électriques dans les enroulements primaire et secondaire lorsqu'ils sont parcourus par des courants nominaux

$$P_{él.n} = P_{él.1n} + P_{él.2n} = 3R_1 I_{1n}^2 + 3R_2 I_{2n}^2 = \\ = 3R_1 I_{1n}^2 + 3R_2' I_{2n}'^2 = 3R_{cc} I_{1n}^2.$$

puisque ces pertes sont très supérieures aux pertes magnétiques en court-circuit $P_{m.cc}$.

Avec une tension primaire de court-circuit U_{1cc} = (0,06 à 0,14) U_{1n} on obtient une f.é.m. de court-circuit $E_{1cc} = U_{1cc}/2$ = (0,03 à 0,07) U_{1n}. Le flux magnétique et l'induction dans le circuit magnétique du transformateur, proportionnels à E_{1cc}, constituent 0,03 à 0,07 de leur valeur à vide. Les pertes magnétiques, proportionnelles au carré de l'induction, constituent $(0{,}03 \text{ à } 0{,}07)^2 = 0{,}9\cdot10^{-3}$ à $5\cdot10^{-3}$ de pertes magnétiques P_m au régime nominal et $2\cdot10^{-4}$ à $12\cdot10^{-4}$ de pertes électriques au courant nominal.

3. **La tension de court-circuit**, c'est-à-dire la tension qu'il faut appliquer entre les bornes de l'un des enroulements lorsque l'autre est en court-circuit, pour que les courants dans les enroulements aient leurs valeurs nominales à condition que la température des enroulements soit égale à 75 °C. Si le transformateur est alimenté du côté du primaire, la tension de court-circuit en unités absolues est

$$U_{1cc} = Z_{cc75} I_{1n}.$$

Mais le plus souvent la tension de court-circuit est exprimée en unités relatives ou en pour cent de la tension nominale

$$u_{cc} = U_{*1cc} = \frac{U_{1cc}}{U_{1n}} = Z_{*cc} \quad \text{ou} \quad \frac{U_{1cc}}{U_{1n}} 100\,\%. \tag{5-9}$$

On exprime de manière analogue la composante active

$$u_a = \frac{R_{cc75} I_{1n}}{U_{1n}} = R_{*cc} = u_{cc} \cos\varphi_k$$

et la composante réactive

$$u_r = \frac{X_{cc} I_{1n}}{U_{1n}} = X_{*cc} = u_{cc} \sin\varphi_{cc} \tag{5-10}$$

de la tension de court-circuit (v. diagramme de la figure 5-3).

CHAPITRE 6

CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT D'UN TRANSFORMATEUR EN CHARGE

§ 6-1. Simplification des équations et du schéma électrique équivalent pour $I_1 \gg I_0$

En service, la charge du transformateur est généralement variable. Les variations de l'impédance de charge Z ont pour effet de provoquer des variations du courant secondaire I_2 dans les limites de zéro jusqu'à sa valeur nominale ainsi que des variations de sa phase par rapport à la tension.

Comme il a été établi au § 3-7, une variation du courant secondaire s'accompagne d'une variation presque proportionnelle du courant primaire et provoque de faibles variations du flux magnétique. Le présent chapitre se propose d'analyser l'influence que les variations du courant secondaire exercent sur la tension secondaire et sur le rendement du transformateur. Cette analyse sera faite pour des régimes d'utilisation les plus fréquents: U_{1n} = constante et $I_1 \gg I_0$.

Pour $I_1 \gg I_0$ on peut poser, de même que pour le régime de court-circuit, que $I_0 = 0$ et $Z_0 = \infty$. Avec cette hypothèse, le courant primaire [v. (3-20)] ne diffère pas du courant secondaire ramené $\dot{I}_1 = -\dot{I}'_2$ et les équations des tensions pour les enroulements primaire (3-13) et secondaire (3-19) peuvent être réunies en une seule

$$\dot{U}_1 = -\dot{U}'_2 + \underline{Z}_{cc}\dot{I}_1, \qquad (6\text{-}1)$$

dans laquelle $\underline{Z}_{cc} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = R_{cc} + jX_{cc}$ est l'impédance de court-circuit du transformateur.

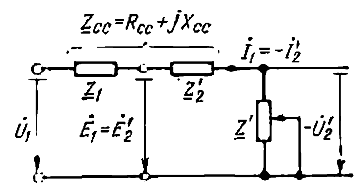


Fig. 6-1. Circuit équivalent simplifié d'un transformateur pour $I_1 \gg I_0$.

Dans le schéma équivalent du transformateur représenté par la figure 3-6 on peut dans ce cas supprimer la branche du courant magnétisant et remplacer par $\underline{Z}_{cc}$ la somme des impédances $\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2$. Le schéma équivalent simplifié du transformateur correspondant à (6-1) est montré sur la figure 6-1.

§ 6-2. Variation de la tension d'un transformateur en charge

La courbe traduisant la variation de la tension secondaire U_2 du transformateur en fonction du courant secondaire I_2 à $\varphi_2 =$ $=$ constant et $U_{1n} =$ constante s'appelle *caractéristique externe* du transformateur. Elle est représentée en unités relatives par la figure 6-2. Le caractère de variation de la tension secondaire dépend de la nature de la charge branchée entre les bornes de l'enroulement secondaire. Pour une charge à composantes résistive et inductive ($\varphi_2 > 0$) la tension U_2 diminue lorsque le courant I_2 augmente; dans le cas où

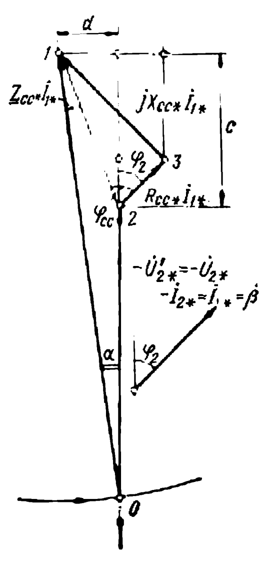


Fig. 6-2. Caractéristiques externes d'un transformateur $U_2 = f(I_2)$ à $U_1 =$ $=$ constante:

——— charge comprenant résistance et inductance, $\varphi_2 =$ constant > 0; — — — — charge comprenant résistance et capacité, $\varphi_2 =$ constant < 0.

Fig. 6-3. Diagramme vectoriel simplifié du transformateur pour $I_1 \approx I_1$.

le courant secondaire contient une forte composante capacitive ($\varphi_2 \approx -\pi/2$), la tension en charge peut dépasser la tension U_{2n} à vide.

Lorsque la tension $U_1 = U_{1n}$ et le courant I_2 sont donnés, la tension U_2 peut être déterminée graphiquement à l'aide du diagramme vectoriel simplifié de la figure 6-3 ou par le calcul au moyen de la relation (6-1).

On commence à construire le diagramme par le point *2* correspondant à l'extrémité du vecteur $-\dot{U}'_2$. Par ce point on mène la direction du vecteur $-\dot{U}'_2$ et on porte sous un angle φ_2 à ce vecteur la valeur complexe $\dot{I}_1 = -\dot{I}'_2$. Puis, on porte à partir du point *2* les vecteurs chute par résistance $R_{cc}\dot{I}_1$ et chute réactive $jX_{cc}\dot{I}_1$. Le point *1* correspond à l'extrémité de la valeur complexe $\dot{U}_1$. La tension $-\dot{U}'_2$ est déterminée par l'intersection de la direction de

$-\dot{U}'_2$ avec la circonférence de centre au point *1* et de rayon égal à U_{1n}. En même temps, on établit la direction de la valeur complexe $\dot{U}_1$ et l'angle α entre $\dot{U}_1$ et $-\dot{U}'_2$.

Le diagramme de la figure 6-3 est construit en unités relatives. Dans ces conditions, les grandeurs qui y figurent s'expriment par les formules suivantes (v. 5-10):

$$U_{*1n}=\frac{U_{1n}}{U_{1n}}=1;\quad I_{*1}=\frac{I_1}{I_{1n}}=I_{*2}=\frac{I_2}{I_{2n}}=\frac{I'_2}{I_{1n}}=\beta;\quad U'_{*2}=\frac{U'_2}{U_{1n}};$$

$$R_{*cc}I_{*1}=R_{cc}\frac{I_{1n}}{U_{1n}}I_{*1}=u_a\beta;\quad X_{*cc}I_{*1}=X_{cc}\frac{I_{1n}}{U_{1n}}I_{*1}=u_r\beta.$$

Pourtant il est beaucoup plus commode et plus exact de déterminer la tension secondaire U_2 analytiquement en introduisant la notion de *variation* (*chute*) *de tension secondaire* ΔU

$$\Delta U = U_{2n} - U_2$$

pour $U_1 = U_{1n} =$ constante.

En unités relatives on a

$$\Delta u=\frac{\Delta U}{U_{2n}}=\frac{\Delta U'}{U_{1n}}=\frac{U'_{2n}-U'_2}{U_{1n}}=\frac{U_{1n}-U'_2}{U_{1n}}$$

ou encore

$$\Delta u = U_{*1n} - U_{*2} = 1 - U_{*2}. \tag{6-2}$$

Si l'on connaît la variation de tension, la tension secondaire en unités relatives se calcule par la formule

$$U_{*2} = 1 - \Delta u.$$

La formule donnant la variation de tension peut être obtenue à l'aide du diagramme de la figure 6-3 (pour plus de clarté, les chutes $R_{*cc}I_1$ et $X_{*cc}I_1$ présentes sur la figure sont plus grandes qu'en réalité).

La variation de tension s'exprime par la différence des tronçons U_{*1n} et U_{*2}:

$$\Delta u = U_{*1n} - U_{*2} = 1 - U_{*2}.$$

Comme on le voit dans le diagramme, le tronçon U_{*2} a pour valeur

$$U_{*2}=U'_{*2}=U_{*1n}\cos\alpha-c=\cos\alpha-c.$$

Mais, du fait que l'angle α est petit, on a

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}\approx 1-\frac{\sin^2\alpha}{2}=1-\frac{d^2}{2}.$$

En exprimant les segments c et d par la somme et la différence des projections des segments $R_{*cc}I_{*1}$ et $X_{*cc}I_{*1}$ sur la direction de U'_{*2} et la direction orthogonale

$$c = (R_{*cc}\cos\varphi_2 + X_{*cc}\sin\varphi_2)\,I_{*1} = (u_a\cos\varphi_2 + u_r\sin\varphi_2)\,\beta;$$

$$d = (X_{*cc}\cos\varphi_2 - R_{*cc}\sin\varphi_2)\,I_{*1} = (u_r\cos\varphi_2 - u_a\sin\varphi_2)\,\beta,$$

on obtient la formule pour la variation relative de la tension secondaire

$$\Delta u = c + \frac{d^2}{2} = (u_a\cos\varphi_2 + u_r\sin\varphi_2)\,\beta + \frac{(u_r\cos\varphi_2 - u_a\sin\varphi_2)^2\,\beta^2}{2}. \qquad (6\text{-}3)$$

Cette formule montre que la variation de tension secondaire dépend fortement de l'angle φ_2 de la charge. La variation de Δu en fonction de φ_2 pour $\beta = 1$ est représentée par la figure 6-4 pour

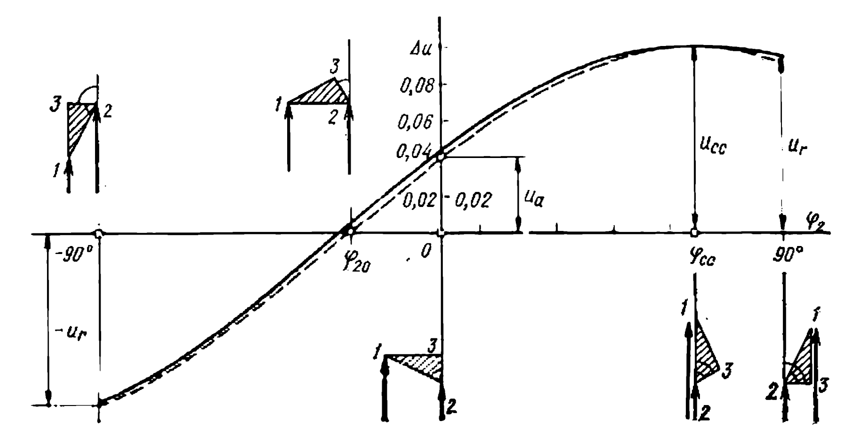


Fig. 6-4. Courbes de variation de la tension Δu en fonction de l'angle φ_2 pour $I_2 = I_{2n}$, $\beta = 1$:

———— suivant l'équation (6-3); — — — — — — sans tenir compte du second terme de l'équation.

un transformateur ayant $u_{cc} = 0{,}1$, $u_a = 0{,}04$, $u_r = 0{,}0918$. La même variation obtenue en négligeant le deuxième terme de l'équation est tracée sur la même figure en traits interrompus. Puisque le deuxième terme pris en compte n'apporte qu'une précision peu importante, on se sert dans de nombreux cas (surtout pour de faibles valeurs de u_{cc}) de la formule approchée

$$\Delta u = (u_a\cos\varphi_2 + u_r\sin\varphi_2)\,\beta = \beta u_{cc}\cos(\varphi_{cc} - \varphi_2), \qquad (6\text{-}4)$$

qui s'avère plus commode pour l'analyse.

La formule (6-4) permet d'établir que la plus grande variation de la tension $\Delta u = u_{cc}$ s'observe pour $\varphi_2 = \varphi_{cc}$, lorsque $\cos(\varphi_{cc} - \varphi_2) = 1$. Au contraire, avec $\varphi_{cc} - \varphi_{20} = 90°$ et $\varphi_{20} = -(90° - \varphi_{cc})$, la tension ne subit aucune variation et $\Delta u = 0$ car $\cos(\varphi_{cc} - \varphi_{20}) = 0$ (fig. 6-4). Pour certaines autres valeurs de l'angle de charge, le triangle de court-circuit prend des positions caractéristiques indiquées sur la figure 6-4 et de plus

$$\Delta u = u_a \quad \text{pour} \quad \varphi_2 = 0;$$

$$\Delta u = \pm u_r \quad \text{pour} \quad \varphi_2 = \pm 90°.$$

Le deuxième terme dans (6-3) étant petit, la variation de tension en fonction de la valeur relative du courant secondaire β prend pour φ_2 = constant une allure pratiquement linéaire.

§ 6-3. Variation du rendement d'un transformateur en charge

Il est souhaitable d'effectuer la transformation de l'énergie électrique avec des pertes relatives aussi faibles que possible ou, ce qui revient au même, avec un rendement aussi élevé que possible. Le rendement d'un transformateur est égal au rapport de la puissance active transmise au réseau d'utilisation à la puissance active absorbée au réseau d'alimentation:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2 U_2 I_2 \cos\varphi_2}{m_1 U_1 I_1 \cos\varphi_1}. \tag{6-5}$$

La puissance active primaire peut être représentée sous la forme

$$P_1 = P_2 + P_{\text{magn}} + P_{\text{él.1}} + P_{\text{él.2}}.$$

Nous nous contenterons d'examiner les régimes de charge du transformateur pour la tension primaire nominale U_{1n} = constante. Introduisons les mêmes hypothèses qu'au § 6-2, c'est-à-dire admettons que $I_1 \gg I_0$, $I_2 = I_2'$, $Z_0 = \infty$ et négligeons la différence entre les pertes magnétiques en charge et les pertes magnétiques à vide en posant $P_{\text{magn}} = P_{\text{magn.v}} = P_{0v}$, où P_{0v} sont les pertes à vide sous la tension primaire nominale U_{1n}. Alors les pertes électriques dans les enroulements peuvent être exprimées par les pertes en court-circuit P_{cc} pour le courant nominal:

$$P_{\text{él. 1}} + P_{\text{él. 2}} = R_1 I_1^2 + R_2' I_2'^2 = R_{cc} I_1^2 = R_{cc} I_{1n}^2 \left(\frac{I_1}{I_{1n}}\right)^2 = P_{cc}\beta^2.$$

La puissance active secondaire a pour expression

$$P_2 = m_2 U_2 I_2 \cos\varphi_2 = m_1 U_{1n} I_2' \cos\varphi =$$
$$= m_1 U_{1n} I_{1n} \frac{I_2'}{I_{1n}} \cos\varphi_2 = S_n \beta \cos\varphi_2.\ ^{1)}$$

[1]) En posant $U_2' = U_{1n}$, nous avons négligé l'influence que la variation de tension exerce sur la puissance active secondaire.

Introduisant les expressions obtenues dans (6-5), on obtient la relation entre le rendement et la valeur relative du courant secondaire β:

$$\eta = \frac{P_1 - (P_{\text{magn}} + P_{\text{él. 1}} + P_{\text{él. 2}})}{P_1} = 1 - \frac{P_0 + \beta^2 P_{cc}}{\beta S_n \cos\varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{cc}}. \quad (6\text{-}6)$$

Tenons compte de l'influence du courant secondaire sur la tension secondaire

$$U_2' = U_{1n}(1 - \Delta u)$$

et sur les pertes magnétiques

$$P_{\text{magn}} = P_0\left(\frac{E_1}{U_{1n}}\right)^2 = P_0(1 - \Delta u),$$

où $E_1 = U_{1n}\left(1 - \frac{\Delta u}{2}\right)$ avec une précision suffisante.

Dès lors, l'expression de la puissance active secondaire devient

$$P_2 = m_2 U_2 I_2 \cos\varphi_2 = m_1 U_2' I_2' \cos\varphi_2 = S_n\beta(1 - \Delta u)\cos\varphi_2.$$

La formule plus précise du rendement peut s'écrire donc sous la forme suivante:

$$\eta = 1 - \frac{P_0(1 - \Delta u) + \beta^2 P_{cc}}{\beta(1 - \Delta u) S_n \cos\varphi_2 + P_0(1 - \Delta u) + \beta^2 P_{cc}}. \quad (6\text{-}7)$$

Cette formule est valable pour toute la plage de variation des courants secondaires. En marche à vide et en court-circuit, la puissance $P_2 = \beta(1 - \Delta u) S_n \cos\varphi_2 = 0$ de sorte que le rendement devient nul. On peut s'en assurer même de façon formelle d'après (6-7) ayant en vue que dans la marche à vide $\beta = 0$ et en court-circuit $\Delta u = 1 - U_{2*} = 1$ puisque $U_{2*} = 0$.

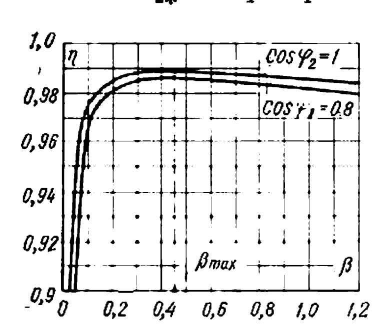


Fig. 6-5. Variation du rendement η en fonction de la valeur relative du courant secondaire β.

L'équation approchée (6-6) obtenue pour $\Delta u = 0$ se caractérise par une précision suffisante lorsque les variations du courant secondaire se situent dans les limites de $\beta = 0$ à $\beta \approx 1$. Cherchons la valeur de β pour laquelle le rendement est maximal. En annulant la dérivée $d\eta/d\beta$ et en simplifiant l'équation, on obtient:

$$P_0 = \beta_{max}^2 P_{cc} = P_{\text{él. 1}} + P_{\text{él. 2}},$$

ou

$$\beta_{max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}. \quad (6\text{-}8)$$

Cela signifie que *le maximum de rendement a lieu pour une charge telle que les pertes magnétiques dans le transformateur P_0 sont égales aux pertes électriques $P_{\text{él.1}} + P_{\text{él.2}}$.*

Dans les transformateurs de puissance modernes, on a $P_0/P_{cc} = 0{,}2$ à $0{,}25$ et le rendement a sa valeur maximale avec une charge de $\beta = 0{,}45$ à $0{,}5$.

Les variations du rendement d'un transformateur triphasé de 1000 kVA caractérisé par $P_0 = 2{,}45$ kW, $P_{cc} = 12{,}2$ kW sont indiquées pour $\cos \varphi_2 = 1$ et $\cos \varphi_2 = 0{,}8$ à la figure 6-5. Le maximum de rendement du transformateur a lieu pour $\beta_{max} = \sqrt{\frac{2{,}45}{12{,}2}} = 0{,}45$. La variation du rendement, lorsque le courant secondaire varie dans les limites

$$2{,}5\beta_{max} > \beta > 0{,}4\beta_{max},$$

est peu importante. Cette particularité de variation du rendement est caractéristique de tous les transformateurs de puissance.

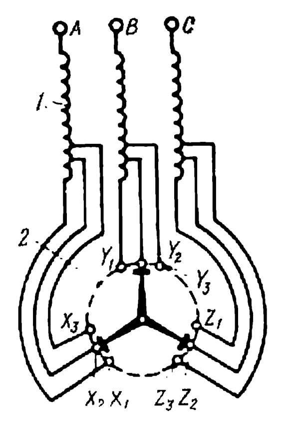
CHAPITRE 7

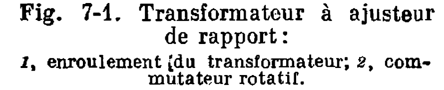
RÉGLAGE DE LA TENSION DES TRANSFORMATEURS

§ 7-1. Réglage hors tension

Comme il résulte de l'analyse faite au § 6-2, dans le cas le plus défavorable où l'angle de charge φ_2 est égal à l'angle de court-circuit φ_{cc}, la variation de tension Δu des transformateurs peut atteindre 0,06 à 0,14 en unités relatives. D'après les conditions d'utilisation des réseaux électriques une telle variation est inadmissible. Aussi, pour maintenir la tension dans des limites prescrites, prévoit-on des dispositifs de réglage de tension.

La tension d'un transformateur est généralement réglée par bonds, en modifiant le nombre de spires au primaire ou au secondaire. Dans les transformateurs utilisés sous tension primaire constante U_1 = constante, on fait varier le nombre de spires w_2 de l'enroulement secondaire parce que pour w_1 = constant, le flux magnétique du transformateur, les pertes magnétiques et le courant magnétisant dépendant du rapport U_1/w_1 restent sensiblement constants.




Fig. 7-1. Transformateur à ajusteur de rapport:
1, enroulement du transformateur; *2*, commutateur rotatif.

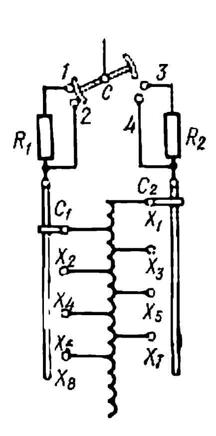


Fig. 7-2. Dispositif à résistances de protection contre les surintensités pour commutation des prises en charge.

Dans les transformateurs utilisés à charge constante (I_2 = constant) et tension primaire variable (U_1 = variable) il est préférable de modifier le nombre de spires de l'enroulement primaire de telle sorte que le rapport U_1/w_1 soit maintenu à un niveau sensiblement constant.

Tous les transformateurs de puissance comportent des prises intermédiaires qui sont disposées sur le primaire ou le secondaire et permettent de faire varier la tension de ±5 %. Les transformateurs de petite ou moyenne puissance sont munis de trois prises par phase (+5, 0, −5 %), et les transformateurs plus puissants, de cinq prises par phase (+5, +2,5; 0, −2,5; −5 %). La modification du nombre de spires s'effectue à l'aide de *commutateurs à gradins* appelés ajusteurs de rapport. Les ajusteurs de rapport sont les plus simples et les moins coûteux si la commutation se fait après le débranchement du transformateur des réseaux et les prises sont réalisées au point « neutre » de l'enroulement triphasé couplé en étoile (fig. 7-1). Ce commutateur est logé dans la cuve de transformateur et manœuvrable de l'extérieur par sa manette.

Pour éviter de mettre en court-circuit une portion de l'enroulement se trouvant entre deux prises voisines ou d'interrompre le circuit de l'enroulement sous tension, *le commutateur d'une telle construction ne doit être manœuvré qu'après le débranchement du transformateur des réseaux primaire et secondaire.*

§ 7-2. Réglage en charge

Le réglage de la tension s'opère avec une précision nettement meilleure et le processus de réglage se prête à l'automatisation si l'on arrive à assurer la commutation des prises de l'enroulement en charge, sans interrompre le courant. Dans ce cas, le transformateur est équipé d'un dispositif de commutation de configuration plus complexe.

Le plus employé pour le réglage de la tension en charge est le *dispositif de commutation à résistance de passage subdivisée* dont le schéma pour une phase est donné par la figure 7-2. La commutation des prises intermédiaires en charge s'obtient au moyen d'un commutateur rapide *C* et de deux commutateurs *C1* et *C2*. Le commutateur rapide *C* et les résistances de protection contre les surintensités R_1 et R_2 sont placés dans un bac rempli d'huile mais distinct de la cuve du transformateur. Il est calculé pour l'intensité du courant qui apparaît lors de la mise en court-circuit de deux prises voisines. Les commutateurs *C1* et *C2* peuvent passer d'une prise sur une autre lorsque leur circuit n'est parcouru par aucun courant. La figure 7-2 montre la position des commutateurs *C* et *C1* avec laquelle le transformateur fonctionne sur la prise X_2. Pour passer sur la prise voisine X_3, on met au préalable sur cette prise le commutateur *C2*. Après cela, on tourne le commutateur *C* dans le sens horaire. Les commutations se font dans ce cas automatiquement dans l'ordre suivant:

les contacts *1* et *2* s'ouvrent et les contacts *1* et *3* se ferment, les contacts *1* et *3* s'ouvrent et les contacts *3* et *4* se ferment. Dans les appareils automatiques de réglage en charge tout le processus de commutation ne dure que quelques centièmes de seconde.

Pour le réglage de la tension des transformateurs en charge on a aussi recours à un dispositif de commutation à inductance de passage dont l'une des phases est représentée schématiquement par la figure 7-3. En plus de l'inductance *L* de protection contre les surintensités dont l'enroulement est constitué de deux parties *1* et *2*

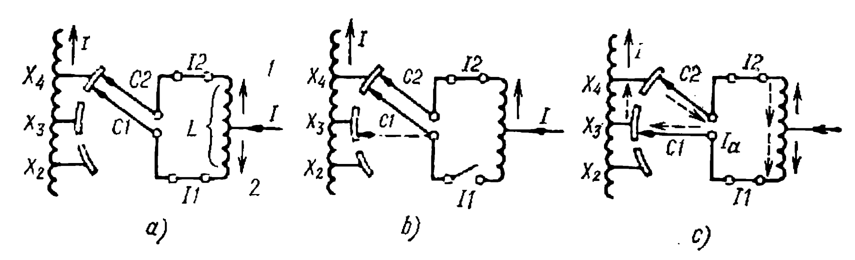


Fig. 7-3. Dispositif à inductance de protection contre les surintensités pour commutation des prises en charge.

placées sur un circuit magnétique fermé commun, le dispositif utilise deux commutateurs *C1* et *C2* qui peuvent passer d'une prise sur l'autre après la coupure du courant dans leur circuit et deux interrupteurs *I1* et *I2* destinés à interrompre le courant dans le circuit des commutateurs.

Les commutateurs *C1* et *C2* et l'inductance *L* sont placés dans la cuve remplie d'huile du transformateur. Les interrupteurs *I1* et *I2* sont logés dans un bac distinct fixé au transformateur. En position de travail, les deux commutateurs sont en contact avec une même prise, par exemple avec la prise X_4 (fig. 7-3, *a*). Le courant de charge *I* se divise en deux parties égales qui parcourent les circuits des commutateurs en produisant dans les 1re et 2e parties de l'enroulement de l'inductance des f.m.m. opposées de sorte que le noyau de l'inductance ne subit aucune magnétisation. Dans ces conditions l'inductance *L* n'oppose au courant de charge qu'une faible résistance ohmique et sa réactance peut être négligée. Le processus de passage de la prise X_4 sur la prise X_3 se décompose en sept positions indiquées dans le tableau 7-1. La figure 7-3 donne les schémas du dispositif pour les positions les plus caractéristiques. Dans les positions *2* ou *3* indiquées à la figure 7-3, *b*, le courant de charge ne parcourt que l'une des fractions de l'enroulement de l'inductance et y crée un champ magnétique. Pourtant l'inductance est conçue et calculée de façon telle que la chute de tension inductive de courte durée qui s'y produit dans ces positions soit sans effet notable sur la tension secondaire du transformateur. Dans la position 4 représentée à la figure 7-3, *c*, la portion de l'enroulement comprise entre les prises

X_4 et X_3 se trouve fermée sur l'inductance. Mais le courant additionnel I_a qui prend naissance dans le circuit sous l'effet des f.é.m. développées dans les spires comprises entre les prises X_3 et X_4 est limité par la réactance de l'inductance dont le champ dans le noyau est maintenant produit par des f.m.m. dues au courant additionnel et agissant dans le même sens (des flèches en traits interrompus sur la figure 7-3, *c*).

Tableau 7-1

Numéro de la position	Position des commutateurs		Etat des interrupteurs		Figure
	C1	*C2*	*I1*	*I2*	
1	X_4	X_4	+	+	7-3, *a*
2	X_4	X_4	—	+	7-3, *b*
3	X_3	X_4	—	+	7-3, *b* (en trais interrompus)
4	X_3	X_4	+	+	7-3, *c*
5	X_3	X_4	+	—	
6	X_3	X_3	+	—	
7	X_3	X_3	+	+	

Notes. 1. Le signe « + » correspond à l'état fermé et le signe «–» à l'état ouvert de l'interrupteur.
2. Les positions 5, 6 et 7 ne sont pas représentées sur la figure.

CHAPITRE 8

CALCUL DES PARAMÈTRES DES TRANSFORMATEURS

§ 8-1. Courant à vide et impédance d'induction mutuelle

Au § 2-6 il a été indiqué comment on détermine la composante déwattée du courant à vide I_{0r} à partir du calcul du circuit magnétique. Pourtant il est plus commode et facile de déterminer la composante réactive du courant à vide d'après la puissance réactive nécessaire à la magnétisation du transformateur. La puissance réactive peut être exprimée soit par la f.é.m. d'induction mutuelle et la composante réactive du courant à vide $Q_0 = E_1 I_{0r}$ (pour un transformateur monophasé), soit par les grandeurs caractérisant le champ magnétique dans les éléments du circuit magnétique. Expliquons ceci sur l'exemple de la figure 8-1.

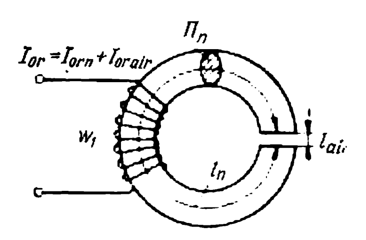


Fig. 8-1. Schéma expliquant le calcul des courants I_{0rn} et I_{0rair} nécessaires à la magnétisation du noyau et de l'entrefer.

Exprimons la f.é.m. E_1 par l'amplitude du flux magnétique

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_1 \Phi_m,$$

où $\Phi_m = П_n B_m$.

En utilisant les relations (2-13) et (2-14), représentons le courant I_{0r} par la somme de deux composantes $I_{0r} = I_{0rn} + I_{0r\,air}$, dont l'une I_{0rn} compense la chute de tension magnétique dans le circuit magnétique en tôles d'acier: $I_{0rn} = H_m l_n / \sqrt{2}\, w_1$, et l'autre $I_{0r\,air}$, la chute de tension magnétique dans l'entrefer: $I_{0r\,air} = \frac{B_m l_{air}}{\sqrt{2}\, w_1 \mu_0}$. La puissance réactive (globale) est égale à la somme des puissances réactives nécessaires à la production du champ dans le circuit magnétique et dans l'entrefer

$$Q_0 = E_1 I_{0r} = E_1 I_{0rn} + E_1 I_{0rair} = m_n q_n + П_n q_{air},$$

où $q_n = \frac{E_1 I_{0rn}}{m_n} = \frac{\pi f B_m H_m}{\gamma}$ est la puissance magnétisante spécifique du circuit magnétique;

$q_{air} = \pi f B_m^2 l_{air} / \mu_0$ la puissance magnétisante spécifique de l'entrefer par unité de section du circuit magnétique;

m_n la masse du circuit magnétique;
Π_n la section du circuit magnétique;
γ la densité du circuit magnétique.

Les variations des puissances magnétisantes spécifiques en fonction de l'induction pour des circuits magnétiques feuilletées sont données dans [13]. La puissance réactive nécessaire à la magnétisation des circuits magnétiques de tous les types a pour expression

$$Q_0 = q_n m_n + q_c m_c + n_{air,\,n} q_{air,\,n} \Pi_n + n_{air,\,c} q_{air,\,c} \Pi_c, \qquad (8\text{-}1)$$

où m_n, m_c sont les masses des noyaux et des culasses; Π_n, Π_c les sections des noyaux et des culasses; q_n, q_c, $q_{air,\,n}$, $q_{air,\,c}$ sont respectivement les puissances magnétisantes spécifiques des noyaux, des culasses, des entrefers des noyaux et des entrefers des culasses.

Dans un circuit magnétique monophasé à noyaux le nombre d'entrefers des noyaux est $n_{air,n} = 2$ et des culasses $n_{air,c} = 2$; dans un circuit magnétique triphasé à trois noyaux $n_{air,n} = 3$, $n_{air,\,c} = 4$.

La puissance active, égale aux pertes magnétiques ou aux pertes à vide, est calculée d'après les pertes spécifiques pour les noyaux p_n et les culasses p_c qui sont indiquées dans [13]:

$$P_0 = p_n m_n + p_c m_c. \qquad (8\text{-}2)$$

Cette puissance n'est généralement calculée que pour la tension nominale $U_{1n} = E_{1n}$. A partir de ces puissances (v. § 2-8) on calcule les composantes du courant à vide

$$I_{0r} = \frac{Q_0}{mU_{1n}}, \quad I_{0a} = \frac{P_0}{mU_{1n}};$$

le courant à vide

$$I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0r}^2}$$

et les composantes de l'impédance d'induction mutuelle

$$Z_0 = U_{1n}/I_0; \quad R_0 = P_0/mI_0^2; \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}.$$

§ 8-2. Impédance de court-circuit

Dans la marche en court-circuit (v. § 5-2), les f.m.m. des enroulements primaire i_1w_1 et secondaire i_2w_2 ont des valeurs telles qu'elles se compensent presque exactement.

On ne commet pas d'erreur sensible en posant $i_1w_1 = -i_2w_2$ et en considérant que dans un transformateur en court-circuit il n'existe que le champ de fuites, alors que le champ d'induction mutuelle est inexistant parce que $i_0w_1 = i_1w_1 + i_2w_2 = 0$. L'aspect du champ produit par un tel système de f.m.m. en cas de la disposition coaxiale des enroulements est représenté à la figure 8-2. Dans la région où sont placés les enroulements et dans le canal entre eux, l'intensité H de ce champ est dirigée le long de l'axe du noyau. On peut considérer avec une approximation suffisante que ce champ est symétrique par rapport à l'axe du noyau. Aussi, à une distance $D/2$ de l'axe du noyau, l'intensité H reste-t-elle constante dans les limites de la hauteur h des bobines. La répartition de l'intensité le long de la coordonnée radiale x comptée à partir de la surface intérieure de la région de bobines est montrée sur la même figure.

Suivant la loi du courant total, l'intensité atteint sa valeur maximale dans la zone entre les enroulements ($a_1 < x < a_1 + a_{12}$) où les lignes du champ sont embrassées par tout le courant de l'enroulement w_1:

$$H = H_m \approx \frac{i_1 w_1}{h}.$$

Quant à la chute de potentiel magnétique dans le circuit ferromagnétique, elle peut être négligée en première approximation pour $\mu_{rn} \to \infty$ et $H_n = 0$.

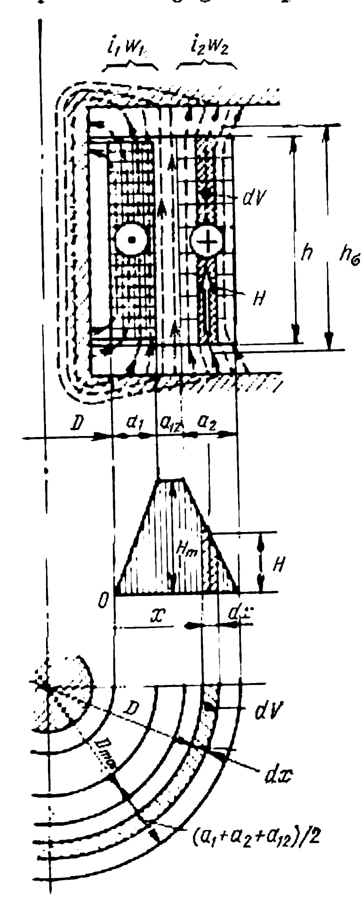


Fig. 8-2. Champ magnétique de fuites d'un transformateur en court-circuit ($i_1 w_1 = -i_2 w_2$).

Dans les limites des sections des enroulements l'intensité varie linéairement de 0 à H_m, par exemple, pour $0 < x < a_1$ la ligne du champ embrasse le courant $\frac{i_1 w_1 x}{a_1}$ et l'intensité $H = \frac{i_1 w_1 x}{h a_1} = H_m \frac{x}{a_1}$.

L'énergie du champ de fuites produit par deux enroulements magnétiquement couplés peut être exprimée par les inductances de ces enroulements

$$W = L_1 i_1^2/2 + L_2' i_2'^2/2 + i_1 i_2' L_{12}'.$$

Vu que $L_1 = L_{1\sigma} + L_{12}'$, $L_2' = L_{2\sigma}' + L_{12}'$, $i_1 = -i_2'$ et $L_{1\sigma} + L_{2\sigma}' = L_{cc}$, on trouve

$$W = \frac{1}{2}(L_{1\sigma} + L_{2\sigma}')\, i_1^2 = \frac{1}{2} L_{cc} i_1^2, \tag{8-3}$$

où L_{cc} est l'inductance de court-circuit.

La même énergie peut également être exprimée par l'énergie spécifique du champ magnétique par unité de volume

$$w = HB/2 = \mu_0 H^2/2.$$

Pour déterminer cette énergie, on peut étendre l'intégration seulement sur le volume $V = \pi D_{moy} (a_1 + a_{12} + a_2) h$ occupé par les enroulements dans lequel est concentrée la plus grande partie de l'énergie du champ de fuites

$$W = \int_V w\, dV = \frac{\mu_0}{2} \int_V H^2\, dV.$$

L'intensité H étant invariable le long de la circonférence de diamètre $D = D_1 + x$ et suivant la hauteur h, l'élément de volume dV a pour expression

$$dV = \pi D h\, dx = \pi (D_1 + x)\, h\, dx.$$

Le diamètre $D = D_1 + x$ peut être remplacé, avec une précision suffisante pour les calculs d'ingénieurs, par le diamètre moyen $D_{moy} = D_1 + \frac{a_1 + a_{12} + a_2}{2}$.

Après ces simplifications on obtient

$$W=\frac{\mu_0 h\pi D_{\text{moy}}}{2}\int_0^{a_1+a_{12}+a_2} H^2\,dx=\frac{\mu_0}{2}\pi D_{\text{moy}} h a_\sigma H_m^2, \tag{8-4}$$

où $a_\sigma = a_{12} + \frac{a_1+a_2}{3}$.

En égalant entre elles les deux expressions (8-3) et (8-4), nous obtenons une formule qui lie l'inductance de court-circuit aux dimensions et aux caractéristiques des bobinages du transformateur

$$L_{\text{cc}}=\frac{\pi\mu_0 D_{\text{moy}} w_1^2 a_\sigma k_R}{h}. \tag{8-5}$$

Le coefficient

$$k_R=1-\frac{a_1+a_{12}+a_2}{\pi h},$$

appelé coefficient de Rogowski (du nom de son auteur), permet de réduire l'erreur de calcul apparue par suite des hypothèses simplificatrices.

La réactance de court-circuit se calcule par la formule

$$X_{\text{cc}}=\frac{2\pi^2 f\mu_0 D_{\text{moy}} a_\sigma w_1^2}{h}k_R. \tag{8-6}$$

La composante wattée de l'impédance de court-circuit est calculée comme la somme de la résistance ohmique de l'enroulement primaire et de la résistance ramenée du secondaire

$$R_{\text{cc}}=R_1+R_2'=R_1+R_2\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2, \tag{8-7}$$

où $R_1 = \rho_{75}\frac{\pi D_{\text{moy}} w_1}{\Pi_{\text{sp.1}}}k_{\text{sup}}$ est la résistance du primaire;

$R_2 = \rho_{75}\frac{\pi D_{\text{moy}} w_2}{\Pi_{\text{sp.2}}}k_{\text{sup}}$ la résistance du secondaire;

$\Pi_{\text{sp.1}}$, $\Pi_{\text{sp.2}}$ les sections des spires des enroulements;

ρ_{75} la résistivité des conducteurs de bobinage à 75 °C d'après [13];

k_{sup} = 1,05 à 1,15 le coefficient de pertes supplémentaires.

CHAPITRE 9

LIEN ENTRE LES GRANDEURS CARACTÉRISANT LES PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UN TRANSFORMATEUR ET SES DIMENSIONS

§ 9-1. Dépendance de la tension, des courants, de la puissance et de la masse d'un transformateur vis-à-vis de ses dimensions

Envisageons une série de transformateurs géométriquement semblables. Deux transformateurs d'une telle série sont représentés par la figure 9-1. Toutes les dimensions d'un transformateur quelconque appartenant à cette série sont k fois celles de tout autre transformateur de la série.

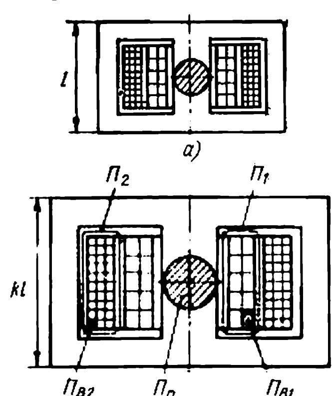


Fig. 9-1. Transformateurs monophasés géométriquement semblables.

En prenant pour dimension de base une certaine dimension, par exemple la hauteur l du circuit magnétique, on peut considérer que *toutes les autres dimensions des transformateurs sont proportionnelles à cette dimension.* Par exemple, le diamètre moyen des spires des enroulements $D_{\text{moy}} \approx l$. *Les aires* des sections de tous les éléments du transformateur *sont proportionnelles au carré de cette dimension*, $\Pi \sim l^2$; *les volumes* des éléments, quels qu'ils soient, du transformateur *sont proportionnels au cube de cette dimension*, $V \sim l^3$.

Proposons-nous maintenant d'établir comment les grandeurs qui caractérisent les phénomènes électromagnétiques d'un transformateur au régime nominal sont liées à ses dimensions. Supposons que tous les transformateurs de la série considérée soient faits en mêmes matériaux et que leurs charges électromagnétiques (induction dans le noyau B et densité de courant J dans les enroulements), ainsi que la fréquence, restent constantes: $B =$ constante; $J =$ constante; $f =$ constante.

1. En négligeant la différence entre la tension et la f.é.m., on trouve

$$U_{1n} \approx E_{1n} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_1 (B \Pi_{\text{noy}}) \sim w_1 \Pi_{\text{noy}} \sim w_1 l^2, \qquad (9\text{-}1)$$

c'est-à-dire que *la tension est proportionnelle au nombre de spires de l'enroulement et au carré de la dimension linéaire* (ici Π_{noy} est la section du noyau de l'armature magnétique).

2. En supposant que lorsque l varie, la section totale des fils conducteurs de l'enroulement soit proportionnelle à l^2, on obtient

$$I_{1n} = \Pi_1 \frac{J}{w_1} \sim \frac{l^2}{w_1}, \tag{9-2}$$

c'est-à-dire que *l'intensité du courant est proportionnelle au carré de la dimension linéaire et inversement proportionnelle au nombre de spires* (ici Π_1 est la section totale des conducteurs de l'enroulement).

3. *La puissance apparente du transformateur est proportionnelle à la quatrième puissance de la dimension linéaire*:

$$S = S_n = U_{1n} I_{1n} \sim (l^2 w_1) \frac{l^2}{w_1} = l^4. \tag{9-3}$$

Il importe de noter qu'avec des hypothèses introduites la puissance ne dépend pas du nombre de spires des enroulements.

4. *La masse des transformateurs de la série* faits en matériaux identiques *est proportionnelle au cube de la dimension linéaire*:

$$m = \Sigma \gamma V \sim l^3. \tag{9-4}$$

La masse par unité de puissance est inversement proportionnelle à la dimension linéaire

$$\frac{m}{S} \sim \frac{l^3}{l^4} \sim \frac{1}{l} \sim \frac{1}{\sqrt[4]{S}},$$

(dans les transformateurs de grande puissance, la masse par unité de puissance est plus faible).

§ 9-2. Dépendance des pertes et des paramètres d'un transformateur vis-à-vis de ses dimensions

1. Les pertes dans le transformateur sont égales à la somme des pertes magnétiques et des pertes électriques.

Les pertes magnétiques sont proportionnelles à la masse des éléments du circuit magnétique m_{magn}

$$P_{magn} = \Sigma p_{magn} m_{magn} \sim l^3,$$

parce que les pertes spécifiques P_{magn} dans les éléments homologues restent inchangées lorsque les dimensions sont modifiées. Quant aux pertes électriques, elles peuvent être exprimées par les volumes des enroulements

$$V_1 = \pi D_{moy} \Pi_1$$

et

$$V_2 = \pi D_{moy} \Pi_2,$$

la densité de courant J et la résistivité ρ

$$P_{él} = P_{él.\,1} + P_{él.\,2} = \rho J^2 V_1 + \rho J^2 V_2.$$

Avec les mêmes matériaux de construction et la même densité de courant, ces pertes sont proportionnelles au cube de la dimension linéaire :

$$P_{él} = \rho J^2 (V_1 + V_2) \sim l^3.$$

Ainsi, *les pertes dans le transformateur sont proportionnelles au cube des dimensions linéaires*

$$P_{él} + P_{magn} \sim l^3. \tag{9-5}$$

Les pertes par unité de puissance sont inversement proportionnelles à la dimension linéaire ou à la racine quatrième de la puissance

$$\frac{P_{él}+P_{magn}}{S} \sim l^3/l^4 \sim 1/l \sim 1/\sqrt[4]{S} \tag{9-6}$$

(dans les transformateurs plus puissants, les pertes relatives sont plus faibles). Pourtant *les pertes par unité de surface refroidie Π_r sont proportionnelles à la dimension linéaire* :

$$(P_{él} + P_{magn})/\Pi_r \sim l^3/l^2 = l;$$

elles croissent avec l'augmentation de la puissance. C'est pourquoi on est amené à développer artificiellement la surface de refroidissement des transformateurs de grande puissance en aménageant des canaux supplémentaires dans le circuit magnétique et les bobinages.

2. La réactance d'induction de court-circuit (v. § 8-2) est proportionnelle au carré du nombre de spires et à la dimension linéaire :

$$X_{cc} \sim \frac{w_1^2 D_{moy} a_\sigma}{h} \sim w_1^2 l. \tag{9-7}$$

La composante wattée de l'impédance de court-circuit est proportionnelle au carré du nombre de spires et inversement proportionnelle à la dimension linéaire :

$$R_{cc} = P_{el}/I_{1n}^2 \sim l^3/(l^2/w_1)^2 \sim w_1^2/l. \tag{9-8}$$

Les composantes de la tension de court-circuit sont

$$X_{*cc} = u_r = \frac{X_{cc} I_{1n}}{U_{1n}} \sim \frac{(w_1^2 l)}{(w_1 l^2)} \left(\frac{l^2}{w_1}\right) \sim l;$$

$$R_{*cc} = u_a = \frac{R_{cc} I_{1n}}{U_{1n}} \sim \left(\frac{w_1^2}{l}\right) \left(\frac{l^2}{w_1}\right) \frac{1}{(w_1 l^2)} \sim \frac{1}{l}.$$

La tangente de l'angle de court-circuit a pour expression

$$\operatorname{tg} \varphi_{cc} = \frac{X_{*cc}}{R_{*cc}} = \frac{u_r}{u_a} \sim \frac{1}{l^2}. \tag{9-9}$$

Ainsi, lorsque les dimensions augmentent, u_r croît et u_a décroît. Ces conclusions sont bien confirmées par les caractéristiques des transformateurs fabriqués en série.

3. Les composantes du courant à vide (v. § 2-6) sont proportionnelles à la dimension linéaire et inversement proportionnelles au nombre de spires:

$$\left.\begin{aligned} I_{0r} &\sim \frac{\oint H_l\, dl}{w_1} \sim \frac{l}{w_1}\,; \\ I_{0a} &= \frac{P_m}{U_{1n}} \sim \frac{l^3}{w_1 l^2} \sim \frac{l}{w_1}\,. \end{aligned}\right\} \tag{9-10}$$

Le courant à vide relatif (ou la puissance magnétisante relative) est inversement proportionnel à la dimension linéaire:

$$\frac{Q_0}{S} = \frac{I_0 U_{1n}}{I_{1n} U_{1n}} = \frac{I_0}{I_{1n}} \sim \left(\frac{l}{w_1}\right)\left(\frac{w_1}{l^2}\right) = \frac{1}{l} \tag{9-11}$$

(il diminue lorsque les dimensions et la puissance des transformateurs augmentent).

Dans différentes séries de transformateurs fabriqués par l'industrie la similitude géométrique complète n'est pas observée, l'induction B et la densité J ne sont pas non plus tout à fait constantes, mais les dépendances des grandeurs caractéristiques vis-à-vis des dimensions que nous avons établies plus haut restent qualitativement valables. De l'analyse qui précède il résulte qu'il y avantage à utiliser des transformateurs plus puissants puisqu'ils exigent une plus faible dépense de matériaux par unité de puissance, leur magnétisation nécessite une puissance réactive relativement plus faible et les pertes qui s'y produisent sont relativement moins grandes.

CHAPITRE 10

TRANSFORMATEURS À PLUSIEURS ENROULEMENTS. AUTOTRANSFORMATEURS

§ 10-1. Transformateurs à plusieurs enroulements

a) Transformateurs à trois enroulements

Un transformateur est dit à plusieurs enroulements si son circuit magnétique porte plus de deux enroulements non liés électriquement.

Dans les réseaux énergétiques on utilise principalement des transformateurs à trois enroulements qui lient entre eux les réseaux

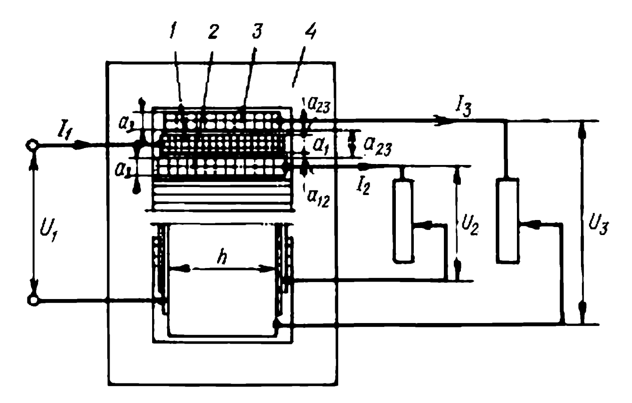


Fig. 10-1. Schéma d'un transformateur monophasé à trois enroulements: *1*, premier enroulement; *2*, deuxième enroulement; *3*, troisième enroulement; *4*, circuit magnétique.

électriques à trois tensions différentes U_1, U_2, U_3. On utilise tant des transformateurs monophasés à trois enroulements (fig. 10-1) que des transformateurs triphasés à trois enroulements qui peuvent être couplés suivant les montages $Y_n/Y_n/\Delta$-0-11 (fig. 10-2) et $Y_n/\Delta/\Delta$-11-11.

Les transformateurs à trois enroulements peuvent comporter, soit un enroulement primaire (*1*) et deux enroulements secondaires (*2* et *3*), soit deux primaires (*1* et *2*) et un secondaire (*3*). Dans ce qui suit nous ne considérons que des transformateurs comportant un primaire et deux secondaires.

Un transformateur à trois enroulements remplace deux transformateurs à deux enroulements, dont l'un relie le réseau *1* au réseau *2*

et l'autre le réseau *1* au réseau *3*. Le transformateur à trois enroulements est plus économique que deux transformateurs à deux enroulements: il est moins coûteux, il occupe moins de place dans le sous-station et il permet de transmettre l'énergie du réseau primaire non seulement à n'importe lequel des réseaux secondaires (*2* ou *3*), mais

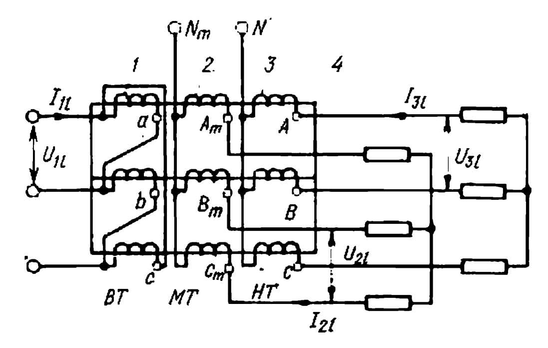


Fig. 10-2. Schéma d'un transformateur triphasé à trois enroulements $Y_n/Y_n/\Delta$-0-11 :
1, premier enroulement triphasé BT; *2*, deuxième enroulement triphasé MT; *3*, troisième enroulement triphasé HT; *4*, circuit magnétique.

aussi directement (à l'aide d'une seule transformation) de l'un des réseaux secondaires à l'autre (par exemple, de *2* à *3*). Dans le cas d'utilisation de deux transformateurs à deux enroulements, un tel transfert de l'énergie exige de réaliser deux transformateurs (d'abord du réseau *2* au réseau *1* et ensuite de *1* à *3*), ce qui entraîne des pertes d'énergie à peu près deux fois plus grandes.

Parmi les inconvénients que présente le transformateur à trois enroulements il convient de signaler sa sécurité moins grande (en cas de détérioration de l'un de ses enroulements il se met hors de service tout entier, alors qu'en cas de défaillance de l'un des transformateurs à deux enroulements l'autre peut fonctionner normalement).

Les phénomènes électromagnétiques d'un transformateur à trois enroulements peuvent être décrits par analogie avec un transformateur à deux enroulements (v. chap. 2, 3). A cet effet, il convient au préalable de ramener toutes les grandeurs des deuxième et troisième enroulements au nombre de spires du primaire:

$$\dot{I}'_2=\dot{I}_2\frac{w_2}{w_1};\quad \dot{I}'_3=\dot{I}_3\frac{w_3}{w_1};\quad \dot{U}'_2=\dot{U}_2\frac{w_1}{w_2};\quad \dot{U}'_3=\dot{U}_3\frac{w_1}{w_3};$$

$$Z'_2=Z_2\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2;\ Z'_3=Z_3\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2.$$

Le champ d'induction mutuelle est produit par le courant magnétisant $\dot{I}_0$ qui est défini à partir de l'équation des courants

$$\dot{I}_1+\dot{I}'_2+\dot{I}'_3=\dot{I}_0. \qquad (10\text{-}1)$$

La force électromotrice d'induction mutuelle s'exprime par

$$-\dot{E}_1 = -\dot{E}'_2 = -\dot{E}'_3 = \underline{Z}_0 \dot{I}_0, \qquad (10\text{-}2)$$

où $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$ est l'impédance d'induction mutuelle.

Le champ de fuites est créé par un système équilibré de courants $\dot{I}'_1$; $\dot{I}'_2$ et $\dot{I}'_3$ où $\dot{I}'_1 = \dot{I}_1 - \dot{I}_0$.

Dans chacun des enroulements les forces électromotrices de fuites ont pour valeur

$$\dot{E}_{\sigma 1} = -jX_1\dot{I}'_1 \approx -jX_1\dot{I}_1; \quad \dot{E}'_{\sigma 2} = -jX'_2\dot{I}'_2; \quad \dot{E}'_{\sigma 3} = -jX'_3\dot{I}'_3,$$

où X_1, X'_2, X'_3 sont des réactances de fuites équivalentes des enroulements, déterminées compte tenu des courants dans les autres enroulements.

Formellement, les équations des tensions des enroulements s'écrivent de la même manière que les équations des tensions d'un transformateur à deux enroulements [v. (3-13), (3-19)]:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_1 - \dot{E}_{\sigma 1} + R_1\dot{I}_1 = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1\dot{I}_1; \\ -\dot{E}'_2 &= -\dot{U}'_2 + \dot{E}'_{\sigma 2} - R'_2\dot{I}'_2 = -\dot{U}'_2 + \underline{Z}'_2(-\dot{I}'_2); \\ -\dot{E}_3 &= -\dot{U}'_3 + \dot{E}'_{\sigma 3} - R'_3\dot{I}'_3 = -\dot{U}'_3 + \underline{Z}'_3(-\dot{I}'_3), \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}3)$$

où $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$; $\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_2$; $\underline{Z}'_3 = R'_3 + jX'_3$.

Au système d'équations (10-1) à (10-3) correspond le circuit équivalent de la figure 10-3.

L'impédance d'induction mutuelle $\underline{Z}_0$ est calculée ou déterminée expérimentalement de la même façon que celle d'un transformateur

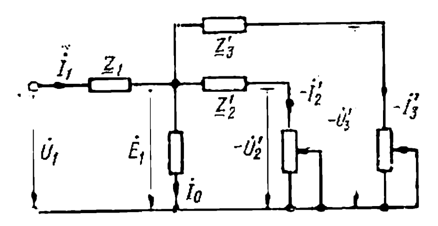


Fig. 10-3. Circuit équivalent d'un transformateur à trois enroulements.

à deux enroulements (v. §§ 5-1, 8-1). Les impédances $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}'_2$, et $\underline{Z}'_3$ s'expriment par les impédances de court-circuit $\underline{Z}_{cc12}$, $\underline{Z}_{cc13}$ et $\underline{Z}_{cc23}$ déterminées à partir des essais en court-circuit réalisés d'après le schéma de la figure 10-4. L'impédance $\underline{Z}_{cc12} = R_{cc12} + jX_{cc12}$ se définit lorsque l'enroulement *3* est ouvert.

L'impédance $\underline{Z}_{cc13} = R_{cc13} + jX_{cc13}$ est mesurée lorsque l'enroulement *2* est ouvert.

L'impédance $\underline{Z}_{cc23} = R_{cc23} + jX_{cc23}$ est déterminée lorsque l'enroulement *2* est alimenté et l'enroulement *1* est ouvert, elle se ramène à l'enroulement *1* à l'aide de la formule

$$\underline{Z}'_{cc23} = \underline{Z}_{cc23} (w_1/w_2)^2.$$

Remarquons que

$$\underline{Z}_{cc12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2; \quad \underline{Z}_{cc23} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_3; \quad \underline{Z}'_{cc23} = \underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_3.$$

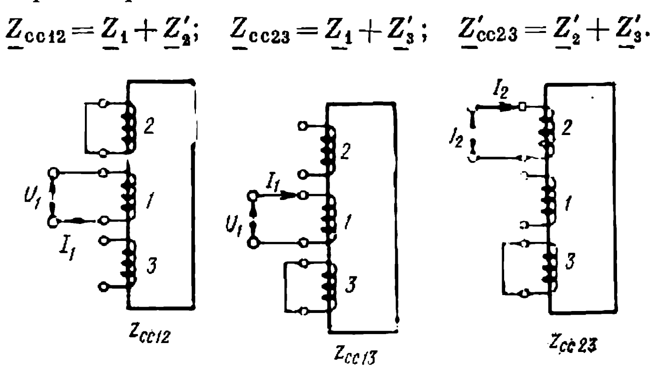


Fig. 10-4. Essais en court-circuit d'un transformateur monophasé à trois enroulements.

En résolvant ces équations par rapport à Z_1, Z'_2, Z'_3, on obtient

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \frac{1}{2}(\underline{Z}_{cc12} + \underline{Z}_{cc13} - \underline{Z}'_{cc23}); \\ \underline{Z}'_2 &= \frac{1}{2}(\underline{Z}_{cc12} + \underline{Z}'_{cc23} - \underline{Z}_{cc13}); \\ \underline{Z}'_3 &= \frac{1}{2}(\underline{Z}_{cc13} + \underline{Z}'_{cc23} - \underline{Z}_{cc12}). \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}4)$$

Les composantes wattées de ces impédances représentent les résistances ohmiques R_1, R'_2, R'_3 des enroulements correspondants (v. § 8-2), alors que leurs composantes déwattées ont le sens des réactances de fuites équivalentes des enroulements:

$$X_1 = \frac{1}{2}(X_{cc12} + X_{cc13} - X'_{cc23});$$

$$X'_2 = \frac{1}{2}(X_{cc12} + X'_{cc23} - X_{cc13});$$

$$X'_3 = \frac{1}{2}(X_{cc13} + X'_{cc23} - X_{cc12}).$$

Les tensions secondaires du transformateur en charge peuvent être trouvées analytiquement à l'aide des expressions (10-1) et (10-3) ou graphiquement par construction du diagramme vectoriel de la figure 10-5. En admettant que $I_0 \ll I_1$ et en supposant donnés la tension primaire $\dot{U}_{1n}$ et les courants $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$, on peut trouver $\dot{E}_1$, $\dot{U}'_2$

et U'_3 et évaluer la variation de tension aux bornes des deuxième et troisième enroulements:

$$\Delta u_2 = \frac{U'_2 - U_{1n}}{U_{1n}}; \quad \Delta u_3 = \frac{U'_3 - U_{1n}}{U_{1n}}.$$

Comme il ressort du schéma équivalent ou du diagramme vectoriel, la tension U'_2 dépend, pour $\underline{Z}_1 \neq 0$, non seulement du courant I'_2 mais également du courant I'_3 (respectivement, la tension U'_3 dépend non seulement du courant I'_3 mais aussi du courant I'_2), ce qui est en général indésirable pour les utilisateurs d'énergie électrique. Pour rendre cette influence moins sensible, il convient de réduire l'impédance $\underline{Z}_1$ en diminuant sa composante réactive X_1. On peut y arriver en plaçant l'enroulement *1* entre les enroulements *2* et *3* comme l'indique la figure 10-1. En exprimant les réactances de court-circuit par les dimensions des enroulements (§ 8-2)

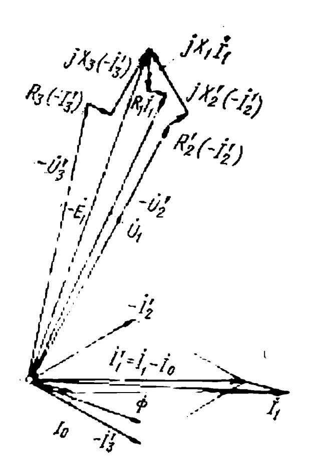


Fig. 10-5. Diagramme vectoriel d'un transformateur à trois enroulements.

$$X_{cc12} \sim \frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12};$$

$$X_{cc13} \sim \frac{a_1 + a_3}{3} + a_{13};$$

$$X'_{cc23} \sim \frac{a_2 + a_3}{3} + a_{23},$$

où $a_{23} = a_1 + a_{13} + a_{12}$, on constate qu'avec une telle disposition des enroulements la réactance X_1 devient négative (comme dans le diagramme de la figure 10-5) et très faible en valeur absolue

$$X_1 = \frac{1}{2}(X_{cc12} + X_{cc13} - X'_{cc23}) \sim \frac{2a_1}{3} + a_{12} + a_{13} - a_{23} = -\frac{a_1}{3} < 0.$$

Les transformateurs à trois enroulements sont produits pour différents rapports des puissances nominales des enroulements. Les Normes soviétiques prévoient les rapports suivants des puissances (en fractions de la puissance de l'enroulement primaire):

S_{1n}/S_{1n}	S_{2n}/S_{1n}	S_{3n}/S_{1n}
1	1	1
1	1	2/3
1	2/3	2/3

Au rapport des puissances doivent correspondre les rapports entre les courants ramenés. Il est obligatoire que $\dot{I}_1 = -\dot{I}'_2 - \dot{I}'_3$ (v. fig. 10-5). Pourtant, la somme des courants secondaires peut dans ces condi-

tions être supérieure au courant primaire $I'_2 + I'_3 \geqslant I_1$ et respectivement la somme des puissances secondaires peut dépasser la puissance primaire

$$I'_2 U_1 + I'_3 U_1 \geqslant I_1 U_1$$

ou

$$S_2 + S_3 \geqslant S_1.$$

Il est vrai que cet excès doit se trouver dans des limites prescrites par les Normes (dans la première variante $S_2 + S_3 \leqslant 2S_1$; dans la seconde $S_2 + S_3 \leqslant 1\,^2/_3\, S_1$, dans la troisième $S_2 + S_3 \leqslant 1\,^1/_3\, S_1$)

En même temps, le bilan des puissances actives et réactives doit, certes, être observé

$$P_1 = P_2 + P_3 + \Sigma P;$$
$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + \Sigma Q,$$

où ΣP, ΣQ sont les pertes de puissances active et réactive dans le transformateur lui-même (v. § 3-8).

b) Transformateurs à deux enroulements à primaire (ou secondaire) subdivisé

On donne ce nom aux transformateurs comportant un enroulement primaire (ou secondaire) et un enroulement secondaire (ou primaire) *subdivisé*. Puisque l'enroulement subdivisé se compose de deux parties indépendantes, non liées électriquement, un tel transformateur est en fait à plusieurs enroulements et ne diffère d'un transformateur à trois enroulements que par le fait qu'il n'exige pas de transférer l'énergie d'une partie de l'enroulement subdivisé à l'autre.

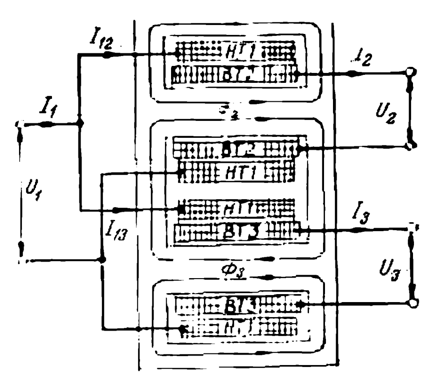


Fig. 10-6. Schéma d'un transformateur monophasé à deux enroulements à enroulement BT subdivisé.

La constitution d'un transformateur monophasé à deux enroulements comportant un primaire *1* et un secondaire subdivisé en deux parties (*2* et *3*) est représentée par la figure 10-6. Son circuit magnétique est du type à quatre noyaux réalisé suivant la figure 1-6, *b*. Les enroulements *2* et *3* à basse tension (BT) sont placés sur des noyaux distincts, l'enroulement primaire *1* à haute tension (HT) est constitué par deux bobines mises en parallèle et placées elles aussi sur des noyaux distincts.

Le couplage magnétique entre les deux parties (*2* et *3*) de l'enroulement BT obtenu avec cette disposition des enroulements est très faible. La transmission de l'énergie du réseau *2* au réseau *3* par l'intermédiaire du champ magnétique est exclue presque complètement, de sorte que l'appareil étudié peut être considéré comme étant constitué de deux transformateurs distincts dont l'un relie le réseau *1* au réseau *2* et l'autre le réseau *1* au réseau *3*. Lorsqu'on fait débiter l'une des parties de l'enroulement basse tension, par exemple *BT2*, au côté HT ne sera pratiquement chargée que l'une des branches parallèles, à savoir celle qui est placée sur le même noyau que l'enroulement *BT2*. Bien entendu, un tel transformateur peut transmettre l'énergie électrique aussi en sens inverse. Dans ce cas il comporte deux enroulements primaires *BT2* et *BT3*, alimentés depuis deux alternateurs distincts par exemple, et un enroulement secondaire *HT1*.

Les tensions nominales U_3 et U_2 peuvent être de valeurs égales ou différentes. Les flux magnétiques Φ_2 et Φ_3 dans les noyaux du transformateur et les courants ramenés I'_2 et I'_3 dépendent du rapport entre la tension U_1 et les tensions ramenées U'_2 et U'_3. Si $\dot{U}'_2 = \dot{U}'_3$, on a $\dot{I}'_2 = \dot{I}'_3$; $\dot{\Phi}_2 = \dot{\Phi}_3$ et les noyaux extrêmes non bobinés du circuit magnétique à quatre noyaux ne sont donc parcourus par aucun flux.

Dans le cas général où les tensions des réseaux *2* et *3* sont telles que $\dot{U}_2 \neq \dot{U}'_3$, les courants ramenés et les flux sont différents: $\dot{I}'_2 \neq \dot{I}'_3$ et $\dot{\Phi}_2 \neq \dot{\Phi}_3$, de sorte que le flux égal à la différence $\dot{\Phi}_2 - \dot{\Phi}_3$ se ferme par les noyaux extrêmes. Si le circuit magnétique du transformateur était du type à deux noyaux, alors dans le cas de $\dot{U}'_2 \neq \neq \dot{U}'_3$ le flux $\dot{\Phi}_2 - \dot{\Phi}_3$ se fermerait entre les culasses inférieure et supérieure, en dehors du circuit magnétique, ce qui pourrait produire de fortes pertes par courants de Foucault dans les parois de la cuve et d'autres éléments métalliques massifs se trouvant dans le champ magnétique extérieur. Pour cette raison, il est préférable d'utiliser dans les transformateurs à enroulement subdivisé un circuit magnétique à quatre noyaux en monophasé et à cinq noyaux en triphasé.

Par rapport à un transformateur ordinaire à deux enroulements comportant un enroulement haute tension (HT) connecté au réseau *1* et un enroulement basse tension (BT) branché sur les réseaux *2* et *3*, le transformateur à enroulement BT subdivisé en deux parties *2* et *3* présente cet avantage indiscutable qu'en cas de court-circuit entre les bornes du réseau *2* il consomme au réseau *1* un courant deux fois moins intense. Cela tient à ce que dans le transformateur ordinaire à deux enroulements les enroulements *2* et *3* sont mis en parallèle et son impédance de court-circuit Z_{cc123} est égale à la moitié de l'impédance de court-circuit des enroulements *1* et *2* (ou *1* et *3*) d'un transformateur à enroulements subdivisé $Z_{cc12} = Z_{cc13}$. C'est pour cette raison que les transformateurs à enroulement subdivisé trouvent d'assez nombreuses applications.

§ 10-2. Autotransformateurs

On appelle autotransformateur un transformateur dont les enroulements primaire et secondaire ont en plus du couplage magnétique une liaison électrique.

Le montage en autotransformateur d'un transformateur destiné à transmettre l'énergie électrique d'un réseau d'entrée de tension U à un réseau de sortie de tension $U' > U$ est schématisé sur la figure 10-7. Il utilise un transformateur à deux enroulements dont les bobines *1* et *2* sont placées sur un même noyau en enveloppant l'un l'autre (v. fig. 1-1, *a*) [1]. Le primaire *1* du transformateur est branché sur le réseau basse tension qui est dans le cas considéré la tension U. Le secondaire du transformateur est connecté entre la borne a (X) du réseau d'entrée et la borne x du réseau de sortie de manière que sa tension U_2 s'ajoute à la tension U pour donner la tension U'. Le transformateur branché suivant ce montage porte le nom d'autotransformateur.

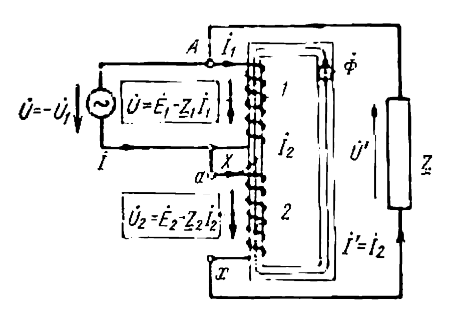


Fig. 10-7. Schéma d'un autotransformateur.

A la différence d'un transformateur ordinaire, l'isolation de l'enroulement secondaire de l'autotransformateur, qui est en liaison avec le réseau d'entrée et le réseau de sortie à la fois, doit être calculée pour la plus grande des tensions U et U' (dans le montage élévateur de la figure 10-7 pour la tension U') et non pour la tension U_2 comme c'est le cas pour un transformateur ordinaire.

Le rapport de transformation n de l'autotransformateur est égal au rapport des tensions U/U' en marche à vide ($I' = 0$). Pour le montage de la figure 10-7 on a

$$n = \frac{U}{U'} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} = \frac{1}{1 + n_{21}}, \quad \text{où} \quad n_{21} = E_2/E_1 = w_2/w_1.$$

Pour la description des phénomènes électromagnétiques dans l'autotransformateur on a recours aux équations du transformateur

$$\left.\begin{aligned} -\dot{U}_1 &= \dot{E}_1 - \underline{Z}_1 \dot{I}_1; \\ \dot{U}_2 &= \dot{E}_2 - \underline{Z}_2 \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 n_{21} &= \dot{I}_0; \\ \dot{E}_1 &= \frac{\dot{E}_2}{n_{21}} = -\underline{Z}_0 \dot{I}_0. \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}5)$$

[1] Sur la figure 10-7, pour plus de clarté, les bobines 1 et 2 sont placées sur les différentes portions du noyau suivant la hauteur.

A ces équations on ajoute celles qui décrivent le schéma lui-même pour des sens positifs indiqués sur la figure 10-7 :

$$\left.\begin{array}{ll} \dot{U}' = \dot{U} + \dot{U}_2; & \dot{U} = -\dot{U}_1; \\ \dot{I}' = \dot{I}_2; & \dot{I} = -\dot{I}_1 + \dot{I}_2. \end{array}\right\} \quad (10\text{-}6)$$

Le diagramme vectoriel d'un autotransformateur est montré sur la figure 10-8. Pour mettre en évidence les principaux phénomè-

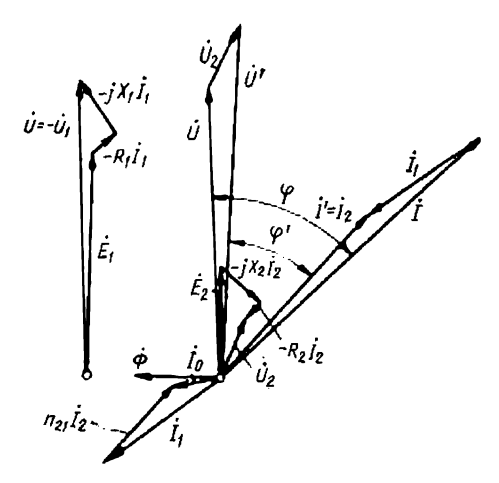


Fig. 10-8. Diagramme vectoriel d'un autotransformateur débitant dans une charge comprenant résistance et inductance ($\varphi' > 0$; $n_{21} = 0{,}5$; $n = \frac{1}{1+0{,}5} = \frac{2}{3}$).

nes énergétiques, négligeons dans (10-5) et (10-6) le courant à vide I_0 et les chutes de tension dans les enroulements Z_1I_1 et Z_2I_2, en posant $I_0 = 0$, $Z_1 = 0$ et $Z_2 = 0$. Alors, on obtient

$$\left.\begin{array}{l} \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = n_{21}; \quad U = U_1; \\ U' = U + U_2 = U_1(1+n_{21}) = \frac{U}{n}; \\ I = I_1 + I_2 = I_2(1+n_{21}) = \frac{I'}{n}. \end{array}\right\} \quad (10\text{-}7)$$

Avec ces hypothèses simplificatrices et en négligeant les pertes de puissances active et réactive, on peut représenter la puissance apparente d'un autotransformateur par la somme de deux composantes :

$$S = UI = U_1I_1 + U_1I_2 = U_2I_2 + U_1I_2 = S_{t(a)} + S_{él} = $$
$$= (U_1 + U_2)I_2 = U'I' = S', \quad (10\text{-}8)$$

où $S_{t(a)} = U_1I_1 = U_2I_2$ est transmise par la voie électromagnétique ; $S_{él} = U_1I_2$ est transmise du réseau primaire au réseau secondai-

re par la voie électrique. Un autotransformateur ne doit donc être calculé que pour la puissance $S_{t(a)}$ qui est transmise par la voie électromagnétique et ne constitue qu'une partie de la puissance apparente totale S:

$$\frac{S_{t(a)}}{S}=\frac{U_2I_2}{U'I_2}=\frac{(U'-U)}{U'}=1-n, \qquad (10\text{-}9)$$

où $n<1$.

Les dimensions d'un transformateur, qu'il soit utilisé dans le montage habituel sans liaison électrique entre les enroulements ou dans le montage en autotransformateur, sont déterminées seulement par la puissance qu'il transmet par la voie électromagnétique et qui s'appelle puissance électromagnétique $S_{ém}$. Comme il a été établi au § 9-1, les dimensions du transformateur sont proportionnelles à $\sqrt[4]{S_{ém}}$. Dans le cas d'emploi d'un transformateur ordinaire sa puissance électromagnétique $S_{ém}=S$; dans le cas d'emploi d'un autotransformateur sa puissance électromagnétique $S_{ém}=S_{t(a)}=$ $=(1-n)\,S$. Pour cette raison, un autotransformateur est notablement plus petit et moins coûteux qu'un transformateur ordinaire de même puissance totale. L'emploi d'un autotransformateur s'avère d'autant plus avantageux que le rapport de transformation n est plus voisin de l'unité. Par exemple, pour $n=0{,}9$, la puissance électromagnétique de l'autotransformateur ne vaut qu'un dixième de celle d'un transformateur ordinaire, alors que pour $n=0{,}1$ elle est presque la même que celle d'un transformateur ordinaire. C'est justement pour cette raison que les autotransformateurs en sont utilisés qu'avec des rapports de transformation compris entre 0,5 et 1, lorsqu'une certaine augmentation du prix de l'isolation de l'enroulement secondaire est justifiée par une réduction de la masse totale et des pertes de l'autotransformateur.

Les autotransformateurs sont largement employés pour l'alimentation des appareils électroménagers et des dispositifs de contrôle automatiques. La gamme de leur puissance s'étend de moins de 10 à 1000 VA. En U.R.S.S., les autotransformateurs sont largement utilisés dans des réseaux haute tension pour la liaison entre les systèmes à échelons de tension voisins: 110 et 220; 220 et 500; 330 et 750 kV. La puissance de grands autotransformateurs de transport et de répartition s'élève à plusieurs centaines de mégavoltampères. L'effet économique dû à l'introduction des autotransformateurs se chiffre par des centaines de millions de roubles.

Par puissance nominale S_n de l'autotransformateur on entend la puissance apparente $S\approx S'$.

Les autotransformateurs peuvent également s'employer pour abaisser la tension. C'est ainsi par exemple que l'autotransformateur de la figure 10-7 peut fonctionner en abaisseur de tension si on l'alimente par le réseau de tension U' en le faisant débiter sous la tension U.

En plus des autotransformateurs monophasés à deux enroulements (fig. 10-9, *a*) on utilise souvent des autotransformateurs triphasés à deux enroulements (fig. 10-9, *c*) ainsi que des autotransformateurs monophasés (fig. 10-9, *b*) et triphasés (fig. 10-9, *d*) à trois enroulements. Les différents groupes de couplage des enroulements des

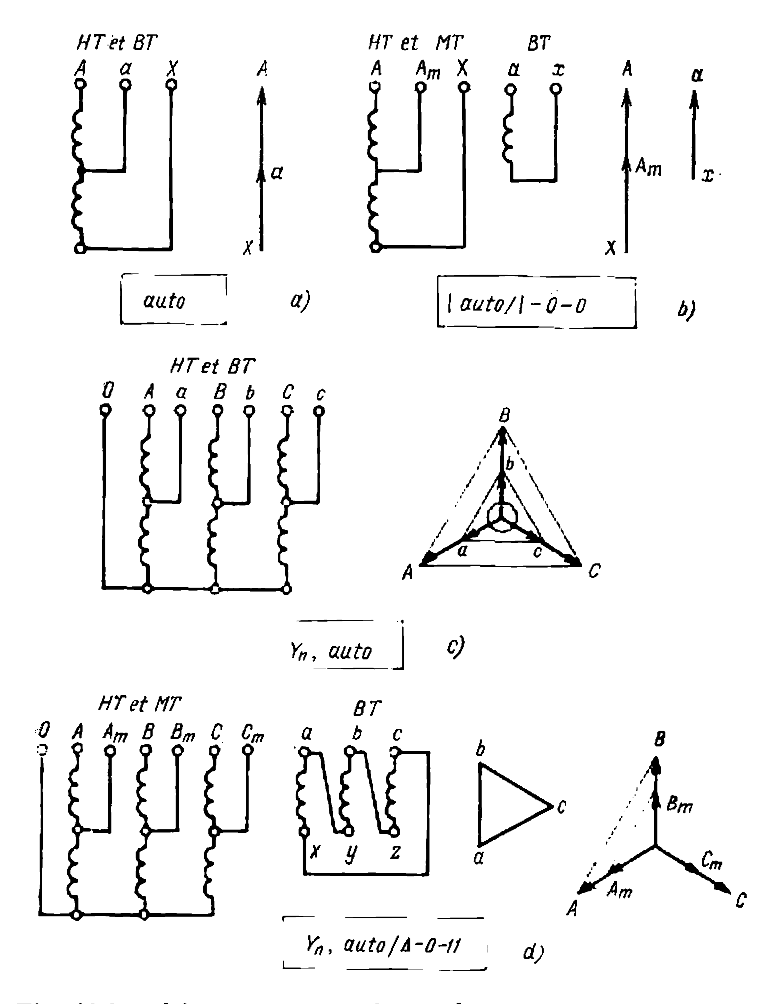


Fig. 10-9. Schémas et groupes de couplage des autotransformateurs.

autotransformateurs normalisés en U.R.S.S. (GOST 11677-75) sont indiqués à la figure 10-9. Les enroulements monophasés montés en autotransformateurs sont désignés par le symbole $I_{\text{авто}}$ (I_{auto}), les enroulements triphasés montés en autotransformateurs en étoile avec neutre sorti sont désignés par le symbole $Y_{\text{н. авто}}$ ($Y_{\text{n. auto}}$).

Les autotransformateurs peuvent présenter un danger, surtout pour $1/n \gg 1$, à cause de la liaison électrique qui existe entre le réseau HT de tension U' et le réseau BT de tension $U \ll U'$. En l'absence de prise de terre, une tension égale à $U'/2$ s'applique entre les fils conducteurs du réseau BT et la terre. Elle prend naissance grâce aux couplages capacitifs entre les fils du réseau HT et la terre. Par exemple, si l'on voulait abaisser à l'aide d'un autotransformateur la tension de 3000 V à un niveau de 220 V, la tension qui serait développée entre les fils conducteurs du réseau de 220 V et la terre vaudrait 3000/2 = 1500 V. Pour cette raison, les règles de sécurité interdisent l'emploi des autotransformateurs pour $1/n > 2$.

L'utilisation des autotransformateurs pour des rapports de transformation peu différents de l'unité $n \approx 1$ est liée à certaines difficultés qu'entraîne la possibilité d'apparition des courants de court-circuit assez élevés.

Si l'autotransformateur est alimenté du côté du réseau HT de tension U' (fig. 10-7), alors qu'un court-circuit se produit sur le côté BT, la tension U devient nulle ($U = 0$) et l'enroulement *1* de l'autotransformateur se met en court-circuit ($U_1 = 0$). En même temps, la tension sur l'enroulement *2* de l'autotransformateur s'accroît de U_2 jusqu'à U', ce qui augmente davantage l'intensité des courants de court-circuit.

En posant dans (10-5) et (10-6) la tension $U = -U_1 = 0$, on obtient l'expression pour le courant de court-circuit permanent dans l'enroulement *2*:

$$I_{2cc} = \frac{U'}{Z_{cc21}} = \frac{U_2}{Z_{cc21}} \left(\frac{U'}{U_2} \right) = I_{2cc,\,t} \frac{1}{1-n}, \qquad (10\text{-}10)$$

où Z_{cc21} est l'impédance de court-circuit du transformateur lorsque l'enroulement *1* est en court-circuit et l'enroulement *2* est alimenté;

$I_{2cc,t} = U_2/Z_{cc21}$ le courant de court-circuit dans l'enroulement *2* de ce transformateur lorsque cet enroulement est mis sous la tension U_2.

Comme le montre la relation (10-10), le courant de court-circuit de l'enroulement *2* d'un transformateur monté en autotransformateur est $U'/U_2 = 1/(1-n)$ fois plus grand que le courant de court-circuit du même transformateur utilisé d'après le montage ordinaire de transformation de l'énergie de tension U_2 en énergie de tension U_1. Plus le rapport de transformation n est voisin de l'unité, plus les courants de court-circuit I_{2cc} et $I_{1cc} = n_{21} I_{2cc}$ sont élevés et plus leurs effets sont dangereux.

CHAPITRE 11

COUPLAGE DES TRANSFORMATEURS EN PARALLÈLE

§ 11-1. Définition et objet de la marche en parallèle des transformateurs

On dit que deux ou plusieurs transformateurs fonctionnent en parallèle lorsqu'ils sont connectés aux mêmes jeux de barres tant au primaire qu'au secondaire: leurs tensions aux bornes primaire et secondaire seront donc automatiquement les mêmes à chaque instant.

La marche en parallèle de plusieurs transformateurs est largement utilisée dans les réseaux électriques. Dans de nombreux cas c'est seulement en faisant fonctionner en parallèle plusieurs transformateurs dont chacun assure une certaine partie de la charge totale qu'on peut transformer d'énormes puissances qu'on doit transmettre à grandes distances et soumettre à plusieurs transformations dans les réseaux électriques modernes. Plusieurs transformateurs fonctionnant en parallèle dans une grosse sous-station ne peuvent pas être remplacés par un seul transformateur prévu pour toute la puissance à transmettre ne serait-ce que pour cette raison qu'un tel transformateur aurait des dimensions prohibitives et sa fabrication et son transport vers le lieu d'installation poseraient des difficultés insurmontables.

Toutefois dans les sous-stations de plus faible puissance on a aussi recours à la mise en parallèle de plusieurs transformateurs parce qu'elle permet de mieux résoudre les problèmes de réserve et d'extension de la sous-station. En cas de défaillance de l'un des transformateurs les autres continuent à fonctionner et peuvent prendre une charge accrue alors que l'appareil défectueux peut être remplacé par celui de réserve dont le coût est relativement peu élevé par rapport au coût de tous les transformateurs installés. De plus, en installant dans la sous-station un nombre suffisant de transformateurs on peut toujours faire marcher en parallèle autant d'entre eux que la charge de chacun soit optimale et la transformation de l'énergie s'accompagne de pertes minimales (v. § 6-3).

Le choix du nombre de transformateurs mis en parallèle dans une sous-station est un problème d'optimisation technique et économique à la fois dans lequel on cherche la valeur optimale des dépenses totales de fabrication et d'exploitation des transformateurs. En résolvant ce problème, on tient compte du fait que le coût des pertes d'énergie et le coût de fabrication des transformateurs diminuent avec l'augmentation de la puissance unitaire des transformateurs, alors que le coût des appareils de réserve s'accroît.

§ 11-2. Conditions de possibilité de mise en parallèle des transformateurs

Pour éviter toute erreur de couplage, on a convenu de connecter entre elles les bornes homologues des transformateurs fonctionnant en parallèle. Le schéma de la marche en parallèle de deux transformateurs monophasés α et β est représenté par la figure 11-1. Comme on le voit dans cette figure, les bornes homologues (A_α, A_β; X_α, X_β; a_α, a_β, x_α, x_β) des transformateurs α et β sont connectées à la même barre respectivement.

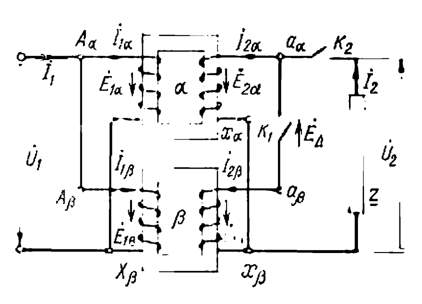


Fig. 11-1. Schéma du couplage en parallèle de deux transformateurs monophasés à deux enroulements de groupes 1/1-0.

Enonçons les conditions de possibilité de mise en parallèle des transformateurs en marche à vide, lorsque la charge Z est débranchée (l'interrupteur K_2 est ouvert). Il est évident que les bornes des enroulements primaires A_α, A_β, X_α, X_β peuvent être connectées, comme il est indiqué, au réseau primaire sans conditions complémentaires. Après l'application de la tension $U_1 = U_{1\alpha} = U_{1\beta}$ aux enroulements primaires, les tensions qui s'établissent entre les bornes déconnectées des enroulements secondaires $a_\alpha x_\alpha$, $a_\beta x_\beta$ auront pour valeurs

$$U_{2\alpha} = E_{2\alpha} = \frac{U_{1\alpha}}{n_{12\alpha}} = \frac{E_{1\alpha}}{n_{12\alpha}}$$

et

$$U_{2\beta} = E_{2\beta} = \frac{U_{1\beta}}{n_{12\beta}} = \frac{E_{1\beta}}{n_{12\beta}}.$$

Les bornes x_α et x_β des secondaires des transformateurs peuvent être réunies entre elles sans aucune difficulté. Mais sur l'interrupteur K_1 qui sert à réunir les bornes a_α et a_β peut apparaître une f.é.m.

$$\dot{E}_\Delta = \dot{E}_{2\alpha} - \dot{E}_{2\beta}. \qquad (11\text{-}1)$$

La réunion des bornes a_α et a_β ne fera naître aucun courant de circulation dans les enroulements seulement dans le cas où

$$\dot{E}_\Delta = \dot{E}_{2\alpha} - \dot{E}_{2\beta} = 0,$$

c'est-à-dire si les f.é.m. secondaires sont égales

$$\dot{E}_{2\alpha} = \dot{E}_{2\beta}.$$

A cet effet, il est nécessaire de réaliser les conditions suivantes:

1. *Les transformateurs à coupler en parallèle doivent avoir les mêmes rapports de transformation.* Pour $n_{12\alpha} = n_{12\beta}$ et $U_{1\alpha} = U_{1\beta}$ les f.é.m. secondaires sont identiques $E_{2\alpha} = E_{2\beta}$.

2. *Les transformateurs à coupler en parallèle doivent appartenir à un même groupe de couplage.* Lorsque les transformateurs ont le même indice numérique $N_\alpha = N_\beta = N$, les f.é.m. $\dot{E}_{2\alpha}$ et $\dot{E}_{2\beta}$ sont tournées d'un même angle θ_N par rapport aux f.é.m. primaires identiques $\dot{E}_{1\alpha} = \dot{E}_{1\beta} = -\dot{U}_1$ et sont donc en phase:

$$\dot{E}_{2\alpha} = \frac{\dot{E}_{1\alpha}}{n_{12\alpha}} e^{j\theta_N} = \frac{\dot{E}_{1\beta}}{n_{12\beta}} e^{j\theta_N} = \dot{E}_{2\beta}.$$

Ces conditions sont également imposées aux transformateurs triphasés dont le couplage en parallèle se fait aussi en réunissant les bornes de phase et les bornes neutres homologues (A_α, A_β; B_α, B_β; C_α, C_β; a_α, a_β; b_α, b_β; c_α, c_β; O_α, O_β). En réalisant ces conditions préalables au couplage on obtient des f.é.m. secondaires composées égales en valeur et en phase.

§ 11-3. Courants de circulation dans le cas où les rapports de transformation sont différents

Considérons deux transformateurs monophasés α et β appartenant au groupe 1/1-0. Des courants de circulation $I_{1\alpha}$, $I_{1\beta}$, $I_{2\alpha}$, $I_{2\beta}$ qui s'établissent dans les enroulements après la fermeture de l'interrupteur K_1 si les rapports de transformation sont différents: $n_{12\alpha} \neq \neq n_{12\beta}$ et $\dot{E}_\Delta \neq 0$, peuvent être évalués en négligeant les courants magnétisants ($\dot{I}_{0\alpha} = \dot{I}_{0\beta}$) et en écrivant les équations des transformateurs α et β (v. § 3-3) pour des sens positifs (fig. 11-1):

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{1\alpha} &= -\dot{E}_{1\alpha} + \dot{I}_{1\alpha}\underline{Z}_{1\alpha}; & \dot{U}_{2\alpha} &= \dot{E}_{2\alpha} - \dot{I}_{2\alpha}\underline{Z}_{2\alpha}; \\ \dot{U}_{1\beta} &= -\dot{E}_{1\beta} + \dot{I}_{1\beta}\underline{Z}_{1\beta}; & \dot{U}_{2\beta} &= \dot{E}_{2\beta} - \dot{I}_{2\beta}\underline{Z}_{2\beta}, \end{aligned}\right\} \quad (11\text{-}2)$$

où

$$\dot{E}_{1\alpha} = \dot{E}_{2\alpha} n_{12\alpha}; \qquad \dot{E}_{1\beta} = \dot{E}_{2\beta} n_{12\beta};$$
$$\dot{I}_{2\alpha} = -\dot{I}_{1\alpha} n_{12\alpha}; \qquad \dot{I}_{2\beta} = -\dot{I}_{1\beta} n_{12\beta}.$$

En outre, on doit tenir compte des conditions liées au couplage en parallèle des enroulements avec la charge secondaire déconnectée (l'interrupteur K_2 est ouvert, $I_2 = 0$):

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_{1\beta} = \dot{U}_{1\alpha}; & \dot{U}_2 &= \dot{U}_{2\alpha} = \dot{U}_{2\beta}; \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_{1\alpha} + \dot{I}_{1\beta}; & \dot{I}_{2\alpha} &+ \dot{I}_{2\beta} = \dot{I}_2 = 0; \end{aligned}\right\} \quad (11\text{-}3)$$

En résolvant les équations (11-2) et (11-3) par rapport au courant égalisateur secondaire $\dot{I}_{2\alpha} = -\dot{I}_{2\beta}$, on trouve

$$\dot{I}_{2\alpha} = -\dot{I}_{2\beta} = \frac{\dot{U}_2 (n_{12\beta} - n_{12\alpha})}{n_{12\beta}\underline{Z}'_{cc\beta} + n_{12\alpha}\underline{Z}'_{cc\alpha}}, \quad (11\text{-}4)$$

où $\underline{Z}'_{cc\beta} = \underline{Z}_{2\beta} + \frac{Z_{1\beta}}{n^2_{12\beta}}$; $\underline{Z}'_{cc\alpha} = \underline{Z}_{2\alpha} + \frac{Z_{1\alpha}}{n^2_{12\alpha}}$ sont les impédances de court-circuit des transformateurs α et β en cas d'alimentation du côté secondaire.

En utilisant l'expression (11-4) et les équations (11-2) pour $\dot{U}_{1\alpha}$ et $\dot{U}_{2\alpha}$, on peut mettre en évidence la relation entre les tensions $\dot{U}_2 = \dot{U}_{2\alpha} = \dot{U}_{2\beta}$ qui s'établissent après la fermeture de l'interrupteur K_1 et la tension $\dot{U}_1$

$$\dot{U}_1 = -\dot{U}_2 \frac{\underline{Z}'_{cc\alpha} + \underline{Z}'_{cc\beta}}{\underline{Z}_{cc\alpha} n_{21\beta} + \underline{Z}'_{cc\beta} n_{21\beta}}, \qquad (11\text{-}5)$$

où $n_{21\beta} = 1/n_{12\beta}$; $n_{21\alpha} = 1/n_{12\alpha}$, et pour $\underline{Z}'_{cc\alpha} - \underline{Z}'_{cc\beta}$ on a

$$\dot{U}_1 = -\dot{U}_2/n_{21}, \qquad (11\text{-}6)$$

où $n_{21} = (n_{21\alpha} + n_{21\beta})/2$ est le rapport moyen de transformation.

Si les rapports de transformation diffèrent peu ($n_{12\alpha}/n_{12\beta} \approx 1$), on a

$$\dot{I}_{2\alpha} = -\dot{I}_{2\beta} \approx \frac{\dot{E}_\Delta}{\underline{Z}'_{cc\beta} + \underline{Z}'_{cc\alpha}},$$

où

$$\dot{E}_\Delta = \dot{E}_{2\alpha} - \dot{E}_{2\beta} = \dot{E}_1 \left(\frac{1}{n_{12\alpha}} - \frac{1}{n_{12\beta}} \right) \approx \dot{U}_2 (\Delta n) \qquad (11\text{-}7)$$

est la différence des f.é.m. secondaires d'après (11-1);
$\Delta n = (n_{12\beta} - n_{12\alpha})/n_{12}$ la différence relative des rapports de transformation;
$n_{12} = (n_{12\alpha} + n_{12\beta})/2$ le rapport moyen de transformation.

Les courants de circulation donnés par (11-4), qui s'établissent sous la tension primaire nominale $U_1 = U_{1n}$, lorsque $U_2 \approx U_{2n}$, peuvent se représenter commodément en fractions du courant de l'un des transformateurs, par exemple du transformateur α:

$$I_{*c\alpha} = \frac{I_{2\alpha}}{I_{2\alpha n}} = \frac{I_{1\alpha}}{I_{1\alpha n}} \approx \frac{\Delta n}{u_{cc\alpha} + \frac{S_{\alpha n}}{S_{\beta n}} u_{cc\beta}}, \qquad (11\text{-}8)$$

où

$$u_{cc\alpha} = \frac{I_{2\alpha n} Z'_{cc\alpha}}{U_{2\alpha n}}; \quad u_{cc\beta} = \frac{I_{2\beta n} Z'_{cc\beta}}{U_{2\beta n}}$$

sont les tensions de court-circuit des transformateurs:

$$S_{\alpha n} = I_{2\alpha n} U_{2\alpha n}; \quad S_{\beta n} = I_{2\beta n} U_{2\beta n}$$

sont les puissances nominales des transformateurs.

Comme il résulte de (11-8), des courants de circulation comparables par l'ordre de grandeur aux courants nominaux peuvent prendre naissance même dans le cas d'une faible différence relative des rap-

ports de transformation Δn. Par exemple, pour $\frac{S_{\alpha n}}{S_{\beta n}} = 1$, $u_{cc\alpha} = u_{cc\beta} = 0{,}05$ et $\Delta n = \frac{n_{12\beta} - n_{12\alpha}}{n_{12}} = 0{,}05$, le courant de circulation $I_{*c} = I_2/I_{2n} = 0{,}05/(2 \cdot 0{,}05) = 0{,}5$.

Pour éviter l'apparition de courants de circulation dangereux, les rapports de transformation des transformateurs à coupler en parallèle ne doivent pas différer de plus de $\Delta n \leqslant 0{,}005$.

§ 11-4. Répartition des charges entre les transformateurs fonctionnant en parallèle

Si les transformateurs sont couplés en parallèle en observant toutes les conditions nécessaires, les courants de circulation des enroulements sont nuls, lorsque la charge est déconnectée.

Faisons débiter les transformateurs en fermant l'interrupteur K_2 (fig. 11-1) et examinons comment se répartit entre eux le courant de charge. On peut le faire à l'aide du schéma équivalent des transformateurs couplés en parallèle montré à la figure 11-2 et représentant la réunion des schémas équivalents des transformateurs α et β selon la figure 6-1.

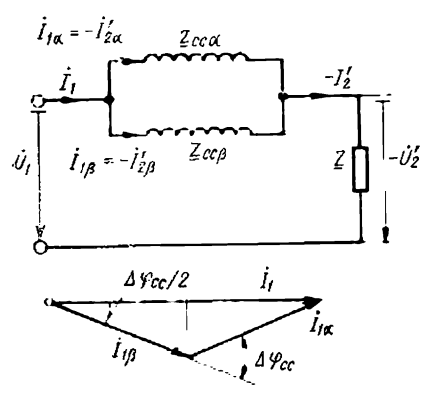


Fig. 11-2. Circuit équivalent de deux transformateurs couplés en parallèle.

Dans le circuit, les courants circulant dans les branches parallèles constituées par les impédances de court-circuit des transformateurs

$$\underline{Z}_{cc\alpha} = \underline{Z}_{1\alpha} + n_{12}^2 \underline{Z}_{2\alpha} = Z_{cc\alpha} e^{j\varphi_{cc\alpha}}$$

et

$$\underline{Z}_{cc\beta} = \underline{Z}_{1\beta} + n_{12}^2 \underline{Z}_{2\beta} = Z_{cc\beta} e^{j\varphi_{cc\beta}},$$

sont inversement proportionnels à ces impédances

$$\frac{\dot{I}_{1\alpha}}{\dot{I}_{1\beta}} = \frac{\underline{Z}_{cc\beta}}{\underline{Z}_{cc\alpha}} = \frac{Z_{cc\beta}}{Z_{cc\alpha}} e^{j\Delta\varphi_{cc}}. \quad (11\text{-}9)$$

La somme de ces courants donne le courant de charge $\dot{I} = \dot{I}_{1\alpha} + \dot{I}_{1\beta}$. Si les transformateurs sont tout à fait identiques et leurs impédances de court-circuit sont égales en module $Z_{cc\alpha} = Z_{cc\beta}$ et en angle de court-circuit $\varphi_{cc\alpha} = \varphi_{cc\beta}$, le courant dans chacun des transformateurs est égal à la moitié du courant total $I_{1\alpha} = I_{1\beta} = I_1/2$.

Si les impédances de court-circuit sont égales en module et ne diffèrent que par les angles de court-circuit $\varphi_{cc\beta} > \varphi_{cc\alpha}$, alors $\dot{I}_{1\alpha} = \dot{I}_{1\beta} e^{j\Delta\varphi_{cc}}$ et le diagramme des courants a l'aspect représenté

par la figure 11-2. Chacun des transformateurs prend un courant

$$I_{1\alpha}=I_{1\beta}=\frac{I_1}{2\cos(\Delta\varphi_{cc}/2)},$$

qui est $1/\cos(\Delta\varphi_{cc}/2)$ fois supérieur au courant $I_1/2$ de répartition uniforme. Pourtant même pour la valeur maximale possible de l'angle $\varphi_{cc\beta}\approx 90^\circ$ et la valeur minimale possible de l'angle $\varphi_{cc\alpha}\approx$ $\approx 60^\circ$, la différence entre les angles vaut $\Delta\varphi_{cc} = 90-60 = 30^\circ$ et la surcharge des transformateurs due à la différence entre les angles φ_{cc} ne dépasse pas

$$1/\cos(\Delta\varphi_{cc}/2)\leqslant 1/\cos(30^\circ/2) = 1{,}03.$$

Aussi peut-on négliger la surcharge des transformateurs occasionnée par la différence des angles φ_{cc} et tenir compte seulement de la différence entre les modules des impédances de court-circuit. Il résulte de (11-9) que les modules des courants sont inversement proportionnels aux modules des impédances de court-circuit

$$\frac{I_{1\alpha}}{I_{1\beta}}=\frac{Z_{cc\beta}}{Z_{cc\alpha}}.$$

Après quelques transformations simples, on obtient

$$\frac{I_{1\alpha}}{I_{1\beta}}\,\frac{U_{1n}}{U_{1n}}=\frac{Z_{cc\beta}I_{1\beta n}}{U_{1n}}\,\frac{U_{1n}}{Z_{cc\alpha}I_{1\alpha n}}=\frac{I_{1\alpha n}U_{1n}}{I_{1\beta n}U_{1n}}.$$

En remarquant que

$$\frac{I_{1\alpha}U_{1n}}{I_{1\alpha n}U_{1n}}=\frac{S_\alpha}{S_{\alpha n}}=S_{*\alpha}=I_{*\alpha};$$

$$\frac{Z_{cc\alpha}I_{1\alpha n}}{U_{1n}}=u_{cc\alpha},$$

on peut établir que les surcharges relatives $S_{*\alpha}$ et $S_{*\beta}$ des transformateurs sont inversement proportionnelles aux tensions de court-circuit $u_{cc\alpha}$, $u_{cc\beta}$:

$$\frac{S_{*\alpha}}{S_{*\beta}}=\frac{u_{cc\beta}}{u_{cc\alpha}}. \qquad (11\text{-}10)$$

Si $u_{cc\beta} = u_{cc\alpha}$, la charge relative des transformateurs fonctionnant en parallèle est toujours la même: $S_{*\alpha} = S_{*\beta}$. Dans ce cas ils sont utilisés au maximum (si la charge de l'un d'eux est nominale: $S_{*\alpha} = 1$, la charge de l'autre l'est aussi: $S_{*\beta} = 1$).

Dans le cas où $u_{cc\beta}\neq u_{cc\alpha}$, par exemple $u_{cc\beta} > u_{cc\alpha}$, pour la charge nominale du transformateur α ($S_{*\alpha} = 1$), le transformateur β sera surchargé: $S_{*\beta}=\frac{u_{cc\alpha}}{u_{cc\beta}}\,S_{*\alpha}<1$ et au contraire, pour la charge nominale du transformateur β ($S_{*\beta} = 1$), le transformateur α sera surchargé: $S_{*\alpha}=\frac{u_{cc\beta}}{u_{cc\alpha}}\,S_{*\beta}>1$.

C'est pourquoi, les transformateurs à coupler en parallèle doivent avoir les mêmes valeurs relatives des tensions de court-circuit (en pratique, on tolère une différence de tensions de court-circuit jusqu'à 10%).

CHAPITRE 12

FONCTIONNEMENT DES TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS EN CHARGE DÉSÉQUILIBRÉE

§ 12-1. Causes d'apparition de la charge déséquilibrée

Dans les paragraphes qui précèdent nous avons considéré les phénomènes internes inhérents au fonctionnement des transformateurs triphasés alimentés par un réseau triphasé équilibré et débitant dans une charge équilibrée. Or, une charge parfaitement équilibrée à laquelle il serait souhaitable d'utiliser les transformateurs ne se rencontre pratiquement pas dans les réseaux électriques, de sorte qu'en réalité il y a toujours un certain écart par rapport à l'équilibre. Ces écarts augmentent avec la puissance des utilisateurs monophasés alimentés par des réseaux triphasés et deviennent particulièrement grands aux régimes perturbés déséquilibrés, par exemple en cas de courts-circuits biphasés et monophasés, de coupure de l'une des phases de la ligne d'alimentation, etc.

Pour pouvoir évaluer les déséquilibres tolérables lors de l'exploitation des transformateurs, il est nécessaire de disposer d'une description mathématique des phénomènes qui caractérisent leur fonctionnement en charge déséquilibrée.

Dans le cas le plus général, un transformateur peut non seulement être chargé par des courants secondaires déséquilibrés $\dot{I}_{a1}$, $\dot{I}_{b1}$, $\dot{I}_{c1}$ mais être de plus alimenté par un réseau dont les tensions entre phases $\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{BC}$, $\dot{U}_{CA}$ sont elles aussi déséquilibrées. Pour avoir une idée précise des phénomènes dont un transformateur fonctionnant en régime déséquilibré est le siège il faut déterminer: les courants secondaires simples $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ (dans le cas où le secondaire est couplé en triangle), les courants primaires simples et composés $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$, $\dot{I}_{A1}$, $\dot{I}_{B1}$, $\dot{I}_{C1}$ (les courants composés sont à déterminer seulement dans le cas où le primaire est couplé en triangle); les tensions primaires simples $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B$, $\dot{U}_C$ (lorsque le primaire est couplé en étoile), les tensions secondaires simples et composées $\dot{U}_a$, $\dot{U}_b$, $\dot{U}_c$, $\dot{U}_{ab}$, $\dot{U}_{bc}$, $\dot{U}_{ca}$ (les dernières seulement lorsque le secondaire est couplé en étoile).

On parvient à déterminer ces grandeurs par la méthode des composantes symétriques, en décomposant les systèmes déséquilibrés de courants, de tensions et de flux magnétiques dans les différentes

phases en trois systèmes de composantes symétriques : un système de composantes directes, un système de composantes inverses et un système de composantes homopolaires[1]). Ce faisant il convient d'avoir en vue que les phénomènes qui se déroulent dans un transformateur fonctionnant en charge équilibrée ne dépendent pas de l'ordre de succession des phases du réseau d'alimentation équilibré. Cela signifie que les impédances que ses enroulements présentent aux courants inverses ne diffèrent pas des impédances correspondantes rencontrées par les courants directs $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_0$ (v. chap. 8) et que seules les impédances offertes aux courants homopolaires exigent d'être déterminées spécialement.

§ 12-2. Transformation de courants déséquilibrés

a) Secondaire couplé en étoile

Lorsque l'enroulement secondaire est couplé en étoile, les courants composés déséquilibrés $\dot{I}_{a1}$, $\dot{I}_{b1}$, $\dot{I}_{c1}$ sont en même temps les courants simples :

$$\dot{I}_a = \dot{I}_{a1}; \quad \dot{I}_b = \dot{I}_{b1}; \quad \dot{I}_c = \dot{I}_{c1}.$$

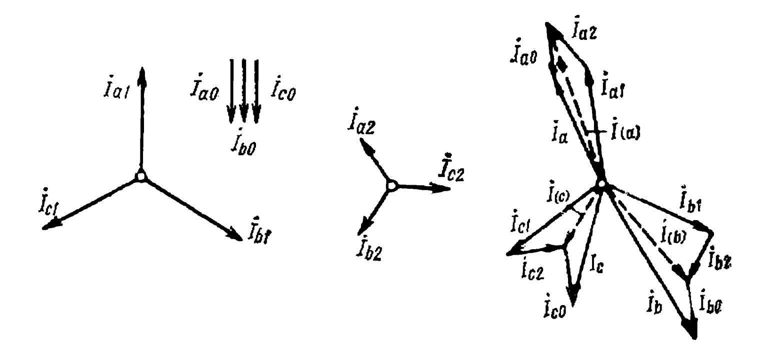


Fig. 12-1. Décomposition d'un système déséquilibré de courants en composantes symétriques.

Les courants secondaires simples peuvent être représentés par la somme de trois composantes symétriques des courants : des courants directs

$$\dot{I}_{a1} = (\dot{I}_a + \underline{a}\dot{I}_b + \underline{a}^2\dot{I}_c)/3 ; \quad \dot{I}_{b1} = \dot{I}_{a1}\underline{a}^2 ; \quad \dot{I}_{c1} = \dot{I}_{a1}\underline{a} ; \qquad (12\text{-}1)$$

[1]) Certains auteurs, surtout en U.R.S.S. et aux Etats-Unis, désignent ces trois systèmes par les expressions : de séquence positive, de séquence négative et de séquence zéro (*N.d.t.*).

des courants inverses

$$\dot{I}_{a2}=(\dot{I}_a+\underline{a}^2\dot{I}_b+\underline{a}\dot{I}_c)/3\,;\quad \dot{I}_{b2}=\dot{I}_{a2}\underline{a};\quad \dot{I}_{c2}=\dot{I}_{a1}\underline{a}^2, \tag{12-2}$$

où $\underline{a}=e^{j\cdot 2\pi/3}$ et des courants homopolaires

$$\dot{I}_{a0}=\dot{I}_{b0}=\dot{I}_{c0}=(\dot{I}_a+\dot{I}_b+\dot{I}_c)/3. \tag{12-3}$$

La représentation graphique de la décomposition du système de courants simples en composantes symétriques est montrée à la figure 12-1.

Le fil neutre de l'enroulement couplé en Y_n est parcouru par un courant

$$\dot{I}_n=\dot{I}_a+\dot{I}_b+\dot{I}_c=3\dot{I}_{a0}. \tag{12-4}$$

Ce courant est égal à trois fois le courant homopolaire.

En supposant le système linéaire et en négligeant les courants magnétisants devant les courants de charge, on peut examiner séparément la transformation de chacun des systèmes équilibrés.

La relation qui existe entre les courants primaires et secondaires directs a été obtenue au § 3-7 où l'on a démontré que quels que soient les couplages des enroulements secondaire et primaire, on a

$$\dot{I}_1=-\dot{I}'_2+\dot{I}_0\approx-\dot{I}'_2.$$

Cette équation peut s'écrire pour chacune des trois phases avec des notations adoptées pour la charge déséquilibrée:

$$\dot{I}_{A1}=-\dot{I}'_{a1}\,;\quad \dot{I}_{B1}=-\dot{I}'_{b1}\,;\quad \dot{I}_{C1}=-\dot{I}'_{c1}, \tag{12-5}$$

où $\dot{I}'_{a1}$, $\dot{I}'_{b1}$, $\dot{I}'_{c1}$ sont les courants secondaires ramenés au primaire [1]).

L'ordre de succession des phases dans le transformateur étant sans importance, les courants secondaires et primaires inverses seront liés par les mêmes relations que les courants directs:

$$\dot{I}_{A2}=-\dot{I}'_{a2}\,;\quad \dot{I}_{B2}=-\dot{I}'_{b2}\,;\quad \dot{I}_{C2}=-\dot{I}'_{c2}. \tag{12-6}$$

Ces mêmes relations peuvent être étendues aux courants homopolaires dans les cas où ces derniers peuvent circuler dans l'enroulement primaire, c'est-à-dire lorsque le primaire est couplé en étoile avec neutre sorti ou en triangle:

$$\dot{I}_{A0}=-\dot{I}'_{a0}=\dot{I}_{B0}=-\dot{I}'_{b0}=\dot{I}_{C0}=-\dot{I}'_{c0}. \tag{12-7}$$

---

[1]) L'équation (12-4) et les autres équations de ce paragraphe sont écrites pour des groupes de couplage dans lesquels les enroulements de phase de même nom (*A* et *a*, *B* et *b*, *C* et *c*) sont placés sur les mêmes noyaux.

Ainsi, lorsque le primaire est couplé en Y_n *ou en* Δ, *ses courants simples sont égaux aux courants secondaires simples correspondants:*

$$\left.\begin{aligned}&\dot{I}_A=\dot{I}_{A1}+\dot{I}_{A2}+\dot{I}_{A0}=-(\dot{I}'_{a1}+\dot{I}'_{a2}+\dot{I}'_{a0})=-\dot{I}'_a;\\&\dot{I}_B=-\dot{I}'_b;\quad \dot{I}_C=-\dot{I}'_c.\end{aligned}\right\}\qquad(12\text{-}8)$$

Quant aux courants composés, ils ne diffèrent pas des courants simples si le primaire est couplé en Y_n:

$$\dot{I}_{A1}=\dot{I}_A;\quad \dot{I}_{B1}=\dot{I}_B;\quad \dot{I}_{C1}=\dot{I}_C;$$

le courant dans le fil neutre du primaire

$$\dot{I}_N=3\dot{I}_{A0}=-3\dot{I}'_{a0}=-\dot{I}'_n$$

étant égal au courant ramené dans le fil neutre du côté secondaire.

Lorsque le primaire est couplé en triangle, les courants composés ne comportent pas de composantes homopolaires

$$\begin{aligned}\dot{I}_{A1}=\dot{I}_A-\dot{I}_B=(\dot{I}_{A1}+\dot{I}_{A2}+\dot{I}_{A0})-\\-(\dot{I}_{B1}+\dot{I}_{B2}+\dot{I}_{B0})=(\dot{I}_{A1}+\dot{I}_{A2})-(\dot{I}_{B1}+\dot{I}_{B2})=\\=-(\dot{I}'_{a1}+\dot{I}'_{a2})+(\dot{I}'_{b1}+\dot{I}'_{b2}).\end{aligned}\qquad(12\text{-}9)$$

Le courant homopolaire I_{A0} circule en circuit fermé dans le triangle sans apparaître dans les fils de ligne (fig. 12-2).

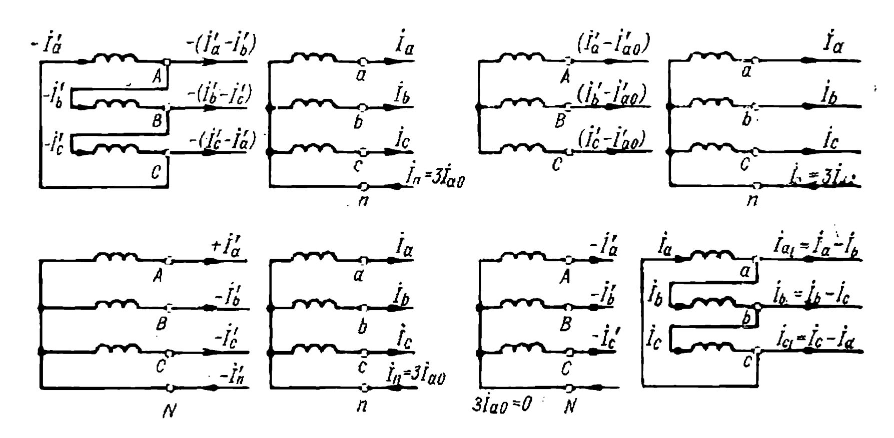


Fig. 12-2. Transformation de courants déséquilibrés pour divers modes de couplage.

Dans le cas où le primaire est couplé en étoile, le fil neutre dans lequel les courants homopolaires peuvent circuler est absent. Les courants homopolaires ne passent donc pas à l'enroulement primaire

$$\dot{I}_{A0}=\frac{1}{3}(\dot{I}_N)=(\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C)/3=0,$$

les phases de cet enroulement ne sont parcourues que par les courants directs et inverses:

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{(A)} = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = -\dot{I}'_{a1} - \dot{I}'_{a2} = -\dot{I}'_{(a)} = -(\dot{I}'_a - \dot{I}'_{a0});\\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{(B)} = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} = -\dot{I}'_{b1} - \dot{I}'_{b2} = -\dot{I}'_{(b)} = -(\dot{I}'_b - \dot{I}'_{a0}).\end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}10)$$

Il résulte de l'analyse qui précède que les courants directs et inverses se transforment de la même façon quels que soient les couplages utilisés. Aussi est-il logique de n'extraire du courant de phase total que le courant homopolaire et de considérer ensemble les courants direct et inverse:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_{(a)} + \dot{I}_{a(0)},$$

où $\dot{I}_{(a)} = \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2}$ est le courant direct et inverse dans la phase a figuré en traits interrompus sur la figure 12-1.

b) Secondaire couplé en triangle

Lorsque l'enroulement secondaire est couplé en triangle, la somme des courants composés donnés est toujours nulle: $\dot{I}_{a1} + \dot{I}_{b1} + \dot{I}_{c1} = 0$. Puisque les courants composés sont égaux à la différence des courants simples

$$\dot{I}_{a1} = \dot{I}_a - \dot{I}_b; \quad \dot{I}_{b1} = \dot{I}_b - \dot{I}_c; \quad \dot{I}_{c1} = \dot{I}_c = \dot{I}_a, \qquad (12\text{-}11)$$

et les courants simples ne comportent pas de composantes homopolaires, leur somme étant nulle

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 3\dot{I}_{a0} = 0, \qquad (12\text{-}12)$$

on peut exprimer les courants simples par les courants composés:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{I}_{a1} - \dot{I}_{c1}}{3}; \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{I}_{b1} - \dot{I}_{a1}}{3};$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{I}_{c1} - \dot{I}_{b1}}{3}. \qquad (12\text{-}13)$$

Fig. 12-3. Détermination des courants simples d'un enroulement couplé en triangle.

Graphiquement les courants simples se déterminent par le « centre de gravité » du triangle des courants composés, ce centre étant situé au point de rencontre des médianes de ce triangle. On peut s'en assurer facilement si on se rappelle que le point d'intersection des médianes est séparé des sommets du triangle par des distances égales à 2/3 des médianes (fig. 12-3).

Puisque *les courants secondaires simples* ne comportent pas de composantes homopolaires, ils *se transmettent intégralement au pri-*

maire, quel que soit son mode de couplage (fig. 12-2):

$$\dot{I}_A = -\dot{I}'_a,\ \dot{I}_B = -\dot{I}'_b,\ \dot{I}_C = -\dot{I}'_c.$$

Dans ce cas où le primaire est couplé en étoile avec neutre sorti, le courant dans le fil neutre $\dot{I}_N = 3\dot{I}_{A0} = -3\dot{I}'_{a0} = 0$.

§ 12-3. Champs magnétiques et forces électromagnétiques en charge déséquilibrée

Le champ magnétique dans un transformateur en charge déséquilibrée peut être représenté à l'approximation linéaire par la somme des champs produits par les courants direct, inverse et homopolaire (fig. 12-4).

Les courants directs dans le primaire ($\dot{I}_{A1}$, $\dot{I}_{B1}$, $\dot{I}_{C1}$) et dans le secondaire ($\dot{I}_{a1}$, $\dot{I}_{b1}$, $\dot{I}_{c1}$) ne se neutralisent qu'en partie. Les fractions non compensées des courants primaires directs, qui sont les courants magnétisants $\dot{I}_{A1} + \dot{I}'_{a1}$, $\dot{I}_{B1} + \dot{I}'_{b1}$, $\dot{I}_{C1} + \dot{I}'_{c1}$, créent un système équilibré de flux directs $\dot{\Phi}_{A1}$, $\dot{\Phi}_{B1}$, $\dot{\Phi}_{C1}$ (fig. 12-4).

Ce système de flux présente toutes les propriétés que possèdent les flux dans des transformateurs triphasés en charge équilibrée (v. § 4-1). Une chose particulièrement importante est que la somme de ces flux est nulle

$$\dot{\Phi}_{A1} + \dot{\Phi}_{B1} + \dot{\Phi}_{C1} = 0$$

et donc ils peuvent se fermer librement dans le circuit magnétique de tout type.

Ce que nous venons de dire pour les courants directs s'applique aux systèmes de courants inverses dans le primaire ($\dot{I}_{A2}$, $\dot{I}_{B2}$, $\dot{I}_{C2}$) et

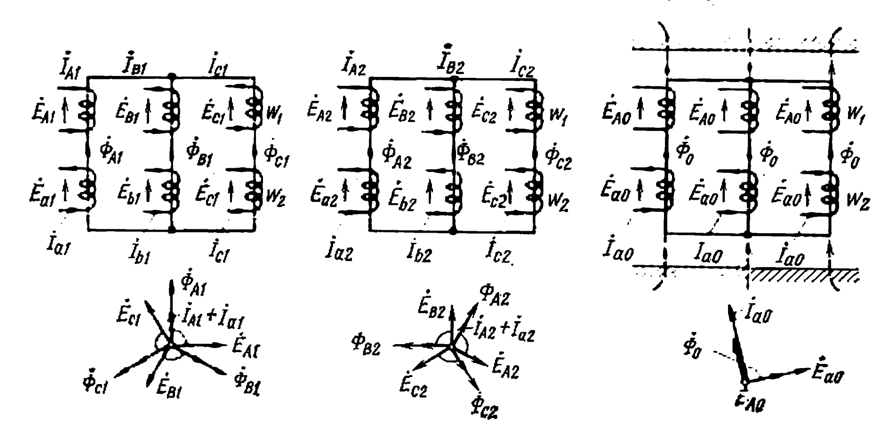


Fig. 12-4. Composantes symétriques de flux magnétiques et de ..é m. en charge déséquilibrée.

dans le secondaire ($\dot{I}_{a2}$, $\dot{I}_{b2}$, $\dot{I}_{c2}$). Ces courants ne se compensent eux aussi qu'en partie et engendrent un système symétrique de flux inverses $\dot{\Phi}_{A2}+\dot{\Phi}_{B2}+\dot{\Phi}_{C2}=0$ (fig. 12-4).

Au contraire, les valeurs des flux homopolaires dus aux courants homopolaires et les trajets par lesquels ils se ferment dépendent fortement du mode de couplage des enroulements et du type de circuit magnétique.

Comme il a été déjà expliqué au § 7-3 lors de l'analyse des phénomènes de magnétisation des circuits magnétiques, les flux homopolaires ne se ferment à l'intérieur des circuits magnétiques que dans les transformateurs à cinq colonnes et dans les transformateurs triphasés constitués de trois unités monophasées. Dans un transformateur à trois colonnes (fig. 12-4) les flux homopolaires en phase

$$\dot{\Phi}_{A0}=\dot{\Phi}_{B0}=\dot{\Phi}_{C0}=\dot{\Phi}_{0}$$

sortent des limites du circuit magnétique et se ferment à travers les intervalles non magnétiques, les parois de la cuve et les pièces mécaniques en matériaux ferromagnétiques.

Etant donné une forte réluctance offerte par les intervalles non magnétiques, les flux homopolaires dans un transformateur à trois colonnes sont beaucoup moindres que dans un transformateur à cinq colonnes ou dans un transformateur triphasé constitué de trois unités monophasées (pour la même f.m.m. $\dot{I}_{a0}w_2$).

Les flux homopolaires deviennent particulièrement intenses dans le cas où les courants homopolaires circulant dans l'enroulement secondaire couplé en étoile avec neutre sorti ne sont pas compensés par les courants dans le primaire, par exemple, si celui-ci est couplé en étoile avec neutre isolé (fig. 12-4).

De même que dans le cas des courants directs et inverses, il y a intérêt à considérer les flux direct et inverse ensemble et à extraire des flux dans une phase seulement les flux homopolaires :

$$\dot{\Phi}_{A}=\dot{\Phi}_{(A)}+\dot{\Phi}_{0}; \quad \dot{\Phi}_{B}=\dot{\Phi}_{(B)}+\dot{\Phi}_{0}; \; \dot{\Phi}_{c}=\dot{\Phi}_{(C)}+\dot{\Phi}_{0},$$

où $\dot{\Phi}_{(A)}=\dot{\Phi}_{A1}+\dot{\Phi}_{A2}$, $\dot{\Phi}_{(B)}=\dot{\Phi}_{B1}+\dot{\Phi}_{B2}$, $\dot{\Phi}_{(C)}=\dot{\Phi}_{C1}+\dot{\Phi}_{C2}$ sont les flux globaux directs et inverses dans les phases.

Les flux direct et inverse à variation harmonique induisent dans les phases de l'enroulement primaire des *f.é.m. d'induction mutuelle directe et inverse* [v. (3-7)]:

$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_{(A)}&=\dot{E}_{A1}+\dot{E}_{A2}=-j\,\frac{\omega}{\sqrt{2}}\,w_1\dot{\Phi}_{(A)}=\dot{E}'_{(a)};\\ \dot{E}_{(B)}&=\dot{E}_{B1}+\dot{E}_{B2}=-j\,\frac{\omega}{\sqrt{2}}\,w_1\dot{\Phi}_{(B)}=\dot{E}'_{(b)}, \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}14)$$

où $\dot{E}'_{(a)}=\dot{E}_{(a)}\,w_1/w_2$ est la f.é.m. d'induction mutuelle directe et inverse ramenée de la phase a.

Les flux homopolaires variant harmoniquement induisent dans les phases de l'enroulement primaire des *f.é.m. d'induction mutuelle homopolaires* (fig. 12-4) :

$$\dot{E}_{A0} = -j\frac{\omega}{\sqrt{2}}w_1\dot{\Phi}_0 = \dot{E}'_{a0}\ , \qquad (12\text{-}15)$$

où $\dot{E}'_{a0} = \dot{E}_{a0}w_1/w_2$ est la f.é.m. d'induction mutuelle homopolaire de l'enroulement secondaire ramenée au primaire.

La force électromotrice d'induction mutuelle homopolaire peut être exprimée par les courants homopolaires $\dot{I}_{a0}$ qui engendrent les flux homopolaires $\dot{\Phi}_0$ (le flux homopolaire ne doit être pris en compte séparément que dans le cas où la primaire est couplé en étoile et n'est pas parcouru par un courant homopolaire comme l'indique la figure 12-4)

$$\dot{E}_{A0} = -\underline{Z}'_{00}\dot{I}'_{a0}, \qquad (12\text{-}16)$$

où $\underline{Z}'_{00} = R'_{00} + jX_{00}$ est *l'impédance d'induction mutuelle homopolaire*;

$X'_{00} = \omega w_1^2\,\Lambda_{00}$, la réactance d'induction mutuelle homopolaire, proportionnelle à la perméance homopolaire;

R'_{00} la composante résistive de l'impédance d'induction mutuelle déterminée par les pertes magnétiques provoquées dans les pièces constructives ferromagnétiques par les flux homopolaires à variation harmonique.

Puisque le courant $\dot{I}_{a0}$ est un courant « magnétisant » pour les flux homopolaires, la relation (12-16) est écrite par analogie avec la relation (3-7) qui relie le courant magnétisant $\dot{I}_0$ à la force électromotrice $\dot{E}_1$.

§ 12-4. Déséquilibre des tensions primaires simples en charge déséquilibrée

En charge déséquilibrée, les équations des tensions simples primaires s'écrivent pour les différentes phases par analogie avec les équations en charge équilibrée (3-13). Au lieu de la f.é.m. d'induction mutuelle $\dot{E}_1$ on introduit dans les équations les f.é.m. d'induction mutuelle des phases, égales à la somme des f.é.m. directe et inverse et de la f.é.m. homopolaire $\dot{E}_{A0} = \dot{E}_{B0} = \dot{E}_{C0}$:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_A &= -\dot{E}_{(A)} - \dot{E}_{A0} + \underline{Z}_1\dot{I}_A; \\ \dot{U}_B &= -\dot{E}_{(B)} - \dot{E}_{A0} + \underline{Z}_1\dot{I}_B; \\ \dot{U}_C &= -\dot{E}_{(C)} - \dot{E}_{A0} + \underline{Z}_1\dot{I}_C. \end{aligned}\right\} \qquad (12\text{-}17)$$

Les tensions composées primaires $\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{BC}$, $\dot{U}_{CA}$, déséquilibrées dans le cas général, sont les grandeurs données.

Lorsque le primaire est couplé en triangle, les tensions simples primaires coïncident avec les tensions composées données et n'exigent donc aucune détermination. De plus, le courant homopolaire I_{A0} compense dans le triangle les courants secondaires homopolaires si bien que la f.é.m. $\dot{E}_{A0}$ disparaît dans (12-17) ($\dot{E}_{A0} = 0$).

Si les tensions composées sont équilibrées, les tensions simples dans le primaire couplé en triangle le sont également.

Dans le cas où le primaire est couplé en étoile avec neutre isolé, les tensions simples primaires doivent correspondre aux tensions composées données

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{U}_B - \dot{U}_A;\\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_C - \dot{U}_B.\end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}18)$$

En outre, en additionnant les premiers et les seconds membres de (12-17) et ayant en vue que les sommes des f.é.m. et des courants qui ne comportent pas de composantes homopolaires sont nulles

$$\dot{E}_{(A)} + \dot{E}_{(B)} + \dot{E}_{(C)} = (\dot{E}_{A1} + \dot{E}_{B1} + \dot{E}_{C1}) + (\dot{E}_{A2} + \dot{E}_{B2} + \dot{E}_{C2}) = 0,$$

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = (\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{C1}) + (\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{B2} + \dot{I}_{C2}) = 0,$$

on obtient une équation importante

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = -3\dot{E}_{A0} = 3\dot{I}'_{a0}\underline{Z}'_{00}, \quad (12\text{-}19)$$

En soustrayant membre à membre la deuxième relation (12-18) de la première et en tenant compte de (12-19), on trouve:

$$\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{BC} = -(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) + 3\dot{U}_B = 3(\dot{E}_{A0} + \dot{U}_B),$$

$$\dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{BC}}{3} - \dot{E}_{A0} = \dot{U}_{(B)} - \dot{E}_{A0}$$

et, par analogie,

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{BC} - \dot{U}_{CA}}{3} - \dot{E}_{A0} = \dot{U}_{(C)} - \dot{E}_{A0}, \text{ etc.} \quad (12\text{-}20)$$

Ici, $\dot{U}_{(B)}$ et $\dot{U}_{(C)}$ sont les tensions simples lorsque le courant homopolaire ne parcourt pas l'enroulement secondaire, c'est-à-dire si $\dot{I}_{a0} = 0$ et $\dot{E}_{A0} = -\underline{Z}_{00}\dot{I}'_{a0} = 0$.

Comme on le voit sur la figure 12-5, les tensions simples $\dot{U}_{(A)}$, $\dot{U}_{(B)}$, $\dot{U}_{(C)}$ sont dirigées du centre de gravité N du triangle des tensions composées vers ses sommets [comparer avec (12-13) et la figure 12-3 pour les courants simples].

Si les tensions composées sont équilibrées $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{CA}$ et il n'y a pas de circulation du courant homopolaire dans le secondaire $\dot{I}_{a0} = 0$, les tensions simples primaires sont elles aussi équilibrées:

$$U_{(A)} = U_{(B)} = U_{(C)} = U_A = U_B = U_C.$$

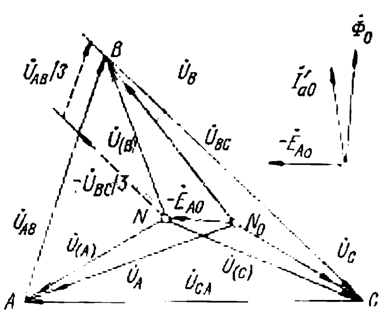


Fig. 12-5 Diagramme des tensions primaires en charge déséquilibrée.

L'apparition des courants homopolaires ($I_{a0} \neq 0$) a pour effet un déplacement du centre de gravité du triangle d'une distance égale à $\dot{E}_0$ (de la position N dans la position N_0) et un déséquilibre des tensions simples. Dans ce cas les tensions simples deviennent déséquilibrées ($U_A \neq U_B \neq U_C$), même si les tensions composées primaires sont équilibrées.

Ce déséquilibre des tensions simples est beaucoup moins important dans les transformateurs à trois noyaux que dans les transformateurs à cinq noyaux ou dans le groupe de trois transformateurs monophasés parce que les transformateurs à trois noyaux offrent aux flux magnétiques homopolaires une réluctance beaucoup plus grande que les deux derniers types de transformateurs.

Il résulte de (12-20) que l'équilibre des tensions simples peut aussi être troublé par suite d'une dissymétrie des tensions composées même en l'absence de courants homopolaires. Au point de vue de l'équilibre des tensions simples, il est préférable de coupler le primaire en triangle parce que dans ce cas, les tensions composées étant équilibrées, les tensions simples restent équilibrées même s'il y a circulation de courant homopolaire dans le secondaire.

§ 12-5. Déséquilibre des tensions secondaires en charge déséquilibrée

Les équations pour les tensions simples secondaires peuvent s'écrire par analogie avec (3-19) valables pour une charge équilibrée. Au lieu de la f.é.m. d'induction mutuelle ramenée $\dot{E}'_2 = \dot{E}_1$ on introduit dans l'équation la f.é.m. $\dot{E}'_{(a)} = \dot{E}_{(A)}$ ou ($\dot{E}_{(B)}$, $\dot{E}_{(C)}$) et la

f.é.m. $\dot{E}'_{a0} = \dot{E}_{A0}$:

$$\left.\begin{aligned} -\dot{U}'_a &= -\dot{E}_{(A)} - \dot{E}_{A0} + \underline{Z}'_2\dot{I}'_a \\ -\dot{U}'_b &= -\dot{E}_{(B)} - \dot{E}_{A0} + \underline{Z}'_2\dot{I}'_b \ldots \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}21)$$

En éliminant entre ces équations, à l'aide de (12-17), les f.é.m., on peut exprimer les tensions simples secondaires directement par les tensions simples primaires

$$\left.\begin{aligned} -\dot{U}'_a &= \dot{U}_A - \underline{Z}_1\dot{I}_A + \underline{Z}'_2\dot{I}'_a; \\ -\dot{U}'_b &= \dot{U}_B - \underline{Z}_1\dot{I}_B + \underline{Z}'_2\dot{I}'_b, \text{ etc.} \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}22)$$

Etant écrit sous cette forme générale, le système (12-22) est également valable pour tous les modes de couplage des enroulements primaire et secondaire.

Avec le primaire couplé en triangle et le secondaire en étoile avec neutre sorti, lorsque le courant secondaire homopolaire $\dot{I}_{a0}$ est équilibré au point de vue magnétique par le courant primaire homopolaire $\dot{I}_{A0}$ qui se ferme dans le contour du triangle, le flux homopolaire est nul $\dot{\Phi}_0 = 0$ et les courants primaires sont égaux aux courants secondaires ramenés:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = -\dot{I}'_{a1} - \dot{I}'_{a2} - \dot{I}'_{a0} = -\dot{I}'_a,$$
$$\dot{I}_B = -\dot{I}'_b, \; \dot{I}_C = -\dot{I}'_c.$$

Dans ce cas, la tension simple secondaire ramenée diffère de la tension primaire par une chute de tension relativement petite dans l'impédance de court-circuit (de même qu'en charge équilibrée):

$$\left.\begin{aligned} -\dot{U}'_a &= \dot{U}_A + \underline{Z}_{cc}\dot{I}'_a; \\ -\dot{U}'_b &= \dot{U}_B + \underline{Z}_{cc}\dot{I}'_b, \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}23)$$

où $\underline{Z}_{cc} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2$ est l'impédance de court-circuit.

Puisque pour des valeurs données des tensions composées primaires équilibrées, les tensions simples primaires sont également équilibrées, le déséquilibre des tensions simples secondaires dû au déséquilibre des courants est relativement peu important.

Les équations (12-23) peuvent aussi être utilisées pour la détermination des tensions secondaires dans le cas où le primaire est couplé en étoile et le secondaire en triangle, c'est-à-dire dans un transformateur Y/Δ, lorsque (v. plus haut) les courants secondaires, de même que les courants primaires, ne comportent pas de composantes homopolaires ($I_{A0} = I_{a0} = 0$).

Dans ces conditions, les courants primaires et les courants secondaires se compensent exactement

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = -\dot{I}'_{a1} - \dot{I}'_{a2} = -\dot{I}'_a, \; \dot{I}_B = -\dot{I}'_b, \; \dot{I}_C = -\dot{I}'_c,$$

alors que le flux homopolaire et la f.é.m. homopolaire sont nuls ($\Phi_0 = 0$, $E_0 = 0$). C'est pourquoi [v. (12-20)] les tensions simples primaires se déterminent par le centre de gravité du triangle des tensions composées

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{(A)}, \quad \dot{U}_B = \dot{U}_{(B)}, \quad \dot{U}_C = \dot{U}_{(C)}$$

et, lorsque les tensions composées sont équilibrées, il en est de même des tensions simples, alors que les relations (12-22) se transforment en (12-23).

Des déséquilibres nettement plus importants des tensions simples secondaires et primaires peuvent être provoqués par des courants homopolaires $\dot{I}_{a0}$ dans le cas où le primaire est couplé en étoile avec neutre isolé et le secondaire en étoile avec neutre sorti, lorsque le primaire n'est pas parcouru par le courant homopolaire [v. (12-10)]:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{(A)} = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = -\dot{I}'_{a1} - \dot{I}'_{a2} = -\dot{I}'_{(a)};$$

$$\dot{I}'_a = \dot{I}'_{a1} + \dot{I}'_{a2} + \dot{I}'_{a0} = \dot{I}'_{(a)} + \dot{I}'_{a0}.$$

Compte tenu des (12-10) et (12-20), les équations (12-22) prennent la forme

$$\left.\begin{aligned} -\dot{U}'_a &= (\dot{U}_{(A)} + \dot{I}'_{a1}\underline{Z}_{cc}) + \dot{I}'_{a2}\underline{Z}_{cc} + \dot{I}'_{a0}\underline{Z}'_n; \\ -\dot{U}'_b &= (\dot{U}_{(B)} + \dot{I}'_{b1}\underline{Z}_{cc}) + \dot{I}'_{b2}\underline{Z}_{cc} + \dot{I}'_{a0}\underline{Z}'_n \ldots, \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}24)$$

où $\underline{Z}'_n = \underline{Z}'_{00} + \underline{Z}'_2$ est l'impédance homopolaire du secondaire ramenée au primaire.

Lorsque les tensions composées primaires sont équilibrées, les tensions $\dot{U}_{(A)}$, $\dot{U}_{(B)}$, $\dot{U}_{(C)}$ le sont également et le déséquilibre est lié aux chutes de tension développées par les courants inverses ($\dot{I}'_{a2}\underline{Z}_{cc}$, $\dot{I}'_{b2}\underline{Z}_{cc}$, $\dot{I}'_{c2}\underline{Z}_{cc}$) et les courants homopolaires $\dot{I}'_{a0}\underline{Z}'_n$.

Comme on le voit sur la figure 12-6, les chutes de tension dues au passage des courants directs ($\dot{I}'_{a1}\underline{Z}_{cc}$, $\dot{I}'_{b1}\underline{Z}_{cc}$, $\dot{I}'_{c1}\underline{Z}_{cc}$) ne provoquent aucun déséquilibre des tensions.

Toutefois il convient de remarquer que même dans un transformateur à trois colonnes dont l'impédance homopolaire $Z'_{*n} = 0,3$ à 1,0 est relativement petite et ne vaut que quelques fois l'impédance de court-circuit $Z_{*cc} = 0,05$ à 0,13, les déséquilibres des tensions simples provoqués par les courants homopolaires sont beaucoup plus importants que les déséquilibres dus aux courants inverses de même valeur. L'influence des courants homopolaires est particulièrement grande dans le transformateur à cinq noyaux et dans le transforma-

teur triphasé constitué de trois unités monophasées couplées en Y/Y_n parce que les flux homopolaires s'y ferment, de même que les flux directs, dans le circuit magnétique. Dans de tels transformateurs $Z'_{*n} = Z_{*0} = 10$ à 100, de sorte que les courants homopolaires, même de faible valeur, provoquent des déséquilibres inadmissibles des tensions simples. Pour cette raison, il n'est pas recommandé d'utiliser le couplage Y/Y_n des transformateurs à cinq noyaux et des transformateurs triphasés constitués de trois unités monophasées. En utilisant ce mode de couplage des enroulements dans un transfor-

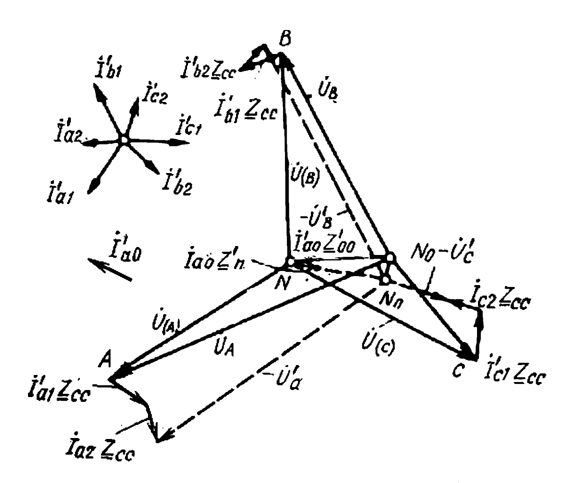


Fig. 12-6. Diagramme d'un transformateur Y/Y_n en charge déséquilibrée (les tensions composées primaires sont équilibrées).

mateur à trois noyaux, on doit imposer des restrictions au courant homopolaire.

En soustrayant la deuxième relation (12-24) de la première, on peut constater que le déséquilibre des tensions composées secondaires n'est lié qu'aux courants inverses

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_b - \dot{U}_a = \dot{U}_{(A)} - \dot{U}_{(B)} + (\dot{I}_{a1} - \dot{I}'_{b1})\,\underline{Z}_{cc} + (\dot{I}_{a2} - \dot{I}'_{b2})\,\underline{Z}_{cc}.$$

etc.

Pour diminuer les déséquilibres des tensions simples provoqués par les courants homopolaires, on utilise dans les transformateurs à cinq noyaux et les transformateurs constitués de trois unités monophasées ainsi que dans les gros transformateurs à trois noyaux couplés en Y/Y_n un enroulement supplémentaire dit de compensation, en le couplant en triangle. Les courants homopolaires induits dans le contour du triangle affaiblissent les flux homopolaires, ce

qui permet de réduire de façon substantielle le déséquilibre des tensions simples dans les enroulements principaux. Cet enroulement couplé en triangle est parfois utilisé comme enroulement tertiaire du transformateur en le raccordant au réseau. Dans ce cas l'enroulement couplé en triangle est calculé non seulement pour la compensation des courants homopolaires mais aussi pour la transmission d'une partie de la puissance au réseau auquel il est relié.

§ 12-6. Détermination expérimentale de l'impédance homopolaire de l'enroulement secondaire

Pour déterminer expérimentalement l'impédance que le secondaire présente aux courants homopolaires, on reproduit artificiellement dans ses phases un système de courants en phase, c'est-à-dire un système de courants homopolaires $I_{a0} = I$.

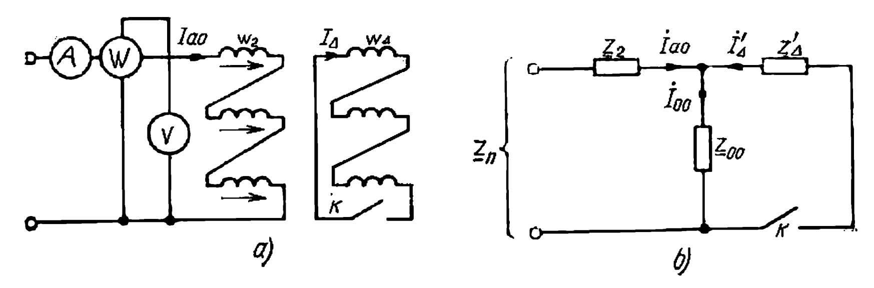


Fig. 12-7. Détermination expérimentale de l'impédance homopolaire:
a) schéma de l'essai; *b*) circuit équivalent pour le courant homopolaire.

Un tel système de courants peut être obtenu le plus simplement en couplant les phases du secondaire en série, en un « triangle ouvert » (fig. 12-7, *a*).

Ayant mesuré la tension, le courant et la puissance active à l'aide des appareils représentés dans le schéma, on peut calculer l'impédance homopolaire d'une phase et ses composantes

$$Z_n = U/3I; \quad R_n = P/3I^2; \quad X_n = \sqrt{Z_n^2 - R_n^2}.$$

La composante réactive X_n de l'impédance homopolaire est égale à la somme de la réactance homoplaire d'induction mutuelle X_{00} et de la réactance de fuites du secondaire X_2:

$$X_n = X_{00} + X_2 = \omega\Lambda_{00}w_2^2 + \omega\Lambda_{\sigma 2}w_2^2,$$

où Λ_{00}, $\Lambda_{\sigma 2}$ sont les perméances pour les flux homopolaires d'induction mutuelle et les flux de fuites.

La composante active R_n de l'impédance homopolaire est égale à la somme de la résistance d'induction mutuelle R_{00} et de la résistance ohmique du secondaire R_2:

$$R_n = R_{00} + R_2.$$

Si en plus des enroulements couplés en Y/Y_n, le transformateur comporte encore un enroulement couplé en triangle, ce dernier peut être considéré comme étant mis en court-circuit par rapport à la f.é.m. homopolaire. Le courant homopolaire I_Δ qui prend naissance dans son contour affaiblit considérablement les flux homopolaires et l'impédance homopolaire (fig. 12-7, *a*).

Dans ce cas, pour déterminer l'impédance homopolaire, on doit fermer l'interrupteur K (fig. 12-7, *b*).

Lorsque le contour du triangle est ouvert, l'impédance homopolaire du secondaire (v. le circuit équivalent) est égale à $\underline{Z}_n = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{00}$ et sa valeur diminue notablement si ce contour est fermé:

$$\underline{Z}_{n\Delta} = \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}'_\Delta \underline{Z}_{00}}{\underline{Z}'_\Delta + \underline{Z}_{00}} \approx \underline{Z}_2 + \underline{Z}'_\Delta \ll \underline{Z}_n,$$

parce que $\underline{Z}'_\Delta \ll \underline{Z}_{00}$.

§ 12-7. Régimes déséquilibrés monophasés et biphasés

Charge monophasée en cas des couplages Y/Y$_n$ ou Y/Δ/Y$_n$ (fig. 12-8, a). — Les grandeurs données sont les tensions composées primaires $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{11}$ et l'impédance de charge Z.

La phase a est parcourue par un courant $\dot{I}_a$ qui se ferme à travers l'impédance Z, les autres phases ne sont parcourues par aucun courant

$$\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0.$$

Le courant homopolaire a pour valeur

$$\dot{I}_{a0} = (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c)/3 = \dot{I}_a/3.$$

La somme des courants direct et inverse dans la phase a est

$$\dot{I}_{(a)} = \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2} = \dot{I}_a - \dot{I}_{a0} = 2\dot{I}_a/3.$$

Les courants dans l'enroulement primaire [v. (12-10)] ont pour expressions

$$\dot{I}_A = -\dot{I}'_a = -2\dot{I}'_a/3; \quad \dot{I}_B = -\dot{I}'_{(b)} = \dot{I}'_b - \dot{I}'_{a0} = -\dot{I}'_a/3 = \dot{I}_C.$$

La tension aux bornes de l'impédance de charge Z et donc aux bornes de la phase a [v. (12-24)] est

$$-\dot{U}'_a = \dot{U}_A = (\dot{I}'_{a1} + \dot{I}'_{a2})\, \underline{Z}_{cc} + \dot{I}'_{a0}\, \underline{Z}'_n = -\underline{Z}'\dot{I}'_a,$$

où $U_A = U_1/3$.

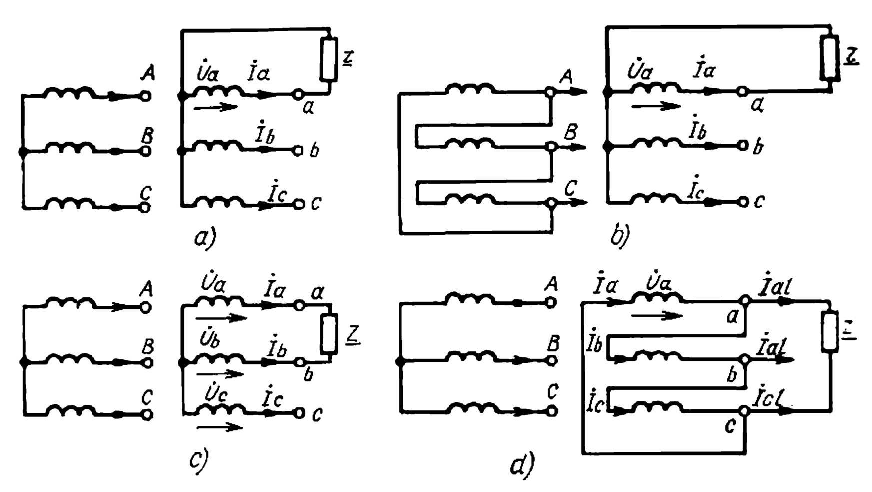


Fig. 12-8. Charges monophasées et biphasées dans les divers modes de couplage.

En tenant compte de la relation qui existe entre les courants, on peut trouver le courant de charge.

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}'_a &= \frac{-3\dot{U}_A}{2\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'_n+3\underline{Z}'} \\ \text{ou encore} \quad & \\ I'_a &= \frac{\sqrt{3}U_1}{|2\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'_n+3\underline{Z}'|}. \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}25)$$

En posant dans (12-25) l'impédance $\underline{Z}' = 0$, on obtient la formule pour un court-circuit monophasé.

Charge monophasée dans le cas des couplages Δ/Y_n (fig. 12-8, *b*).— Sont données les tensions composées primaires, qui sont en même temps les tensions simples, $U_A = U_{CA} = U_B = U_{AB} = U_C = U_{BC} = U_1$ et l'impédance de charge Z.

Les courants dans le primaire sont donnés par (12-10):

$$\dot{I}_A = -\dot{I}'_a, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_C = 0.$$

La tension agissant sur la charge est égale à la tension aux bornes de la phase *a* [v. (12-23)]:

$$-\dot{U}'_a = \dot{U}_A + \underline{Z}_{cc}\dot{I}'_a = -\underline{Z}'\dot{I}'_a.$$

Le courant de charge a pour valeur

$$\dot{I}'_a = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'} \quad \text{ou} \quad I'_a = \frac{U_{11}}{|\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'|}. \quad (12\text{-}26)$$

En posant dans (12-26) l'impédance $\underline{Z}' = 0$, on obtient la formule donnant le courant de court-circuit monophasé (dans le cas considéré ce courant ne diffère pas du courant de court-circuit triphasé équilibré).

Charge biphasée dans le cas du couplage Y/Y (fig. 12-8, *c*).— Les grandeurs données sont les tensions composées primaires $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_1$ et l'impédance de charge Z. Les phases *a* et *b* sont parcourues par le courant de charge $\dot{I}_b = -\dot{I}_a$, alors que le courant dans la phase *c* est nul, $I_c = 0$.

Les courants simples primaires sont donnés par (12-10)

$$\dot{I}_A = -\dot{I}'_a = \dot{I}'_b; \quad \dot{I}_B = -\dot{I}'_b; \quad \dot{I}_C = 0.$$

La tension aux bornes de la charge est égale à la tension composée U_{ab} (12-23):

$$\dot{U}'_{ab} = \dot{U}'_b - \dot{U}'_a = \dot{U}_A - \dot{U}_B + \underline{Z}_{cc}(\dot{I}'_a - \dot{I}'_b) = \underline{Z}\dot{I}'_b.$$

Le courant de charge a pour valeur

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}'_b &= \frac{\dot{U}_A-\dot{U}_B}{2\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'} = \frac{-\dot{U}_{AB}}{2\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'} \\ \text{ou} \quad & \\ I'_b &= \frac{U_{11}}{|2\underline{Z}_{cc}+\underline{Z}'|}. \end{aligned}\right\} \quad (12\text{-}27)$$

En posant dans (12-27) l'impédance $\underline{Z}' = 0$, on obtient la formule pour le courant de court-circuit biphasé.

Charge biphasée dans le cas du couplage Δ/Y.— Si le primaire du transformateur est couplé en triangle et le couplage de la charge correspond au schéma de la figure 12-8, *c*, le courant de charge peut être déterminé à l'aide de la relation (12-27).

En tenant compte du fait que dans un enroulement couplé en triangle $U_A = U_B = U_{11}$ et $|\dot{U}_A - \dot{U}_B| = \sqrt{3}U_{11}$, on peut calculer le module du courant de charge

$$I'_b = \frac{\sqrt{3}U_{11}}{|2\underline{Z}_{cc} + \underline{Z}'|}. \qquad (12\text{-}28)$$

En posant dans (12-27) l'impédance $\underline{Z}' = 0$, on obtient la formule pour le courant de court-circuit biphasé.

Charge biphasée dans le cas du coulpage Y/Δ (fig. 12-8, *d*).— Le courant composé circulant dans la charge est $\dot{I}_{a1} = -\dot{I}_{c1}$, alors que le courant composé dans la phase *b* est nul, $\dot{I}_{b1} = 0$. Les courants simples secondaires sont donnés par (12-13):

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{I}_{a1} - \dot{I}_{c1}}{3} = \frac{2}{3}\dot{I}_{a1}; \quad \dot{I}_b = -\frac{1}{3}\dot{I}_{a1}; \quad \dot{I}_c = -\frac{1}{3}\dot{I}_{a1}.$$

La tension sur la charge est égale à la tension aux bornes de la phase *a* (12-23) ou à la tension composée $\dot{U}_{ca}$:

$$-\dot{U}'_a = -\dot{U}'_{ca} = \dot{U}_A + \underline{Z}_{cc}\dot{I}'_a = -\dot{I}_{a1}\underline{Z}'.$$

Le courant de charge a pour valeur

$$\dot{I}_{a1} = -\frac{\dot{U}_A}{2\underline{Z}_{cc}/3 + \underline{Z}'} \quad \text{ou} \quad I_{a1} = \frac{U_{11}}{\sqrt{3}\,|2\underline{Z}_{cc}/3 + \underline{Z}'|}. \qquad (12\text{-}29)$$

En posant dans (12-29) l'impédance $\underline{Z}' = 0$, on obtient la formule pour le courant de court-circuit biphasé.

CHAPITRE 13

PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LE TRANSFORMATEUR À L'ENCLENCHEMENT ET EN COURT-CIRCUIT AUX BORNES DU SECONDAIRE

§ 13-1. Phénomènes transitoires à l'enclenchement du transformateur sur le réseau

A toute variation de la charge secondaire ou de la tension primaire, un nouveau régime s'établit dans le transformateur après un phénomène transitoire. Au cours de certains phénomènes transitoires les courants dans les enroulements peuvent atteindre des valeurs très supérieures à celles de régime. Les températures des enroulements et les efforts électrodynamiques, dépendant des courants, croissent considérablement et peuvent dépasser les valeurs admissibles. Aussi, sans tenir compte des phénomènes transitoires est-il impossible, en établissant le projet d'un transformateur, de choisir correctement ses dimensions, de déterminer les conditions de son utilisation et d'énoncer les exigences relatives à sa protection.

Considérons d'abord l'enclenchement du transformateur sur le réseau.

L'enroulement secondaire du transformateur sera supposé ouvert ($i_2 = 0$). Son primaire est branché à l'instant $t = 0$ sur un réseau de tension simple $u_1 = U_{1m} \cos(\omega t + \psi)$. Les phénomènes qui se déroulent dans le circuit primaire du transformateur se décrivent par l'équation différentielle non linéaire des tensions

$$i_0 R_1 + w_1 \frac{d\Phi}{dt} = u_1, \qquad (13\text{-}1)$$

dans laquelle i_0 est le courant à vide transitoire; $\Phi = f(i_0)$ le flux magnétique d'induction mutuelle à variation non linéaire en fonction du courant i_0 (fig. 2-3).

En tenant compte du fait que $i_0 R_1 \ll w_1 d\Phi/dt$, on peut, sans commettre d'erreur sensible, exprimer le courant i_0 par le flux Φ à l'aide d'une relation linéaire approchée

$$i_0 = w_1 \Phi / L_0,$$

où $L_0 =$ constante est la valeur moyenne de l'inductance du primaire:

$$\frac{d\Phi}{dt} + \Phi \frac{R_1}{L_0} = \frac{u_1}{w_1}. \qquad (13\text{-}2)$$

La solution de l'équation différentielle à coefficients constants s'écrit sous la forme d'une somme de deux composantes du flux

$$\Phi = \Phi_l + \Phi_{st}.$$

La composante libre du flux $\Phi_1 = Ce^{-\alpha_0 t}$ est la solution générale de l'équation homogène

$$\frac{d\Phi}{dt} + \Phi \frac{R_1}{L_0} = 0,$$

où $-\alpha_0 = -R_1/L_0$ est la racine de l'équation caractéristique.

La composante stationnaire du flux

$$\Phi_{st} = \Phi_m \sin(\omega t + \psi),$$

où $\Phi_m = U_{1m}/\omega w_1$ représente le flux d'induction mutuelle Φ [v. (2-9)] qui s'établit dans le circuit magnétique du transformateur

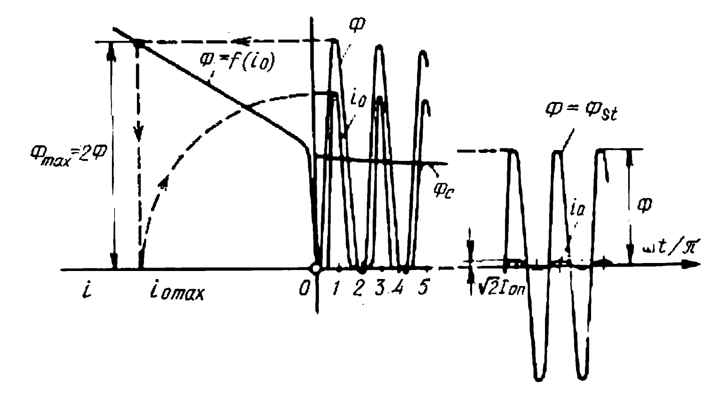


Fig. 13-1. Variations du flux et du courant magnétisant à l'enclenchement du transformateur sur le réseau ($\psi = -\pi/2$, $\Phi_1 = \Phi e^{-\alpha_0 t}$).

en marche à vide pour $u_1 = U_{1m} \cos(\omega t + \psi)$.

La constante C se détermine par les conditions initiales. Si on néglige le flux rémanent ($\Phi_{rém} = 0$), le flux dans le circuit magnétique à l'instant $t = 0$ est nul:

$$\Phi_{t=0} = \Phi_1 + \Phi_{st} = C + \Phi_m \sin\psi = 0,$$

d'où

$$C = -\Phi_m \sin\psi$$

et

$$\Phi = -\Phi_m \sin\psi e^{-\alpha_0 t} + \Phi_m \sin(\omega t + \psi). \qquad (13\text{-}3)$$

L'enclenchement le plus défavorable du transformateur est celui qui a lieu pour $\psi = \pm\pi/2$ lorsqu'à l'instant $t = 0$ la tension $u_1 = 0$. Dans ce cas la valeur initiale de la composante libre du flux est égale à l'amplitude du flux de régime $C = \mp \Phi_m$ et, comme le montre la figure 13-1, le flux dans le circuit magnétique atteint, au bout d'une demi-période $\omega t = \pi$ après l'enclenchement, sa valeur maximale égale à l'amplitude double $\Phi_{max} \approx 2\Phi_m$ (la composante libre ne subit à cet instant qu'une très faible atténuation, $e^{-\frac{\alpha_0 \pi}{\omega}} \approx 1$).

Le courant qui parcourt le primaire après son enclenchement sur le réseau peut être déterminé graphiquement (fig. 13-1) à l'aide de la courbe de magnétisation de la figure 2-3 [1]).

Bien que le courant à vide en régime établi I_{0n} ne constitue qu'une petite fraction du courant nominal, la valeur maximale du courant d'enclenchement $i_{0\,max}$ qui s'observe une demi-période après le début du phénomène transitoire, peut dépasser l'amplitude du courant nominal de charge

$$i_{0\,max} \geqslant \sqrt{2} I_{1n} \geqslant \sqrt{2} I_{0n}.$$

On doit tenir compte de ce phénomène tant lors du réglage du dispositif de protection du transformateur que lors de l'essai à vide qui est à réaliser de manière que les appareils utilisés ne soient pas endommagés.

§ 13-2. Phénomènes transitoires en cas de court-circuit aux bornes du secondaire

Bornons-nous à examiner le cas d'un court-circuit (triphasé) équilibré aux bornes du secondaire du transformateur. Supposons qu'avant l'instant de court-circuit ($t < 0$), le primaire soit branché sur un réseau de tension $u_1 = U_{1m} \cos(\omega t + \psi)$ et son secondaire soit ouvert.

Si l'on néglige le courant magnétisant et on pose $i_1 = -i'_2$, le phénomène transitoire qui se produit en cas de court-circuit peut être étudié à l'aide du schéma électrique équivalent du transformateur en court-circuit.

Le schéma équivalent du transformateur en court-circuit comporte (v. fig. 4-2, *b*) une résistance de court-circuit $R_{cc} = R_1 + R'_2$ et une réactance de court-circuit $X_{cc} = X_1 + X'_2$, où

$$L_{cc} + X_{cc}/\omega = L_1 + L'_2.$$

Les phénomènes transitoires d'un tel circuit se décrivent par l'équation différentielle linéaire à coefficients constants ($R_{cc} =$ = constante et L_{cc} = constante)

$$R_{cc} i_1 + L_{cc} \frac{di_1}{dt} = u_1, \qquad (13\text{-}4)$$

dont la solution est

$$i_1 = i_{11} + i_{1st}.$$

La composante libre du courant $i_{11} = Ce^{-\alpha_{cc} t}$ donne la solution de l'équation homogène

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{R_{cc}}{L_{cc}} i_1 = 0,$$

où $-\alpha_{cc} = -R_{cc}/L_{cc}$ est la racine de l'équation caractéristique.

---

[1]) La linéarisation de la courbe de magnétisation conduit à une certaine erreur dans la détermination de α_0 et de l'amortissement de la composante libre du flux.

La composante stationnaire du courant

$$i_{1st} = \sqrt{2} I_{cc} \cos(\omega t + \psi - \varphi_{cc})$$

représente une solution particulière de l'équation (13-4) pour $t = \infty$ ou le courant de court-circuit en régime établi. L'amplitude et la phase de ce courant se déterminent à l'aide du circuit équivalent du transformateur en court-circuit (v. fig. 5-2, b):

$$\sqrt{2} I_{cc} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{R_{cc}^2 + (\omega L_{cc})^2}} = \frac{U_{1m}}{Z_{cc}};$$

$$\varphi_{cc} = \operatorname{arctg} \frac{\omega L_{cc}}{R_{cc}}.$$

La constante C peut être déterminée à partir des conditions initiales. Avant le court-circuit le transformateur fonctionnait à vide. Aussi, peut-on considérer (en négligeant le courant à vide) qu'à l'instant $t = 0$

$$i_{1_{t=0}} = -i'_{2_{t=0}} = i_{1l} + i_{1st} = C + \sqrt{2} I_{cc} \cos(\psi - \varphi_{cc}) = 0,$$

d'où la constante

$$C = -\sqrt{2} I_{cc} \cos(\psi - \varphi_{cc})$$

et les courants transitoires

$$i_1 = -i'_2 = -\sqrt{2} I_{cc} \cos(\psi - \varphi_{cc}) e^{-\alpha_{cc} t} + \sqrt{2} I_{cc} \cos(\omega t + \psi - \varphi_{cc}). \tag{13-5}$$

La durée du phénomène transitoire correspond à la durée d'amortissement de la composante libre de courant i_{1l}. Au bout du temps $t = 1/\alpha_{cc}$ après le début du phénomène transitoire la composante libre du courant tombe à $1/e$ de sa valeur initiale. Au bout du temps $3/\alpha_{cc}$ elle se trouve réduite de $e^3 = 20$ fois et devient pratiquement négligeable.

Le temps au bout duquel la composante libre est atténuée dans le rapport $1/e$ s'appelle *constante de temps* $\tau = 1/\alpha$.

Pour les transformateurs de puissance (v. § 3-6) on a

$$\tau_{cc} = \frac{1}{\alpha_{cc}} = \frac{X_{cc}}{\omega R_{cc}} = 0{,}01 \text{ à } 0{,}2 \text{ s}$$

(la constante de temps augmente avec la puissance des appareils).

Plus grande est la valeur initiale de la composante libre, plus intenses sont les courants qui prennent naissance en cas de court-circuit par suite de l'addition des composantes libre et stationnaire (13-5).

La nocivité des effets du court-circuit est particulièrement grande lorsqu'il se manifeste pour $\psi = \varphi_{cc}$ ou $\psi = \varphi_{cc} + \pi$. Dans de tels cas, la valeur initiale de la composante libre est égale à l'amplitude de la composante en régime permanent

$$-\sqrt{2} I_{cc} \cos(\psi - \varphi_{cc}) = \mp \sqrt{2} I_{cc}.$$

La variation du courant en cas de court-circuit pour $\psi = \varphi_{cc} + \pi$ est montrée sur la figure 13-2. Les courants dans les enroulements atteignent la valeur maximale au bout d'une demi-période après le commencement du phénomène

$$i_{1max} = |i'_2|_{max} = \sqrt{2} I_{cc} \left(1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \tau_{cc}}}\right).$$

En rapportant ce courant à l'amplitude du courant en régime nominal et en supposant la tension primaire nominale, on trouve

$$\frac{i_{1max}}{\sqrt{2} I_{1n}} = \frac{I_{cc}}{I_n} \left(1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \tau_{cc}}}\right) = \frac{1}{u_{cc}} \left(1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \tau_{cc}}}\right), \qquad (13\text{-}6)$$

où u_{cc} est la tension relative de court-circuit.

Dans les transformateurs de puissance le courant maximal de court-circuit atteint les valeurs de

$$\frac{i_{1max}}{\sqrt{2} I_{1n}} = 25 \text{ à } 15 \qquad (13\text{-}7)$$

(les valeurs plus grandes se rapportent à des transformateurs de plus faible puissance).

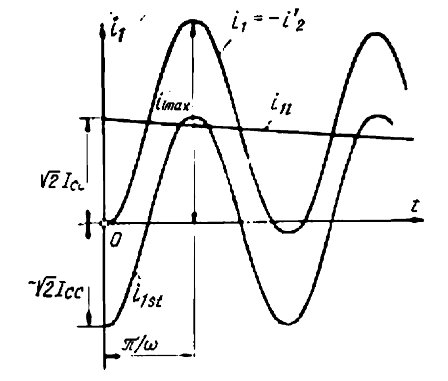


Fig. 13-2. Variation du courant dans le transformateur au cours du phénomène transitoire après un court-circuit aux bornes du secondaire ($\psi = \varphi_{cc} + \pi$).

Le transformateur doit être étudié et construit de façon telle que les courts-circuits ne le mettent pas hors d'état de service et ne diminuent pas sa durée de vie.

En choisissant la construction des enroulements et les procédés de leur fixation mécanique, on doit chercher à les protéger contre la destruction par les forces électrodynamiques qui s'appliquent aux enroulements en cas de court-circuit.

Les enroulements primaire et secondaire du transformateur sont parcourus par des courants de sens opposé. En cas de court-circuit, les valeurs maximales des courants i_{1max} et i_{2max} sont plusieurs fois les courants en régime nominal. L'interaction entre les courants opposés circulant dans les enroulements provoque l'apparition de forces électrodynamiques qui tendent à comprimer les spires de l'enroulement intérieur et à tirer les spires de l'enroulement extérieur. Les forces électrodynamiques créées par les courants de même sens circulant dans les spires de chacun des enroulements s'exercent longitudinalement et tendent à comprimer les bobines suivant la hauteur.

En cas de court-circuit, les forces électrodynamiques, proportionnelles au produit des courants $i_{1max} i_{2max}$ ou aux carrés des courants

i^2_{1max} ou i^2_{2max} peuvent atteindre des valeurs de 625 à 225 fois celles de régime. Ces forces oscillent à la fréquence de $2f = 2 \cdot 50 = 100$ Hz sans changer en sens. Elles n'ont pas d'effets destructeurs sur les enroulements si les contraintes mécaniques qu'elles provoquent ne dépassent pas 50 à 60 N/mm^2.

L'effet thermique dû aux courants de court-circuit n'est pas moins dangereux vu que les pertes électriques dans les enroulements, proportionnelles au carré des courants, deviennent beaucoup de fois plus grandes, ce qui entraîne une brusque élévation de la température des enroulements. Puisque la composante libre du courant s'évanouit rapidement et devient pratiquement négligeable au bout d'un temps égal à $3\tau_{cc} = 0{,}03$ à 0,6 s, la rapidité de croissance de la température des enroulements peut être évaluée d'après le courant de court-circuit en régime établi.

Pour ce courant, les pertes électriques augmentent de 225 à 49 fois.

La densité de courant dans les enroulements croît fortement elle aussi et atteint des valeurs de 40 à 20 A/mm^2. Si l'on suppose que l'échauffement de l'enroulement se produise adiabatiquement (c'est-à-dire que la totalité de la chaleur dégagée dans l'enroulement est dépensée pour son échauffement sans être transmise au milieu environnant), la température de l'enroulement croîtra avec la vitesse

$$J^2/170 \approx 9{,}5 \text{ à } 2{,}4 \text{ °C/s.}$$

Avant le court-circuit les enroulements pouvaient avoir la température limite de 105 °C (v. § 16-1). Pour température limite admissible de courte durée qui ne provoque pas encore la destruction des isolants on prend la température de 250 °C. Connaissant la vitesse de croissance de la température, on peut trouver le temps t_{cc} pendant lequel la température de l'enroulement s'élèvera de $250-105 = 145$ °C et atteindra le niveau de 250 °C.

Ce temps peut être calculé par la formule

$$t_{cc} \approx 2{,}5 \left(\frac{100 u_{cc}}{J_n}\right)^2 = 5 \text{ à } 25 \text{ s.}$$

Le plus souvent le dispositif de protection du transformateur se met en action beaucoup plus tôt et débranche le transformateur du réseau avant que ses enroulements soient portés à la température limite.

CHAPITRE 14

PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LES TRANSFORMATEURS EN CAS DE SURTENSIONS

§ 14-1. Causes d'apparition des surtensions

Les transformateurs utilisés dans les réseaux électriques peuvent être soumis à l'action des tensions beaucoup plus grandes que leur tension nominale.

Ces surtensions peuvent prendre naissance lors des opérations ordinaires de commutation (enclenchements et déclenchements des

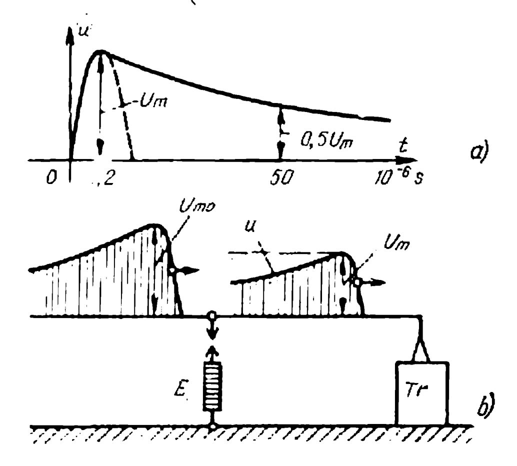


Fig. 14-1. Paramètres des ondes de surtensions.

différents organes d'un système électrique). Pourtant les plus dangereuses pour les isolants utilisés dans les transformateurs sont les surtensions que produisent les coups de foudre dans les fils conducteurs des lignes aériennes de transport d'énergie ainsi que les surtensions dues aux décharges orageuses qui induisent dans les lignes de transport d'énergie des ondes de haute tension.

L'onde de surtension se propage dans les deux sens, à partir de l'endroit où elle se manifeste, avec une vitesse voisine de la vitesse de la lumière. Elle se présente sous la forme d'une impulsion apériodique à front raid (fig. 14-1, *a*). Le temps de montée de la tension à partir de zéro jusqu'à la valeur maximale U_m, correspondant au front de l'onde, se mesure par quelques microsecondes ou même par quelques fractions de microseconde; la durée totale de l'impulsion

correspondant à la longueur d'onde complète s'élève à quelques dizaines de microsecondes. La figure 14-1, *a* montre une onde complète normale de surtension qu'on utilise pour les essais de rigidité diélectrique des transformateurs sous une tension impulsionnelle. Sa longueur mesurée par le temps de descente de la tension jusqu'à la moitié de sa valeur maximale vaut $50 \cdot 10^{-6}$ s.

Pour diminuer les surtensions (v. fig. 14-1, *b*), les transformateurs *Tr* sont protégés par des éclateurs *E* prévus pour être percés par la tension U_m. Si, en amont de l'éclateur, l'onde de surtension peut avoir une très grande amplitude U_{m0}, à l'aval de cet appareil elle doit avoir la valeur maximale U_m non supérieure à la valeur de la tension impulsionnelle utilisée pour l'essai de rigidité diélectrique de l'enroulement du transformateur (v. tableau 14-1) [1]. Les phénomènes transitoires qui se déroulent dans un transformateur dont l'enroulement est soumis à l'action d'une onde de surtension à front raid de durée t_m égale à quelques microsecondes se caractérisent par une grande complexité.

Tableau 14-1

Tensions impulsionnelles d'épreuve de la rigidité diélectrique de l'isolation intérieure des transformateurs de puissance à bain d'huile (GOST 1516.1-76)

Catégorie de tension de l'enroulement, kV	3	6	10	15	35	110	115	220	330	500
Amplitude de la tension impulsionnelle d'épreuve pour onde complète, kV	44	60	80	108	200	480	550	750	1050	1550

§ 14-2. Equation différentielle pour la répartition initiale de la tension sur l'enroulement

Le phénomène qui se déroule lorsque la tension s'élève de 0 à U_m pendant le temps t_m peut être assimilé à celui qu'on observe en cas de l'enclenchement du transformateur sur une tension alternative de même amplitude U_m et de période $T_a = 4t_m$ (v. courbe en traits interrompus de la figure 14-1, *a*). Une telle tension alternative a une fréquence assez élevée f_a. Pour l'onde normale cette fréquence a pour valeur

$$f_a = \frac{\omega_a}{2\pi} = \frac{1}{T_a} = \frac{1}{4t_m} = \frac{1}{4 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6}} = 2{,}08 \cdot 10^5 \text{Hz}.$$

[1]) En s'ajoutant à l'onde directe, l'onde réfléchie sur la capacité d'entrée du transformateur ne porte pas la tension à une valeur supérieure à la tension disruptive U_m de l'éclateur.

A une telle fréquence on ne peut plus négliger les capacités C'_d entre les bobines de l'enroulement, d'une part, ni les capacités C'_q entre les éléments de l'enroulement et les parties du transformateur reliées à la terre, d'autre part (fig. 14-2, *a*). On ne peut non plus utiliser le schéma équivalent ordinaire qui a été obtenu en tenant compte uniquement des inductances et n'est valable que pour des phénomènes se déroulant à la fréquence de service nominale (50 Hz pour les transformateurs de puissance).

Le schéma équivalent du transformateur doit maintenant comporter aussi bien les inductances L' des éléments de l'enroulement que les capacités C'_d entre ces éléments et les capacités C'_q de ces éléments par rapport à la masse de l'appareil. Un tel schéma équivalent est

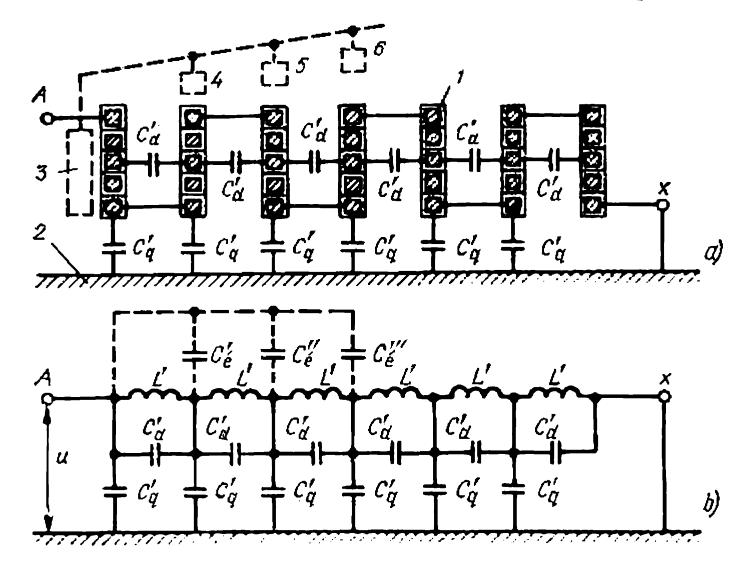


Fig. 14-2. Vue en coupe (*a*) et circuit équivalent (*b*) d'un enroulement soumis à des surtensions:

1, conducteurs de l'enroulement; *2*, parties mises à la terre du transformateur; *3* à *6*, écrans électrostatiques placés près des premières bobines; C'_d, capacités entre les bobines de l'enroulement; C'_q, capacités des bobines par rapport à la terre; $C'_é$, $C''_é$, $C'''_é$ capacités entre les écrans électrostatiques et l'enroulement.

représenté par la figure 14-2, *b* pour le cas où l'extrémité X de l'enroulement est mise à la masse.

S'il s'agit de déterminer seulement la répartition initiale de la tension sur l'enroulement, quand la tension agissant sur les premières spires a atteint sa valeur maximale U_m, on peut admettre, étant donné la fréquence assez élevée f_a du phénomène, que les courants ne parcourent pas les spires de l'enroulement à cause de leur forte réactance d'induction $\omega_a L'$ et ne circulent qu'à travers les capacitances longitudinales $1/\omega C'_d$ et les capacitances transversales $1/\omega C'_q$. Aussi, en calculant la distribution initiale du potentiel, peut-on

admettre que les réactances $\omega_a L'$ sont égales à l'infini et considérer que la répartition de la tension dépend uniquement des capacités qui interviennent dans le circuit équivalent de la figure 14-2, *b* (la partie du circuit figurée en traits interrompus est rejetée pour l'instant).

Remplaçons la chaîne de capacités discrètes de la figure 14-2, *b* comprenant *n* éléments par un circuit capacitif à paramètres répartis comme il est indiqué sur la figure 14-3. Alors la capacité longitudinale globale du circuit sera

$$C_d = \frac{1}{\sum \frac{1}{C'_d}} = \frac{C'_d}{n};$$

et la capacité transversale globale du circuit sera

$$C_q = \sum C'_q = nC'_q.$$

En adoptant la longueur de l'enroulement pour unité, on peut calculer pour un petit élément de l'enroulement de longueur dx, la capacité transversale $C_q dx$ et le paramètre transversal différentiel $K\,dx$, où $K = 1/C_d$.

La tension u_x à la distance x de l'extrémité X de l'enroulement mise à la masse est déterminée pour la tension constante U_m au commencement de l'enroulement, en résolvant un système d'équations différentielles pour la charge transversale sur l'élément Kdx égale à

$$Q_x = \frac{du_x}{K\,dx}, \tag{14-1}$$

et la tension agissant sur la capacité $C_q dx$ et égale à

$$u_x = \frac{dQ_x}{C_q\,dx}. \tag{14-2}$$

Après avoir déterminé à partir de (14-1) la dérivée dQ_x/dx et l'avoir introduite dans (14-2), on obtient pour la tension u_x une équation différentielle linéaire à coefficients constants

$$\frac{d^2u_x}{dx^2} - \frac{C_q}{C_d} u_x = 0. \tag{14-3}$$

§ 14-3. Répartition des tensions le long de l'enroulement et procédés utilisés pour l'uniformiser

La solution de l'équation (14-3) se présente sous la forme suivante :

$$u_x = D_1 e^{\alpha x} + D_2 e^{-\alpha x},$$

où $\alpha = \sqrt{C_q/C_d}$ et $-\alpha$ sont les racines de l'équation caractéristique.

En utilisant les conditions aux limites pour l'extrémité mise à la masse de l'enroulement

1) $u_x = D_1 e^{\alpha} + D_2 e^{-\alpha} = U_m$ pour $x = 1$;

$$2)\ u_x = D_1 + D_2 = 0 \text{ pour } x = 0,$$

on trouve les constantes D_1 et D_2 et la répartition initiale de la tension

$$u_x = U_m \frac{\operatorname{sh} \alpha x}{\operatorname{sh} \alpha}. \qquad (14\text{-}4)$$

Comme on le voit sur la figure 14-3, la répartition initiale de la tension obtenue avec des rapports de transformation pratiquement utilisés $\alpha = 10$ à 5 (courbes *1* et *2*) est assez irrégulière. Cette irrégularité s'accentue lorsque α augmente (c'est-à-dire lorsque la capacité transversale augmente ou la capacité longitudinale diminue).

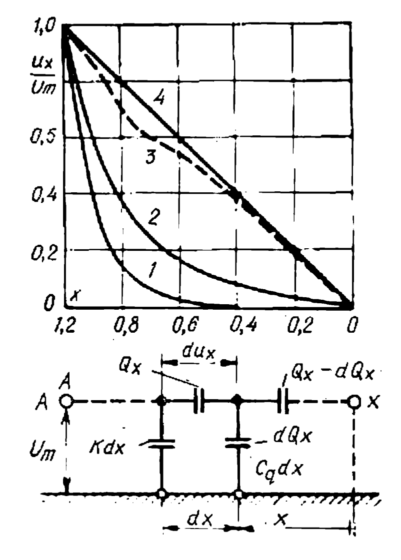


Fig. 14-3. Répartition des tensions le long du circuit capacitif de l'enroulement dont l'une des extrémités est mise à la terre:

1, répartition initiale pour $\alpha = 10$; *2*, répartition initiale pour $\alpha = 5$; *3*, répartition initiale dans un transformateur à écrans électrostatiques; *4*, répartition initiale pour $\alpha = 0$ et répartition finale de la tension pour toute valeur de α.

Dans le cas d'une répartition parfaitement uniforme de la tension suivant la courbe *4*, correspondant à $\alpha \approx 0$, lorsque

$$u_x = U_m \frac{\operatorname{sh} \alpha x}{\operatorname{sh} \alpha} \approx U_m \frac{\alpha x}{\alpha} = U_m x,$$

le premier élément Δx de l'enroulement est soumis à la tension

$$\Delta u = U_m \Delta x.$$

Dans un enroulement réel ($\alpha \geqslant 3$), la tension agissant sur le premier élément (v. (14-4)) atteint

$$\Delta u = \left(\frac{du_x}{dx}\right)_{x=1} \Delta x = (U_m \alpha \operatorname{cth} \alpha)\, \Delta x = U_m \alpha \Delta x,$$

valeur qui est α fois la tension en cas de répartition uniforme.

Le phénomène de pénétration ultérieure de l'onde dans l'enroulement du transformateur peut être analysé commodément en supposant que cette onde ait une forme rectangulaire représentée en traits interrompus en bas de la figure 14-1. Dans ce cas, la tension U_m qui agit pendant un temps $t_m \approx 0$, dit temps de montée, sur les premières spires de l'enroulement reste invariable après ce temps, et au bout d'un certain temps tous les points de l'enroulement se trouvent portés à des potentiels de valeurs fixes. Une telle répartition est dite finale. Dans un enroulement dont l'extrémité opposée est mise à la masse, la répartition finale de la tension est linéaire $u_x = U_m x$ (courbe *4* de la figure 14-3).

Le phénomène de pénétration de l'onde dans l'enroulement représente le passage de la répartition initiale de la tension pour

$t = t_m \approx 0$ à la répartition finale qui s'établit théoriquement pour $t = \infty$.

Vu que le schéma équivalent de l'enroulement comporte des capacités et des inductances qui constituent toute une série de circuits oscillants, le passage de la tension initiale à la tension finale en chaque point de l'enroulement est un phénomène transitoire oscillant. Par suite des pertes dans les résistances ces oscillations s'évanouissent progressivement. L'amplitude totale des oscillations et les valeurs des surtensions qui en résultent augmentent avec l'augmentation de la différence entre les répartitions initiale et finale de la tension.

Pour diminuer la nocivité de ces oscillations, il est désirable que la valeur de α dans le transformateur soit aussi petite que possible. De plus, la diminution de α a pour effet de réduire les tensions initiales qui agissent sur les premières spires de l'enroulement. Mais une augmentation notable de la distance entre l'enroulement et les parties mises à la masse exigée à cette fin ne peut être obtenue qu'au prix d'une augmentation considérable des dimensions et du coût du transformateur.

La méthode la plus efficace permettant d'uniformiser la répartition initiale de la tension et de la rendre proche de la répartition finale est l'emploi d'écrans électrostatiques réalisés sous forme d'anneaux métalliques isolés et ouverts *3* à *6* dessinés en traits interrompus sur la figure 14-2, *a*. En reliant ces écrans au commencement de l'enroulement, on augmente notablement le couplage capacitif entre les premières bobines de l'enroulement (à travers les capacités $C'_é$, $C''_é$, $C'''_é$ sur la figure 14-2, *b*) et son commencement, si bien que la courbe de répartition initiale de la tension devient sensiblement plus linéaire, en se rapprochant de la répartition finale (courbe *3* de la figure 14-3 après le placement des écrans).

L'emploi d'écrans permet d'assurer une rigidité diélectrique garantie en impulsions pour des transformateurs de fabrication soviétique fonctionnant sous des tensions de 110 kV et plus (v. tableau 14-1).

CHAPITRE 15

TRANSFORMATEURS SPÉCIAUX

§ 15-1. Particularités des transformateurs spéciaux

Le chapitre actuel se propose d'étudier les transformateurs spéciaux, c'est-à-dire ceux qui assurent une conversion complexe des paramètres de l'énergie électrique (fréquence, nombre de phases, forme de la tension) ou réalisent des conditions particulières imposées aux paramètres à convertir (par exemple, possibilité de réglage continu de la tension; obtention de tensions assez élevées; indépendance du courant secondaire vis-à-vis de l'impédance de charge; proportionnalité du courant secondaire au courant primaire; proportionnalité de la tension secondaire à la tension primaire, etc.).

§ 15-2. Transformateurs de triphasé en diphasé

Une telle transformation peut être réalisée à l'aide de deux transformateurs monophasés montés suivant le schéma de la figure 15-1 (montage Leblanc). Les bornes d'entrée A, B, C sont alimentées depuis un système triphasé de tensions composées.

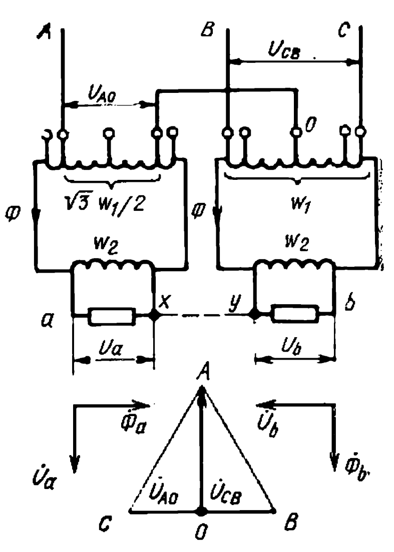


Fig. 15-1. Schéma d'un transformateur de triphasé en diphasé.

La tension entre les bornes de l'enroulement primaire du transformateur b comportant w_1 spires est égale à la tension composée $U_{CB} = U_{11}$. Les tensions U_{C0} et U_{0B} sont identiques car dans les deux moitiés de l'enroulement BC les f.é.m. sont induites par le même flux Φ_b. La tension aux bornes du primaire du transformateur a comportant $\sqrt{3}w_1/2$ spires et monté entre la borne A et le point O de l'enroulement du transformateur b, est égale à $\sqrt{3}\ U_{11}/2$. Les tensions secondaires U_a et U_b constituent un système diphasé symétrique puisqu'elles sont égales en module $U_b = U_{CB}\frac{w_2}{w_1} = U_{11}\frac{w_2}{w_1}$; $U_a = U_{A0}\frac{2w_2}{\sqrt{3}w_1} = U_{11}\frac{w_2}{w_1}$ et sont décalées dans le temps du même angle que les tensions U_{A0} et U_{CB}, c'est-à-dire de $\pi/2$.

§ 15-3. Transformateurs de fréquence

a) **Pour la triplication de fréquence** on peut utiliser un groupe de trois transformateurs monophasés dont les primaires sont couplés en étoile et branchés sur un réseau triphasé de fréquence f_1. Comme il a été expliqué au § 7-3, les flux des transformateurs monophasés contiennent dans ce cas des troisièmes harmoniques très intenses qui varient dans le temps à la triple fréquence $f_3 = 3f_1$. Les f.é.m. E_3 de triple fréquence induites dans les secondaires des transforma-

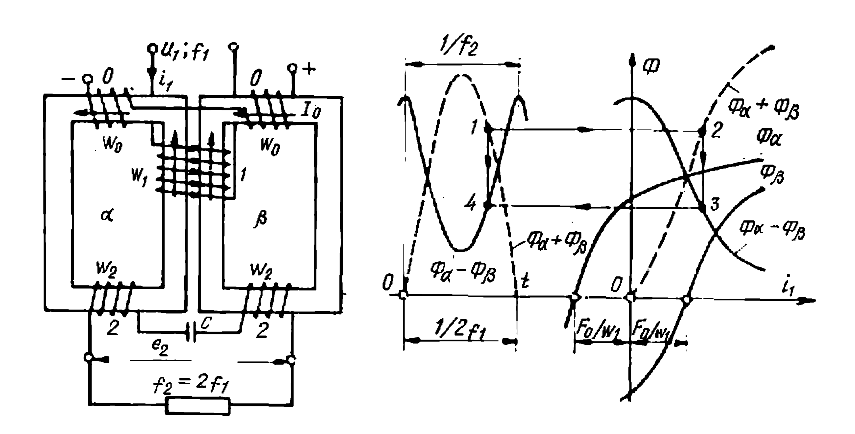


Fig. 15-2. Schéma d'un transformateur **duplicateur** de fréquence.

teurs sont en phase, de sorte qu'aux bornes de l'enroulement de sortie constitué de trois enroulements secondaires montés en série et en accord on obtient une f.é.m. $3E_3$ de triple fréquence $3f_1$, alors que les f.é.m. de fréquence fondamentale seront absentes à la sortie parce que la somme de ces f.é.m. dans un système symétrique est nulle.

b) **Pour la duplication de fréquence** on peut utiliser un transformateur à circuit magnétique développé réalisé sous la forme de deux circuits magnétiques α et β indépendants (fig. 15-2). Le primaire du transformateur *1*, alimenté par un réseau de fréquence f_1, enveloppe les deux circuits magnétiques à la fois si bien que la f.é.m. y est induite par la somme des flux $\Phi_\alpha + \Phi_\beta$. Le secondaire *2* dans lequel est induite une f.é.m. de double fréquence $f_2 = 2f_1$ est constitué de deux parties de w_2 spires situées sur des circuits magnétiques distincts et montées en opposition. Le flux embrassé par l'enroulement secondaire est proportionnel à la différence des flux $\Phi_\alpha - \Phi_\beta$. Comme le montre le graphique, lorsque la somme des flux $\Phi_\alpha + \Phi_\beta$ varie à la fréquence f_1, la différence des flux $\Phi_\alpha - \Phi_\beta$ variera à la double fréquence $f_2 = 2f_1$ si les circuits magnétiques α et β sont magnétisés en sens opposé à l'aide de l'enroulement *O* alimenté par le courant continu I_0 qui produit dans chacun des circuits magnétiques une f.m.m. $F_0 = w_0 I_0$.

§ 15-4. Transformateurs à réglage continu de la tension

Le réglage par bonds de la tension des transformateurs de puissance a été déjà examiné au chap. 6. La complication de la construction des transformateurs et des appareils de commutation ne permet pas d'avoir un grand nombre d'échelons de réglage et l'étendue de réglage ne dépasse généralement pas ± 5 %.

S'il s'agit d'avoir un réglage plus progressif, on modifie le nombre de spires des transformateurs à basse tension et des autotransformateurs de petite puissance, en utilisant à cet effet des balais glissant sur la surface non isolée de l'enroulement. Le réglage de la tension dans un tel transformateur se fait par de petits bonds correspondant à la tension d'une spire; l'étendue de réglage peut être considérablement élargie. Une telle construction, utilisée par exemple dans les transformateurs de puissance jusqu'à 250kVA, permet de régler la tension dans les limites de 0 à 220/380 V pour l'éclairage des salles de spectacle et des scènes.

Dans les transformateurs de grande puissance et à tension plus élevée, pour le réglage progressif de la tension on utilise la magnétisation du circuit magnétique par un courant continu. Un des montages possibles d'un transformateur à réglage de la tension par magnétisation par courant continu est schématisé sur la figure 15-3. Dans ce montage on utilise deux transformateurs monophasés α et β ayant des rapports de transformation différents $n_{21\alpha} \neq n_{21\beta}$. Chacun de ces transformateurs comporte un circuit magnétique subdivisé qui est magnétisé par un courant continu de la même façon que dans le montage de duplication de fréquence (lorsque les parties des circuits magnétiques sont aimantées dans des sens opposés, le courant magnétisant obtenu est presque sinusoïdal).

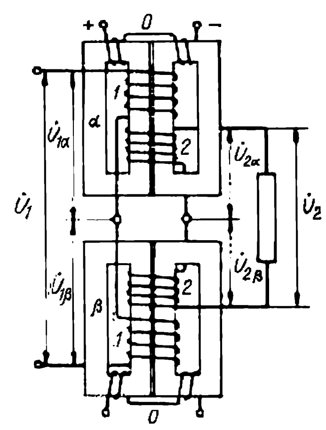


Fig. 15-3. Schéma d'un transformateur à réglage continu de la tension par magnétisation par courant continu.

Les primaires des transformateurs de tensions $\dot U_{1\alpha}$ et $\dot U_{1\beta}$ sont montés en série et mis sous la tension du réseau $\dot U_1 = \dot U_{1\alpha} + \dot U_{1\beta}$. Les secondaires de tensions $-\dot U_{2\alpha} = n_{21\alpha}\dot U_{1\alpha}$ et $-\dot U_{2\beta} = n_{21\beta}\dot U_{1\beta}$ sont montés eux aussi en série et chargés par une impédance soumise à la tension $\dot U_2 = \dot U_{2\alpha} + \dot U_{2\beta}$.

En effectuant une magnétisation séparée des transformateurs α et β, on peut modifier le rapport entre les impédances des enroulements primaires parcourus par le courant I_1 ainsi que le rapport des tensions

$$\xi = \dot U_{1\beta}/\dot U_{1\alpha}$$

(lorsque la magnétisation du transformateur β augmente, le rapport ξ diminue). La variation de ξ entraîne une variation de la tension secondaire U_2:

$$-\dot U_2 = -\dot U_{2\alpha} - \dot U_{2\beta} = \dot U_1 \frac{n_{21\alpha} + \xi n_{21\beta}}{1+\xi}.$$

On obtient $-\dot U_2 = \dot U_1 n_{21\alpha}$ pour $\xi = 0$ et $-\dot U_2 = \dot U_1 n_{21\beta}$ pour $\xi = \infty$. En pratique, la tension est continuellement variable dans des limites plus étroites mais suffisamment grandes.

§ 15-5. Transformateurs pour soudure à l'arc

Les transformateurs pour soudure à l'arc fonctionnent en régime intermittent en passant de la marche à vide à l'alimentation normale de l'arc qui peut comporter des courts-circuits de courte durée.

Pour que le courant de court-circuit d'un transformateur de soudure ne dépasse pas 2 à 3 fois le courant nominal et ne varie pas fortement avec les variations de la résistance de l'arc, il faut que l'impédance de court-circuit

de ce transformateur soit très supérieure à celle des transformateurs usuels. En général, on augmente l'impédance de court-circuit d'un transformateur de soudure en agissant sur la composante inductive. A cet effet, les enroulements sont placés sur des portions distinctes du circuit magnétique et sont montés en série. Une augmentation ultérieure de la réactance de court-circuit est obtenue à l'aide d'inductances réglables supplémentaires placées sur le circuit de l'enroulement secondaire.

§ 15-6. Transformateurs pour essai des constructions d'isolation

Les essais des constructions d'isolation exigent des tensions allant jusqu'à 1000 kV et plus. De telles tensions peuvent être obtenues à l'aide d'une cascade de transformateurs mis en série (fig. 15-4). La tension totale U qu'on recueille

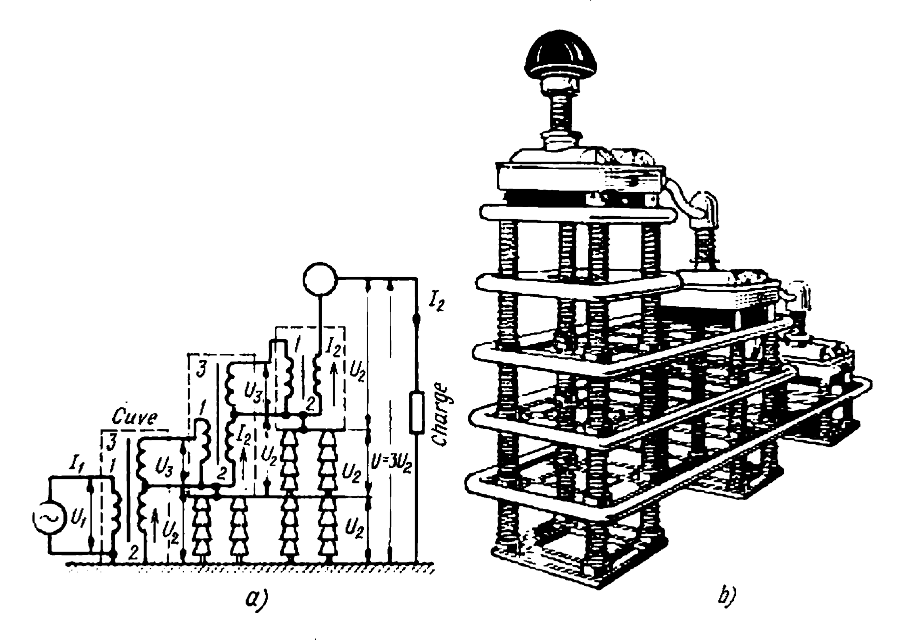


Fig. 15-4. Cascade de trois transformateurs couplés en série:
a) schéma de la cascade; *b*) aspect extérieur d'une cascade de 1500 kV, 1500 kVA (à la différence du schéma *a* la cuve du premier transformateur est dans cette cascade isolée par rapport à la terre).

à la sortie de la cascade est la somme des tensions U_2 fournies par tous les transformateurs. Dans une cascade comprenant trois transformateurs elle est $U = 3U_2$. Chaque transformateur est placé dans une cuve distincte et comporte trois enroulements: l'enroulement *1* alimenté par la tension de sortie de l'étage précédent et les enroulements *2* et *3* montés en autotransformateur (le dernier transformateur ne possède que les enroulements *1* et *2*). Les cuves des deuxième et troisième transformateurs sont montées sur des isolateurs et sont respectivement portées à des potentiels U_2 et $2U_2$ par rapport à la terre. La cuve du premier transformateur est mise à la terre. C'est pourquoi l'isolation des enroulements des premier et deuxième transformateurs doit être prévue seulement pour la tension $U_2 + U_3$ et celle du troisième, seulement pour la tension U_2.

§ 15-7. Transformateurs de crête

Ils sont utilisés en technique électronique pour la production d'impulsions de tension de forme pointue dont la durée est très petite devant la période de la tension d'entrée. Une telle tension impulsionnelle peut être obtenue aux bornes du secondaire d'un transformateur à circuit magnétique fortement saturé si son primaire est branché sur un réseau à tension sinusoïdale $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ à travers une forte résistance R ou une inductance linéaire. Dans ce cas on aura le courant primaire i_1 sinusoïdal, le flux aplati et la f.é.m. de forme pointue (on observe le même effet, mais moins marqué, dans des transformateurs triphasés Y/Y, v. § 4-4 et fig. 4-14).

§ 15-8. Transformateurs de tension

Pour mesurer une tension alternative des réseaux à haute tension on l'abaisse au préalable jusqu'au niveau nécessaire (généralement jusqu'à 100 V) à l'aide de transformateurs de tension.

Au secondaire du transformateur de tension on branche les voltmètres et les wattmètres ainsi que les appareils de contrôle automatique. L'impédance de charge alimentée par le secondaire ne doit pas être inférieure à une certaine valeur normalisée Z_n. Le transformateur lui-même doit être conçu de façon telle que les variations de sa tension secondaire ramenée soient aussi petites que possibles lorsque la charge varie dans les limites de la marche à vide à sa valeur nominale.

Au § 5-1 il a été montré que

$$\dot{U}_2' \approx -\dot{U}_1 \frac{\underline{Z}'}{\underline{Z}_{cc} + \underline{Z}'},$$

d'où il résulte que $\dot{U}_2' \approx -\dot{U}_1$ si $\underline{Z}' \gg \underline{Z}_{cc}$. Lorsque cette condition est réalisée, le rapport entre la tension secondaire et la tension primaire reste constant:

$$\dot{U}_2 = -\frac{\dot{U}_1 w_2}{w_1} = -\dot{U}_1 n_{21}.$$

Puisque Z_{cc} est toujours supérieure à zéro ($Z_{cc} > 0$) malgré les mesures qu'on prend en vue de sa diminution, la transformation de tension (v. fig. 15-5, *a*) est entachée d'une certaine erreur en valeur

$$f_u = \frac{U_2 w_1/w_2 - U_1}{U_1} 100\ \%$$

et en angle δ_u que font les complexes $\dot{U}_1$ et $-\dot{U}_2'$. Ces erreurs augmentent lorsque l'impédance Z diminue, en charge nominale $\underline{Z} = \underline{Z}_n$ et avec la tension primaire nominale elles ne doivent pas dépasser les valeurs indiquées par les Normes:

$f_u = \pm 0{,}5\ \%$; $\delta_u = \pm 20'$ pour la 1ère classe de précision;
$f_u = \pm 1{,}0\ \%$; $\delta_u = \pm 40'$ pour la 2e classe de précision;
$f_u = \pm 3{,}0\ \%$; δ_u n'est pas spécifiée pour la 3e classe de précision.

§ 15-9. Transformateurs de courant

Pour mesurer les courants alternatifs de forte intensité on les réduit au préalable à une valeur commode (généralement à 5 A) à l'aide des transformateurs de courant (ou d'intensité).

L'enroulement secondaire d'un transformateur de courant est fermé sur les enroulements correspondants des ampèremètres, des wattmètres et des appareils de contrôle automatique. Si plusieurs appareils sont alimentés simulta-

nément depuis un même transformateur, leurs enroulements sont branchés en série.

Pour assurer une transformation correcte de courant le fonctionnement du transformateur doit être proche de celui en court-circuit (fig. 15-5, *b*). L'impédance de charge Z de l'enroulement secondaire ne doit pas être supérieure à une certaine valeur normalisée Z_n. Comme il résulte des équations fondamentales et du circuit équivalent du transformateur (v. § 3-5), le courant secondaire est lié au courant primaire par l'équation suivante:

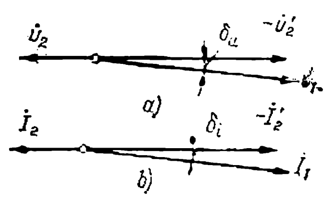


Fig. 15-5. Détermination des erreurs des transformateurs de tension et de courant.

$$\dot{I}_2' = \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = -\dot{I}_1 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_2' + \underline{Z}'},$$

qui montre que le déphasage entre le courant à mesurer $\dot{I}_1$ et le courant dans le secondaire $-\dot{I}_2$ sera d'autant plus voisin de 0° et le rapport de leurs amplitudes sera d'autant plus proche du rapport des nombres de spires des enroulements ($I_2/I_1 = w_1/w_2$) que la somme des impédances $\underline{Z}_2' + \underline{Z}'$ sera plus petite devant l'impédance $\underline{Z}_0$. Aussi, en étudiant un transformateur de courant, cherche-t-on à obtenir une valeur aussi grande que possible de l'impédance $\underline{Z}_0$, une valeur aussi petite que possible de l'impédance de fuites $\underline{Z}_2'$ du secondaire et à limiter l'impédance de charge $\underline{Z} < \underline{Z}_n$.

En charge nominale, l'erreur en courant

$$f_i = \frac{I_2 \frac{w_2}{w_1} - I_1}{I_1} 100\ \%$$

et l'erreur en angle de déphasage δ_i (v. fig. 15-5, *b*) ne doivent pas dépasser les valeurs prescrites par les Normes:

$f_i = 0{,}2$; $0{,}5$; 1; 3; $10\ \%$; $\delta_i = 10'$; $40'$; $80'$ respectivement pour les classes de précision 0,2 ; 0,5 ; 1 ; 3 et 10 (pour les classes 3 et 10 l'erreur en angle de déphasage n'est pas normalisée).

CHAPITRE 16

ÉCHAUFFEMENT ET REFROIDISSEMENT DES TRANSFORMATEURS

§ 16-1. Températures admissibles des parties du transformateur en régime permanent et en régime transitoire

La conversion de l'énergie dans un transformateur s'accompagne de certaines pertes. La variation des pertes en fonction du régime de fonctionnement a été examinée au § 6-3. La presque totalité des pertes est libérée par effet Joule dans les parties actives du transformateur, c'est-à-dire dans son circuit magnétique et dans ses enroulements. Les pertes magnétiques qui se dégagent dans le circuit magnétique peuvent être considérées, avec une précision suffisante, comme étant proportionnelles au carré de la tension U_1^2 et les pertes électriques dans les enroulements comme étant proportionnelles au carré des courants I_1^2 ou I_2^2. Lorsqu'on passe d'un régime de charge à un autre, ce sont principalement les pertes électriques dans les enroulements qui varient, alors que les pertes magnétiques restent pratiquemement inchangées si la tension primaire est constante.

Une certaine partie des pertes de puissance se rapporte aussi aux éléments mécaniques (cuve, pièces de serrage, etc.) soumis au champ magnétique du transformateur.

La chaleur qui se dégage dans le transformateur provoque son échauffement de sorte que la température de ses parties constitutives devient supérieure à la température ambiante. Au fur et à mesure que s'élève la température des parties du transformateur, le flux de chaleur transmise au milieu environnant augmente puisque le flux calorifique est proportionnel à la différence entre la température de la partie échauffée et la température du milieu extérieur. Au bout d'un temps suffisamment grand (théoriquement au bout d'un temps infini) la température des enroulements cesse de croître parce que toute la chaleur qui s'y dégage est cédée au milieu extérieur. (Les phénomènes d'échauffement et de refroidissement sont examinés plus en détail au § 35-3.)

La température limite (ou de régime) des parties échauffées dépend de la constitution du système de refroidissement à l'aide duquel la chaleur est évacuée vers le milieu extérieur.

Le transformateur et son système de refroidissement doivent être étudiés et construits de façon que la température de ses parties constitutives ne dépasse pas les limites admissibles. On impose principalement des restrictions aux températures des parties en contact avec les isolants, l'huile et d'autres liquides diélectriques.

Le vieillissement d'un matériau isolant, qui se manifeste par une dégradation de sa rigidité diélectrique et de sa solidité mécanique, se produit d'autant plus vite que la température est plus élevée. L'expérience montre que la durée de vie d'un transformateur à bain d'huile isolé au papier diminue de moitié si sa température de fonctionnement augmente de 8 °C.

Un transformateur peut fonctionner sans défaillance pendant 15 à 20 ans si l'échauffement maximal au-dessus du milieu extérieur de ses parties constitutives ne dépasse pas en régime nominal les valeurs suivantes, en °C, prescrites par la Norme GOST 11677-75:

Pour les transformateurs à bain d'huile:

Enroulements	65
Surfaces extérieures du circuit magnétique et des éléments mécaniques	75
Huile dans les couches supérieures:	
en exécution étanche	60
dans les autres cas	55

Pour les transformateurs secs:

Enroulements et surfaces du circuit magnétique en contact avec les isolants de classe suivant la Norme GOST 8865-70:

Y	50
A	65
E	80
B	90
F	115
H	140

Ces échauffements admissibles sont valables pour des transformateurs qui cèdent leur chaleur à l'air ambiant dont la température maximale est prise égale à 40 °C; dans le cas de refroidissement par circulation d'eau dont la température à l'entrée dans le réfrigérant est considérée comme égale à 25 °C, ces échauffements admissibles peuvent être majorés de 15 °C.

Les températures de calcul des différentes parties du transformateur, assurant sa durée de vie pendant 15 à 20 ans, sont établies compte tenu des variations journalières et annuelles de la température du milieu ambiant et de la charge du transformateur qu'on observe en exploitation. Au cours de la plus grande partie du temps de fonctionnement la température des isolants du transformateur n'atteint pas la valeur de calcul (charge étant plus petite que la valeur nominale ou température de l'air ambiant étant inférieure à 40 °C), ce qui augmente notablement sa durée de vie.

Dans le cas des courts-circuits permanents la température des enroulements ne doit pas dépasser les valeurs suivantes:

Pour les transformateurs à bain d'huile:

enroulements en cuivre	250 °C
enroulements en aluminium	200 °C

Pour les transformateurs secs à enroulements en cuivre et isolation de classe

A	180 °C
E	250 °C
B, F, H	350 °C

Pour les transformateurs secs à enroulements en aluminium et isolation de classe

A	180 °C
E, B, F, H	200 °C

La durée d'un court-circuit (v. § 13-2) doit être limitée de façon que les températures indiquées ne soient pas dépassées. Suivant la Norme GOST 11677-75 cette durée doit être inférieure à 5 s.

Des charges permanentes ainsi que des surcharges de longue et de courte durées admissibles dans les conditions réelles d'utilisation des transformateurs sont spécifiées dans les Normes GOST 11677-75 et GOST 14209-69 [13, § 14-28].

§ 16-2. Systèmes de refroidissement des transformateurs

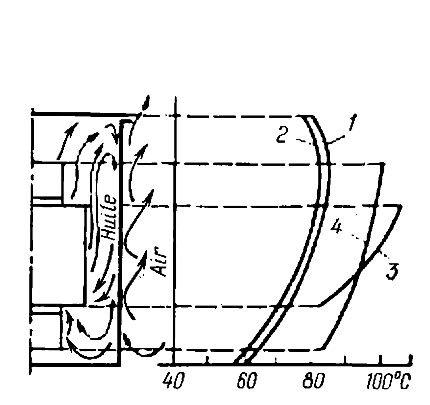
Les plus répandus sont des transformateurs *à refroidissement naturel avec de l'huile ou avec de l'air* (les transformateurs dont les parties actives sont refroidies à l'air sont dits « *secs* »).

Dans les transformateurs à refroidissement naturel par circulation d'huile, les parties actives, sources de chaleur, sont plongées dans une cuve pleine d'huile pour transformateurs. La chaleur qui se dégage dans les enroulements et dans le circuit magnétique est transmise à travers leur surface extérieure à l'huile de refroidissement. L'huile échauffée présente une densité plus faible que celle de l'huile froide se trouvant près des parois de la cuve. Il en résulte une circulation par convection de l'huile dans la cuve. Près des parties chaudes l'huile se déplace vers le haut en s'échauffant progressivement; près des parois de la cuve elle se déplace vers le bas, en cédant la chaleur reçue à l'air ambiant à travers les parois de la cuve (fig. 16-1).

En état de régime, dans chaque section horizontale il s'établit une répartition de température telle (fig. 16-2) que la différence entre la température du circuit magnétique et des enroulements et celle de l'huile, d'une part, et la différence entre la température de l'huile et celle de l'air environnant, d'autre part, se trouvent suffisantes pour que la totalité de la chaleur dégagée dans les parties actives du transformateur soit transmise par convection de l'huile aux parois de la cuve et ensuite, par convection et rayonnement, de la surface extérieure de la cuve à l'air ambiant. Comme on le voit sur la figure, la variation de la température à l'intérieur du circuit magnétique, des bobinages et des parois de la cuve est peu sensible, ce qui s'explique par une grande conductibilité thermique des métaux dont sont faits ces éléments. Des écarts de température beaucoup plus grands s'observent dans les isolants des enroulements et dans la transmission

de la chaleur du circuit magnétique et de la surface extérieure de l'isolation des enroulements à l'huile et de l'huile aux parois de la cuve. C'est entre la surface extérieure de la cuve et l'air ambiant que la différence de température est particulièrement grande.

L'évacuation de la chaleur depuis la surface extérieure de la cuve devient plus difficile à réaliser lorsque la puissance du transformateur augmente. Cela tient à ce que les pertes dans le transfor-



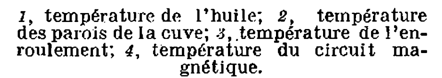


Fig. 16-1. Variation de la température suivant la hauteur d'un transformateur:

1, température de l'huile; 2, température des parois de la cuve; 3, température de l'enroulement; 4, température du circuit magnétique.

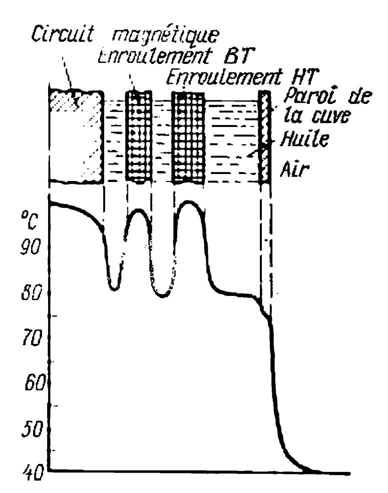


Fig. 16-2. Répartition de la température dans la section horizontale d'un transformateur à bain d'huile à refroidissement naturel.

mateur rapportées à l'unité de surface sont proportionnelles à la dimension linéaire.

Pour pouvoir maintenir les échauffements à des niveaux admissibles, on a recours à une augmentation artificielle de la surface de refroidissement, en aménageant des canaux dans le circuit magnétique et dans les bobinages et en plaçant sur les parois latérales de la cuve toute une série de réfrigérants ou de radiateurs appropriés (fig. 16-3). La circulation de l'huile à travers les radiateurs dans les transformateurs à refroidissement naturel se fait par convection.

Dans un transformateur sec à refroidissement naturel avec de l'air, les parties actives sont baignées par l'air ambiant. La chaleur est enlevée au transformateur par convection naturelle de l'air; une certaine partie de la chaleur est évacuée par rayonnement.

Dans les gros transformateurs, on emploie le refroidissement à ventilation forcée et à circulation naturelle de l'huile. Dans de tels transformateurs, les radiateurs de la cuve sont soufflés par des ventilateurs à commande individuelle (fig. 16-4). Une amélioration ulté-

rieure du refroidissement est obtenue par l'emploi de la circulation forcée de l'huile dans le transformateur à l'aide de pompes spéciales actionnées par des moteurs électriques. Le système de refroidissement qui combine la ventilation avec la circulation forcée de l'huile porte le nom de refroidissement par ventilation et circulation forcée de l'huile. Un échange de chaleur encore plus intense est obtenu avec des systèmes de refroidissement par l'huile et l'eau à circulation

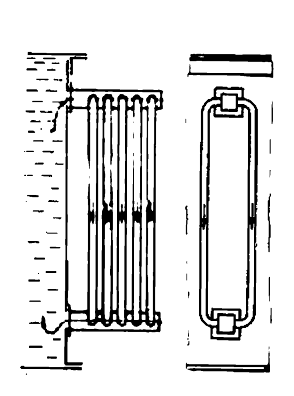


Fig. 16-3. Refroidisseur d'huile.

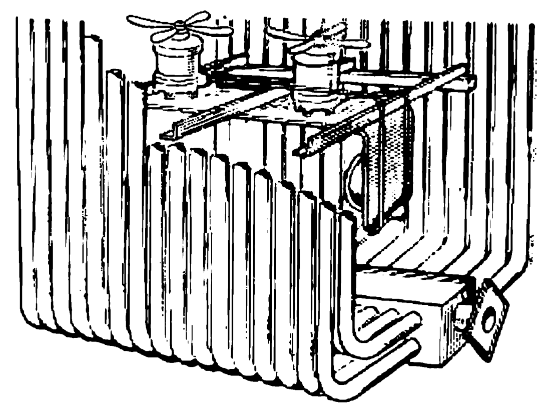


Fig. 16-4. Ventilateurs de soufflage du refroidisseur.

naturelle ou forcée de l'huile. Les échangeurs eau-huile sont fixés aux parois de la cuve si la circulation de l'huile est naturelle; ils sont installés séparément, lorsque la circulation de l'huile est forcée. Les systèmes de refroidissement par circulation d'huile et d'eau exigent pour leur fonctionnement une grande quantité d'eau courante et trouvent donc des applications dans des usines hydrauliques où cette eau est disponible.

CHAPITRE 17

CONDITIONS CONCERNANT LES TRANSFORMATEURS ET CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES DES TRANSFORMATEURS DE PUISSANCE FABRIQUÉS EN U.R.S.S.

§ 17-1. Normalisation dans la construction de transformateurs

Les transformateurs de puissance d'usage général fabriqués en U.R.S.S. doivent satisfaire aux conditions fixées par les Normes d'État suivantes:

GOST 16110-70. Transformateurs de puissance. Termes et définitions (v. aussi ST COMECON 1103-78).

GOST 11677-75. Transformateurs de puissance. Conditions techniques générales (v. aussi ST COMECON 1102-78).

GOST 721-77 et GOST 21128-75. Tensions entre phases nominales.

GOST 18619-73. Transformateurs triphasés de puissance à refroidissement naturel par l'air d'usage général d'une puissance de 10 à 160 kVA pour une tension jusqu'à 660 V.

GOST 14074-76. Transformateurs de puissance secs protégés d'usage général d'une puissance de 160 à 1600 kVA pour une tension de 6 à 15,75 kV y comprise.

GOST 12022-76. Transformateurs triphasés de puissance à bain d'huile d'usage général d'une puissance de 25 à 630 kVA pour une tension jusqu'à 35 kV y comprise.

GOST 11920-73. Transformateurs triphasés de puissance à bain d'huile d'usage général d'une puissance de 1000 à 80 000 kVA pour une tension jusqu'à 35 kV y comprise.

GOST 12965-74. Transformateurs triphasés de puissance à bain d'huile d'usage général de catégorie 110 kV.

GOST 17546-72. Transformateurs (et autotransformateurs) triphasés à bain d'huile d'usage général de catégorie 150 kV.

GOST 15957-70. Transformateurs (et autotransformateurs) triphasés de puissance à bain d'huile d'usage général de catégorie 220 kV.

GOST 17545-72. Transformateurs (et autotransformateurs) de puissance à bain d'huile d'usage général de catégorie 330 kV.

GOST 17544-72. Transformateurs (et autotransformateurs) de puissance à bain d'huile d'usage général de catégorie 500 kV.

GOST 3484-77. Transformateurs de puissance. Méthodes des essais.

GOST 1516.1-76. Equipment électrique à courant alternatif pour une tension de 3 à 500 kV. Conditions imposées à la rigidité diélectrique de l'isolation.

GOST 1516.2-76. Equipement électrique et installations électriques à courant alternatif pour une tension de 3 kV et plus. Méthodes générales des essais diélectriques.

GOST 14209-69. Transformateurs (et autotransformateurs) de puissance à bain d'huile. Capacité de charge.

§ 17-2. Caractéristiques techniques des transformateurs de puissance

Les caractéristiques techniques des transformateurs de puissance à bain d'huile de catégories 10, 35, 110, 220, 330, 500 kV produits actuellement par les usines soviétiques sont réunies dans les tableaux 17-1, 17-2 et les caractéristiques des transformateurs de puissance secs sont données dans le tableau 17-3.

Tableau 17-1

Transformateurs de puissance triphasés à bain d'huile d'usage général à deux et trois enroulements de catégorie de tension 10, 35, 110 et 220 kV

Type de transformateur	u_{cc}, %	Pertes, kW		i_0, %	Masse, t		Encombrement, mm (fig. 17-1)		
		P_v	P_{cc}		totale	huile	*H*	*L*	*B*
a) A deux enroulements de catégories 10 et 35 kV conformes à GOST 12022-76									
ТМ-25/10	4,5	0,135	0,60	3,2	0,38	0,130	1225	1 120	460
ТМ-630/10	5,5	1,560	7,60	2,0	3,00	0,955	2150	1 750	1275
ТМ-100/35	6,5	0,465	1,97	2,6	1,30	0,460	2200	1 330	900
ТМ-630/35	6,5	1,90	7,60	2,0	3,50	1,000	2750	2 100	1450
b) A deux enroulements de catégories 10 et 35 kV conformes à GOST 11920-73									
ТМ-1000/10	5,5	2,45	12,2	1,4	5,00	1,54	3000	2 700	1750
ТМ-6300-10	6,5	9,00	46,5	0,8	17,30	4,91	4050	4 300	3700
ТМ-1000/35	6,5	2,75	12,2	1,5	6,00	2,02	3150	2 700	1570
ТДЦ-80000/35	9,5	60,0	280	0,30	78,60	11,90	6100	5 950	4550
c) A trois enroulements de catégorie 35 kV conformes à GOST 11920-73									
ТМТН-6300/35	—	12,0	55	1,2	25,0	7,28	4500	5 200	4300
ТДТН-16000/35	—	28,0	115	0,95	47,0	12,63	5500	6 500	4500
d) A deux enroulements élévateurs de catégorie 110 kV avec réglage hors tension et sans prises intermédiaires conformes à GOST 12965-74									
ТДЦ-80000/110	10,5	89	310	0,55	111,0	23,0	7000	7 800	5400
ТДЦ-400000/110	10,5	320	900	0,45	296,8	49,0	7750	14 600	8300
e) A deux enroulements de catégorie 110 kV avec réglage de la tension en charge conformes à GOST 12965-74									
ТМН-2500/110	10,5	6,5	22,0	1,5	24,5	10,15	4090	5 150	3540
ТРДЦН-63000/110	10,5	70,0	245	0,60	107,2	28,5	6500	8 300	4400
f) A trois enroulements de catégorie 110 kV avec réglage de la tension en charge conformes à GOST 12965-74									
ТМТН-6300/110	—	17,0	58	1,2	42,0	15,0	5400	6 200	3500
ТДТН-80000/110	—	102	390	0,60	146,0	37,0	7200	9 600	4800
g) A deux enroulements élévateurs de catégorie 220 kV avec réglage hors tension et sans prises intermédiaires conformes à GOST 15957-70									
ТДЦ-125000/220	11,0	135	380	0,50	169	—	7140	9 500	5600
ТЦ-630000/220	11,0	380	1300	0,35	374,2	75,0	8100	12 200	5190
h) A deux enroulements de catégorie 220 kV avec réglage de la tension en charge conformes à GOST 15957-70									
ТРДН-32000/220	12,0	53	167	0,90	150	50,5	8350	8 900	5500
ТРДЦН-160000/220	12,0	167	525	0,60	249	—	7550	12 300	6000
i) A trois enroulements de catégorie 220 kV avec réglage de la tension en charge conformes à GOST 15957-70									
ТДТН-25000/220	—	50	135	1,2	114,3	50,0	8400	10 160	5120
ТДТН-40000/220	—	66	240	1,1	169,8	61,9	7500	11 100	5400

Tableau 17-2

Transformateurs de puissance à deux enroulements triphasés et monophasés à bain d'huile de catégories 330 et 500 kV

Type de transformateur	HT, kV	BT, kV	u_{cc}, %	Pertes, kW		i_0, %
				P_v	P_{cc}	
a) A deux enroulements élévateurs de catégorie 330 kV sans prises intermédiaires conformes à GOST 17545-72						
ТДЦ-125000/330	347	10,5 ; 13,8	11	145	360	0,5
ТЦ-1000000/330	347	24	11,5	480	2200	0,3
b) A deux enroulements de catégorie 330 kV avec réglage de la tension en charge conformes à GOST 17545-72						
ТРДН-32000/330	330	6,3; 10,5	11	82	170	0,85
ТРДН-125000/330	330	10,5	11	180	420	0,5
c) A deux enroulements élévateurs triphasés de catégorie 500 kV conformes à GOST 17544-72						
ТДЦ-250000/500	525	13,8 ; 15,75 ; 20,0	13	250	600	0,45
ТЦ-630000/500	525	15,75 ; 20,0 ; 24	14	500	1300	0,35
d) A deux enroulements élévateurs monophasés de catégorie 500 kV sans prises intermédiaires conformes à GOST 17544-72						
ОРДЦ-333000/500	$525/\sqrt{3}$	15,75 ; 20 ; 24	12,5	200	950	0,35
ОРЦ-533000/500	$525/\sqrt{3}$	18 ; 24	13,5	300	1400	0,30

Tableau 17-3

Transformateurs de puissance triphasés secs de type protégé d'usage général

Type de transformateur	Puissance nominale, kVA	u_{cc}, %	Pertes, W		i_0, %	Masse, kg	Dimensions, mm		
			P_v	P_{cc}			H	L	B
a) A deux enroulements pour une tension jusqu'à 660 V conformes à GOST 18619-73									
ТСЗ-10/0,66	10	4,5	90	280	7	150	650	700	440
ТСЗ-160/0,66	160	4,5	710	2 060	2,3	800	1150	1150	680
b) A deux enroulements pour une tension de 10 à 15 kV conformes à GOST 14074-76									
ТСЗ-160/10	160	5,5	700	2 700	4,0	1400	1700	1800	950
ТСЗ-1600/10	1600	5,5	4200	16 000	1,5	6500	3200	2650	1350
ТСЗ-250/15	250	8,0	1100	4 400	4,0	2200	1850	2300	1200
ТСЗ-1600/15	1600	8,0	4300	16 000	2,0	6800	3200	2600	1350

Tableau 17-4

Symboles conventionnels des systèmes de refroidissement des transformateurs

Mode de refroidissement	Symbole
Transformateurs secs	
Naturel à l'air en exécution ouverte	С
Idem en exécution protégée	СЗ
Idem en exécution hermétique	СГ
A l'air ventillé	СД
Transformateurs à bain d'huile	
Naturel à l'huile	М
A ventilation en circulation naturelle de l'huile	Д
Idem à circulation forcée de l'huile	ДЦ
A l'eau et circulation naturelle de l'huile	МВ
Idem à circulation forcée de l'huile	Ц

Tableau 17-5

Transformateurs monophasés secs de type OCM

Type de transformateur	Puissance nominale, kVA	i_0, %	u_{cc}, %	Masse, kg	Dimensions, mm		
					L	*B*	*H*
OCM-0,063	0,063	24	12	1,4	84	115	95
OCM-0,1	0,1	24	9,0	2,0	100	120	95
OCM-0,16	0,16	23	7,0	3,0	110	140	115
OCM-0,25	0,25	22	5,5	4,3	124	145	132
OCM-0,40	0,40	20	4,5	6,2	124	170	140
OCM-0,63	0,63	19	3,5	9,5	135	210	185
OCM-1,00	1,00	18	2,5	14,4	165	210	185

Ces tableaux indiquent seulement les caractéristiques des transformateurs les plus et les moins puissants de chaque catégorie conformes à des Normes GOST déterminées. Les caractéristiques des transformateurs de puissances intermédiaires sont données dans les GOST correspondantes et dans [13].

Les lettres et les chiffres entrant dans la désignation du type de transformateur (d'autotransformateur) signifient (dans l'ordre d'écriture):

A: autotransformateur (le transformateur n'a pas de désignation);

T: triphasé, O: monophasé;

P: enroulement BT subdivisé (v. § 10-1).

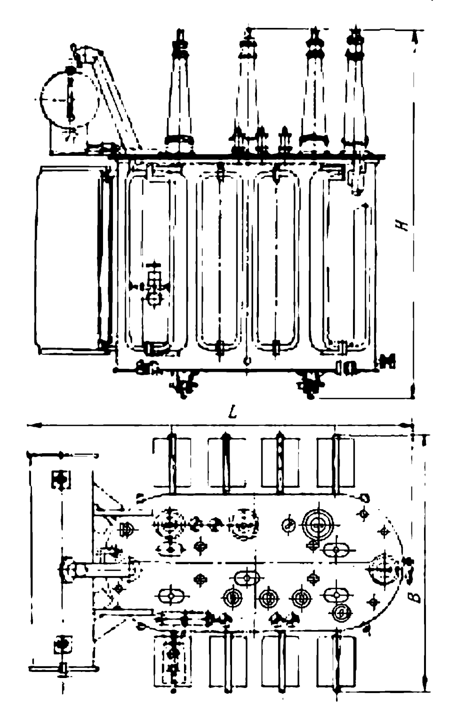


Fig. 17-1. Dimensions hors tout des transformateurs à bain d'huile.

Une ou deux lettres désignant le mode de refroidissement suivant le tableau 17-4:

T: à trois enroulements;

H: un des enroulements comporte un dispositif de commutation des prises intermédiaires (de réglage de la tension) en charge (l'absence de la lettre H signifie que le transformateur possède un dispositif de commutation des prises intermédiaires hors tension ou est réalisé sans commutateur).

Le numérateur de la fraction qui suit le symbole littéral du type indique la puissance nominale du transformateur en kVA, et le dénominateur, la catégorie de tension de l'enroulement HT en kV.

Les tableaux 17-1 et 17-2 donnent les caractéristiques des transformateurs à bain d'huile d'usage général. Les dimensions hors tout des transformateurs sont indiquées sur la figure 17-1. Le tableau 17-1 indique la masse totale des transformateurs avec l'huile. Les transformateurs indiqués dans le tableau 17-1, *a* et *b* sont munis d'appareils de réglage hors tension ($\pm 2 \times 2{,}5 = 5$ %).

Pour les transformateurs à trois enroulements, les tableaux indiquent la valeur maximale des pertes en court-circuit pour l'une des trois combinaisons possibles des paires d'enroulements: HT-BT, HT-MT, MT-BT.

Les transformateurs secs (tableau 17-3) sont destinés à être installés dans des locaux secs fermés à atmosphère exempte de poussières et d'agents agressifs, dont l'humidité relative de l'air ne dépasse pas 80 %. Ils ne présentent aucun danger d'incendie et sont donc de plus en plus largement utilisés à l'intérieur des maisons d'habitation, des ateliers de travail, des laboratoires, etc. Les transformateurs secs sont munis d'un capot de protection qui protège les parties actives contre la pénétration d'objets étrangers, tout en permettant l'arrivée de l'air de refroidissement. Tous les transformateurs secs sont munis au côté HT d'un appareil de réglage hors tension ($\pm 2 \times 2{,}5$ %).

Les transformateurs de petite puissance (inférieure à 4 kVA en monophasé et à 5 kVA en triphasé) trouvent de nombreuses applications en radiotechnique, électrotechnique, automatique, télécommunications, commande électrique industrielle, ainsi que pour l'abaissement de la tension, en vue d'assurer la sécurité de fonctionnement, pour l'alimentation des appareils électroménagers, etc.

Leur nomenclature est extrêmement variée, de sorte que des renseignements même les plus sommaires sur ces transformateurs prendraient trop de place. Aussi, le tableau 17-5 n'indique-t-il les caractéristiques techniques que pour des transformateurs destinés à l'alimentation des circuits de commande des moteurs électriques, des lampes d'éclairage local, des circuits de signalisation à basse tension ainsi que des redresseurs à onde entière. Ces transformateurs sont fabriqués conformément aux conditions fixées par GOST 16710-76, portent la désignation OCM (monophasés secs à usages multiples) et sont livrables en trois exécutions: pour climat tempéré, tropicalisés, stables à froid.

DEUXIÈME PARTIE

QUESTIONS GÉNÉRALES DE LA THÉORIE DE LA TRANSFORMATION ÉLECTROMÉCANIQUE DE L'ÉNERGIE DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES

CHAPITRE 18

PHÉNOMÈNES ÉLECTROMÉCANIQUES DE TRANSFORMATION DE L'ÉNERGIE DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 18-1. Classification des machines électriques selon le mode de déplacement et la forme des parties mobiles

Toute machine électrique dont le principe de fonctionnement repose sur les phénomènes d'induction électromagnétique se compose de deux parties essentielles: une *partie fixe* et une *partie mobile* (fig. 18-1 et autres).

La *partie fixe* appelée stator est constituée par un cuircuit magnétique *3* de configuration quelconque, un ou plusieurs enroulements *1*

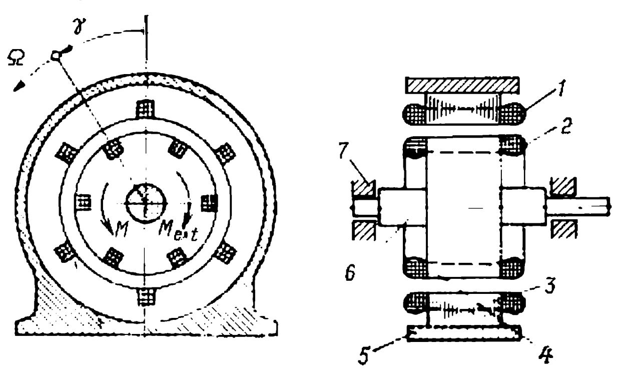


Fig. 18-1. Machine électrique tournante (cylindrique):
1, enroulements statoriques; *2*, enroulements rotoriques; *3*, noyau du stator; *4*, noyau du rotor; *5*, pièces constructives du stator; *6*, arbre du rotor; *7*, paliers de butée.

et des pièces constructives *5* destinées à donner à tous les éléments du stator une position bien déterminée dans l'espace.

La *partie mobile* comprend un circuit magnétique *4*, un ou plusieurs enroulements *2* et des pièces constructives destinées à permettre

le déplacement, dans un sens déterminé, de la partie mobile par rapport à la partie fixe ainsi qu'à transmettre l'énergie mécanique.

Les enroulements mobiles et fixes sont alimentés depuis les réseaux électriques auxquels ils sont connectés soit directement, soit par l'intermédiaire de convertisseurs de fréquence. Pour la liaison avec les enroulements mobiles on utilise des contacts frottants. La partie mobile de la machine possède généralement un seul degré de

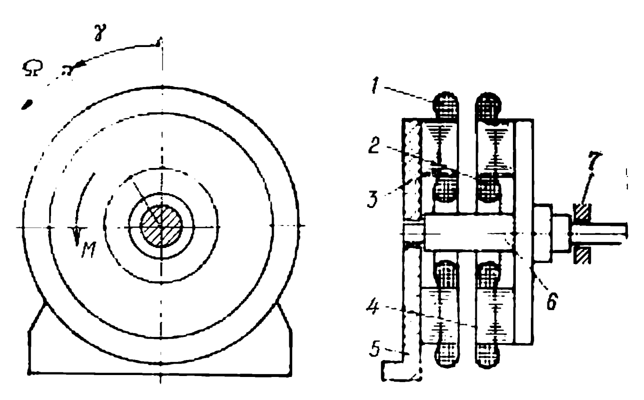


Fig. 18-2. Machine tournante à entrefer axial:
Les désignations sont identiques à celles de la figure 18-1.

liberté (les déplacements dans les autres directions possibles sont exclus à l'aide des *paliers* 7 de construction appropriée).

Les plus répandues sont les machines électriques dans lesquelles la partie mobile est animée d'un mouvement de rotation qui modifie sa position angulaire par rapport au stator. De telles machines sont dites *tournantes* ou rotatives et leur partie mobile s'appelle *rotor*.

On rencontre le plus souvent des machines tournantes dans lesquelles un rotor cylindrique tourne à l'intérieur d'un stator réalisé sous la forme d'un cylindre creux. On les appelle *machines tournantes cylindriques* ou tout simplement *machines tournantes* (fig. 18-1).

Parfois, pour augmenter le moment d'inertie des parties tournantes, on réalise le rotor sous la forme d'un anneau et on le place à l'extérieur du stator. On a dans ce cas une *machine à rotor extérieur*.

Il est également possible de concevoir une machine tournante dans laquelle le stator et le rotor ont la forme de disques orientés l'un vers l'autre par leurs faces frontales planes. De telles machines tournantes sont dites *à entrefer axial* (fig. 18-2).

On emploie aussi, quoique beaucoup plus rarement, des machines électriques dans lesquelles la partie mobile effectue un mouvement de translation en modifiant sa position linéaire par papport au stator. De telles machines sont dites *linéaires* et peuvent être soit *plates*, soit *cylindriques*.

Dans une machine linéaire plate, les armatures magnétiques mobile et fixe ont la forme de parallélépipèdes orientés l'un vers

l'autre par les faces planes (fig. 18-3). Dans une machine linéaire cylindrique, une armature magnétique de forme cylindrique se déplace dans le sens axial à l'intérieur d'une armature fixe de forme annulai-

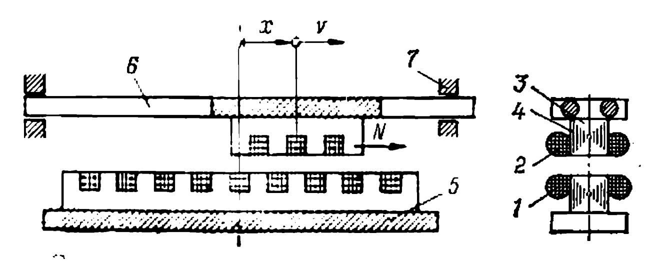


Fig. 18-3. Machine linéaire plate:

1, enroulements statoriques; *2*, enroulements de la partie mobile; *3*, noyau du stator; *4*, noyau de la partie mobile; *5*, pièces constructives du stator; *6*, tige de la partie mobile; *7*, paliers.

re (fig. 18-4). Les machines linéaires plates peuvent être utilisées par exemple dans les transports par rail surtout dans le cas des grandes vitesses de marche (200 à 300 km/h). Les machines linéaires

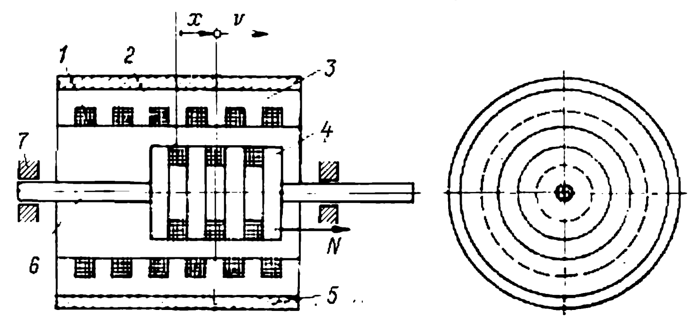


Fig. 18-4. Machine linéaire cylindrique:

1, enroulements statoriques; *2*, enroulements de la partie mobile; *3*, noyau du stator; *4*, noyau de la partie mobile; *5*, pièces constructives du stator; *6*, tige de la partie mobile; *7*, paliers.

cylindriques sont bonnes pour assurer une translation des organes opérateurs de divers mécanismes.

On rencontre aussi des machines électriques tant tournantes que linéaires dans lesquelles la partie mobile est animée d'un mouvement oscillatoire. Les oscillations de la partie tournante sont nécessaires, par exemple, pour actionner le balancier d'une horloge électrique. Quant aux oscillations de la partie mobile animée d'un mouvement de translation, elles peuvent être utilisées, par exemple, dans la machine électrique servant à la mise en action de la partie percutante des outils piqueurs.

Pour la conversion des paramètres de l'énergie mécanique à transformer (forme et paramètres du mouvement qui sert à la transmission

de l'énergie mécanique) on installe parfois, entre la machine électrique et la source (ou l'utilisateur) d'énergie mécanique, un *convertisseur mécanique.*

Le rôle d'un convertisseur mécanique est analogue à celui d'un convertisseur électrique de fréquence qui relie la machine électrique au réseau. Le convertisseur mécanique est souvent incorporé dans

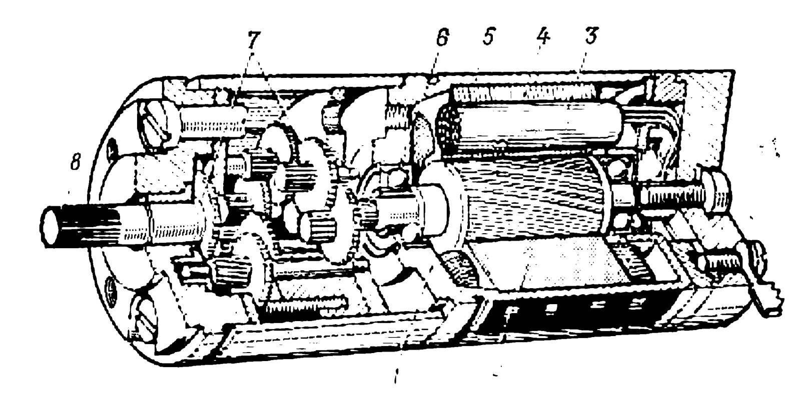


Fig. 18-5. Machine électrique tournante à réducteur incorporé:
1, bâti; *2*, noyau du stator; *3*, enroulement statorique; *4*, rotor; *5*, arbre du rotor; *6*, roulement à billes; *7*, réducteur; *8*, arbre du réducteur.

la machine de manière à faire corps avec elle. Le convertisseur mécanique le plus répandu est un réducteur (multiplicateur ou démultiplicateur) à engrenages ou planétaire servant à diminuer ou à augmenter la vitesse de rotation de l'arbre (fig. 18-5).

Pour la transformation du mouvement de rotation en mouvement de translation on peut utiliser un engrenage à vis sans fin, un engrenage à crémaillère ou une transmission à friction. Pour transformer les mouvements vibratoires et oscillatoires en mouvement de rotation ou de translation on a recours à diverses roues à rochet.

Or, le plus souvent les machines électriques sont construites sans convertisseur mécanique.

§ 18-2. Description mathématique des phénomènes électromécaniques de transformation de l'énergie dans les machines électriques

Envisageons une machine électrique rotative comportant un nombre quelconque s de circuits des enroulements logés dans les encoches ou sur la surface extérieure des armatures magnétiques du stator et du rotor. Chacun de ces circuits peut être constitué par plusieurs bobines connectées entre elles dans un ordre quelconque. Les armatures magnétiques peuvent elles aussi avoir une configuration arbitraire. La figure 18-6 fournit un exemple d'une telle machine au nombre total de circuits $s = 5$ dont deux (portant les numéros *1*

et 2) sont placés sur le stator et trois (de numéros 3, 4 et 5) sur le rotor.

Les phénomènes électromagnétiques se déroulant dans une machine électrique se décrivent par un système d'équations de Kirchhoff pour les circuits des enroulements et les équations du mouvement du rotor. A l'approximation linéaire (en supposant infiniment grande la perméabilité du matériau dont sont faits les armatures magnétiques), le flux embrassé par un circuit quelconque, par exemple par le k-ième (k prend les valeurs de $k = 1$ à $k = s$), peut être exprimé par les courants i_n dans les enroulements, l'inductance propre L_{kk} du k-ième enroulement et les inductances mutuelles L_{kn} entre le k-ième enroulement et tous les autres enroulements, n pouvant prendre toute valeur de $n = 1$ à $n = s$ sauf $n = k$

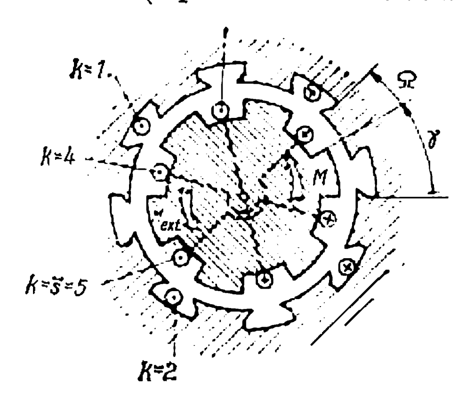


Fig. 18-6. Machine électrique tournante à plusieurs circuits.

$$\Psi_k = \sum_{n=1}^{s} \Psi_{kn} = \sum_{n=1}^{s} i_n L_{kn}.$$

Dans de nombreux cas, les inductances propres et mutuelles des enroulements subissent des influences importantes du fait de la structure dentée des armatures magnétiques. Lorsque cette structure est très marquée, la rotation du rotor fait varier non seulement l'inductance mutuelle entre les circuits statoriques et rotoriques mais aussi les inductances mutuelles entre les circuits placés sur une même partie de la machine ainsi que les inductances propres de tous les circuits.

Dans le cas général, toutes les inductances propres L_{kk} et toutes les inductances mutuelles L_{kn} dépendent des dimensions des enroulements et des armatures magnétiques et sont fonctions de la position angulaire du rotor $L_{kn} = f(\gamma)$. Le système d'équations de Kirchhoff pour les tensions sur les enroulements se compose de s équations établies pour chacun des circuits. L'équation pour le k-ième circuit ($k = 1, 2, 3, \ldots, s$) est de la forme

$$u_k = R_k i_k + \frac{d\Psi_k}{dt} = R_k i_k + \sum_{n=1}^{s} \left(L_{kn} \frac{di_n}{dt} + i_n \Omega \frac{dL_{kn}}{d\gamma} \right), \quad (18\text{-}1)$$

où $-L_{kn} \frac{di_n}{dt}$ est la *f.é.m. statique* liée à la variation du courant dans le n-ième circuit;

$-i_n \frac{dL_{kn}}{dt} = -i_n \Omega \frac{dL_{kn}}{d\gamma}$ la *f.é.m. dynamique* liée à la variation de l'inductance mutuelle entre les k-ième et n-ième circuits

(pour $n \neq k$) ou à la variation de l'inductance propre du k-ième circuit (pour $n = k$).

Ainsi, les f.é.m. induites dans le k-ième circuit se présentent conformément à (18-1) sous la forme d'une somme des f.é.m. de natures différentes: des *f.é.m. statiques* liées à la variation des courants dans les enroulements, les valeurs des inductances mutuelles (ou des inductances propres) étant fixes,

$$-\sum_{n=1}^{s} L_{kn}\frac{di_n}{dt}$$

et des *f.é.m. dynamiques* liées à la variation des inductances mutuelles (ou des inductances propres), les courants étant fixes,

$$-\Omega\sum_{n=1}^{s} i_n\frac{dL_{kn}}{d\gamma}.$$

Le terme de f.é.m. statique ou de transformation s'explique par le fait que des f.é.m. de même nature sont induites dans les enroulements des transformateurs électriques statiques; le terme de f.é.m. dynamique rappelle que cette f.é.m. n'apparaît que lorsque le rotor tourne avec une certaine vitesse angulaire

$$\Omega = d\gamma/dt.$$

Pour des circuits branchés sur un réseau électrique extérieur, par tension u_k intervenant dans (18-1) on entend la f.é.m. de ce réseau. Pour des circuits en court-circuit on a $u_k = 0$.

La puissance mécanique obtenue par la transformation de l'énergie électrique dans la machine peut être exprimée par les grandeurs caractérisant les circuits électriques de la machine en utilisant à cet effet le principe de la conservation de l'énergie. Il convient de commencer par la détermination de la puissance électrique instantanée fournie au k-ième circuit par le réseau qui l'alimente:

$$p_k = u_k i_k = R_k i_k^2 + i_k\sum_{n=1}^{s} L_{kn}\frac{di_n}{dt} + i_k\Omega\sum_{n=1}^{s} i_n\frac{dL_{kn}}{d\gamma}.$$

En faisant la somme des puissances développées dans tous les circuits, on trouve la valeur totale de la puissance électrique instantanée transmise aux circuits de la machine:

$$\sum_{k=1}^{s} p_k = \sum_{k=1}^{s} R_k i_k^2 + \sum_{k=1}^{s} i_k\sum_{n=1}^{s} L_{kn}\frac{di_n}{dt} + \Omega\sum_{k=1}^{s} i_k\sum_{n=1}^{s} i_n\frac{dL_{kn}}{d\gamma}. \tag{18-2}$$

Une certaine partie de la puissance $\sum_{k=1}^{s} p_k$ absorbée par les cir-

cuits, à savoir $\sum_{k=1}^{s} R_k i_k^2$, se dégage par effet Joule dans les résistances ohmiques R_k des circuits et représente les *pertes de puissance dues à la conversion de l'énergie*. L'autre partie de la puissance $\sum_{k=1}^{s} p_k$ est dépensée pour la variation de l'énergie du champ magnétique dans la machine par suite de la variation des courants dans les circuits d'une part et des inductances d'autre part. L'énergie du champ magnétique ayant pour expression

$$W = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} i_n L_{kn}; \tag{18-3}$$

son accroissement total pendant un temps dt au cours duquel les grandeurs i_k, i_n et L_{kn} s'accroissent respectivement de di_k, di_n et dL_{kn} est

$$dW = \frac{\partial W}{\partial i_k} di_k + \frac{\partial W}{\partial i_n} di_n + \frac{\partial W}{\partial L_{kn}} dL_{kn} =$$

$$= \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} L_{kn} di_n + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} i_n dL_{kn}.$$

Aussi, la puissance dépensée pour la variation de l'énergie du champ magnétique a-t-elle pour valeur

$$p_W = \frac{dW}{dt} = \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} L_{kn} \frac{di_n}{dt} + \frac{\Omega}{2} \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} i_n \frac{dL_{kn}}{d\gamma}, \tag{18-4}$$

ce qui correspond à la somme du deuxième terme et de la moitié du troisième terme de l'expression (18-2). Ainsi la variation de l'énergie du champ magnétique exige de dépenser toute la somme des puissances définies par les produits des courants traversant les circuits par la f.é.m. statique et une demi-somme des puissances définies par les produits des courants parcourant les circuits par la f.é.m. dynamique.

La puissance restante est convertie en énergie mécanique qui est transmise par l'intermédiaire de l'arbre à l'organe entraîné:

$$p_{\text{méc}} = \sum_{k=1}^{s} p_k - p_{\text{él}} - p_W = \frac{\Omega}{2} \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} i_n \frac{dL_{kn}}{d\gamma}. \tag{18-5}$$

Il résulte de (18-1), (18-2) et (18-5) que la puissance mécanique est égale à la demi-somme des puissances définies par les produits des courants dans les circuits par la f.é.m. dynamique. Cela permet de conclure que la conversion électromécanique de l'énergie n'est liée qu'aux f.é.m. dynamiques et que les f.é.m. statiques ne partici-

pent pas à cette conversion. Remarquons que la puissance dépensée pour la variation de l'énergie du champ magnétique n'est pas perdue de façon irrécupérable et que sa valeur moyenne est nulle. Cela s'explique par le fait que dans une machine tournante toutes les grandeurs (courants, inductances propres et mutuelles, etc.) varient périodiquement. Au bout d'un intervalle de temps égal à une période, toutes les grandeurs, y compris l'énergie du champ magnétique, prennent les mêmes valeurs qu'elles avaient au début de la période $W_{(t)} = W_{(t+T)}$. Cela signifie que la variation de l'énergie du champ magnétique au cours d'une période est nulle, c'est-à-dire que

$$\int_{t}^{t+T} dW = W_{(t+T)} - W_{(t)} = 0.$$

Pendant la partie de la période où l'énergie du champ magnétique s'accroît ($dW > 0$) la puissance p_W donnée par (18-4) est positive ($p_W > 0$) et l'énergie nécessaire à la production du champ magnétique est fournie aux circuits par les réseaux électriques. Pendant le reste de la période $p_W < 0$ et l'énergie emmagasinée dans le champ magnétique est restituée aux réseaux électriques.

L'échange d'énergie entre la machine et les réseaux électriques s'effectue dans ce cas de façon telle que l'énergie absorbée aux réseaux pendant une période est en moyenne nulle. La mesure de l'intensité de cet échange d'énergie est constituée par une puissance dite réactive (ou magnétisante) par laquelle on entend (dans le cas de l'alimentation en courant monophasé et de la variation harmonique des grandeurs) la puissance instantanée maximale absorbée aux réseaux pour la production du champ magnétique dans la machine

$$Q = \left| \frac{dW}{dt} \right|_{max}.$$

En se rappelant que le couple électromagnétique M exercé sur le rotor à un instant donné s'exprime par la puissance mécanique instantanée $p_{méc}$ suivant (18-5) et en comparant l'expression obtenue avec (18-3), on trouve

$$M = \frac{p_{méc}}{\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{s} i_k \sum_{n=1}^{s} i_n \frac{dL_{kn}}{d\gamma} = \left(\frac{dW}{d\gamma} \right) \quad (i_k = \text{constant}). \tag{18-6}$$

Ainsi, dans une machine à circuit magnétique linéaire, le couple électromagnétique est égal à la dérivée partielle de l'énergie du champ magnétique W par rapport à l'angle de rotation γ du rotor pour des valeurs fixes des courants dans les circuits (i_k = constant, i_n = constant). Si cette dérivée est positive, le couple s'exerce dans le sens de rotation (ou de croissance de l'angle γ) et il se produit une transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique; si cette dérivée est négative, il se produit une transformation inverse.

L'équation (18-6) peut également être étendue à des machines utilisant des circuits magnétiques non linéaires si la variation de

l'énergie du champ magnétique dW, lorsque le rotor tourne d'un angle $d\gamma$, est déterminée à l'aide d'un calculateur électronique non seulement pour i_k = constant mais aussi pour μ_{aj} = constante, dans chaque j-ième élément du circuit magnétique (les perméabilités magnétiques μ_{aj} = constantes dans chacun des éléments j doivent être déterminées par suite du calcul du circuit magnétique pour des courants i_k = constants dans la position du rotor caractérisée par l'angle γ).

Si les tensions u_k aux bornes des enroulements sont données, les fonctions $L_{kn} = f(\gamma)$ sont connues et la vitesse angulaire Ω du rotor est donnée, les courants peuvent être calculés à partir de l'équation (18-1). Après cela on calcule le couple à l'aide de la formule (18-6) où $\gamma = \Omega t$.

Dans le cas où la vitesse angulaire est inconnue, mais le couple extérieur M_{ext} appliqué à l'arbre de la machine est donné, on doit considérer conjointement avec (18-1) et (18-6) le système d'équations du mouvement

$$M - M_{\text{ext}} = J\frac{d\Omega}{dt}, \quad \Omega = \Omega_{\text{in}} + \int_0^t \left(\frac{d\Omega}{dt}\right) dt, \quad \gamma = \gamma_{\text{in}} + \int_0^t \Omega\, dt. \quad (18\text{-}7)$$

La description mathématique des phénomènes obtenue pour une machine tournante à plusieurs circuits peut être étendue à une machine électrique linéaire dont la partie mobile effectue un mouvement de translation par rapport au stator.

Les équations de la machine linéaire s'obtiennent à partir des équations décrites plus haut en y remplaçant le déplacement angulaire γ par le déplacement linéaire x, le couple électromagnétique M par la force électromagnétique N agissant dans le sens de déplacement, la vitesse angulaire Ω par la vitesse linéaire v, l'accélération angulaire $d\Omega/dt$ par l'accélération linéaire dv/dt, le couple extérieur M_{ext} par la force extérieure N_{ext} et le moment d'inertie du rotor J par la masse m de la partie mobile.

CHAPITRE 19

PROCÉDÉS POUR OBTENIR UN CHAMP MAGNÉTIQUE PÉRIODIQUE DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 19-1. Condition de transformation électromécanique de l'énergie

En analysant l'équation (18-6) on peut en arriver à cette conclusion que *la condition nécessaire de transformation électromécanique de l'énergie dans une machine électrique est la variation des inductances propres ou des inductances mutuelles des enroulements en cas de rotation du rotor.* La machine ne peut remplir ses fonctions que si la dérivée de l'un, au moins, des paramètres par rapport à l'angle de rotation est non nulle

$$dL_{kn}/d\gamma \neq 0,$$

car c'est dans ce cas seulement que $M \neq 0$ et $P_{\text{méc}} \neq 0$.

Cette condition est nécessaire mais non suffisante pour assurer une conversion électromécanique continue et unidirectionnelle de l'énergie parce qu'il est encore nécessaire que les courants qui traversent les enroulements k et n varient de façon telle que non seulement les valeurs instantanées du couple électromagnétique M et de la puissance $P_{\text{méc}}$ mais aussi leurs valeurs moyennes soient suffisamment grandes.

Etant donné que dans des constructions techniquement réalisables les champs magnétiques, les flux embrassés, les inductances propres et les inductances mutuelles ne peuvent pas être des fonctions monotones croissantes des courants et de l'angle de rotation γ du rotor, le seul cas possible est celui de leur variation périodique en fonction de l'angle γ lorsque les dérivées $dL_{kn}/d\gamma$ varient elles aussi périodiquement.

Pour obtenir une variation périodique des paramètres L_{kn} en fonction de l'angle de rotation γ du rotor *il est nécessaire que la circulation du courant dans l'enroulement n engendre un champ magnétique à variation périodique dans l'espace* (dans le sens tangentiel le long de l'entrefer).

On peut indiquer les combinaisons suivantes de divers enroulements et de circuits magnétiques permettant de créer des champs périodiques.

§ 19-2. Enroulement en tambour (cylindrique) hétéropolaire

Les conducteurs d'un tel enroulement sont logés dans les encoches sur la surface cylindrique ou sur la surface frontale (dans les machines à entrefer axial) de l'armature magnétique ayant la forme d'un cylindre droit ou annulaire (tore) [1]. Comme on le voit sur la

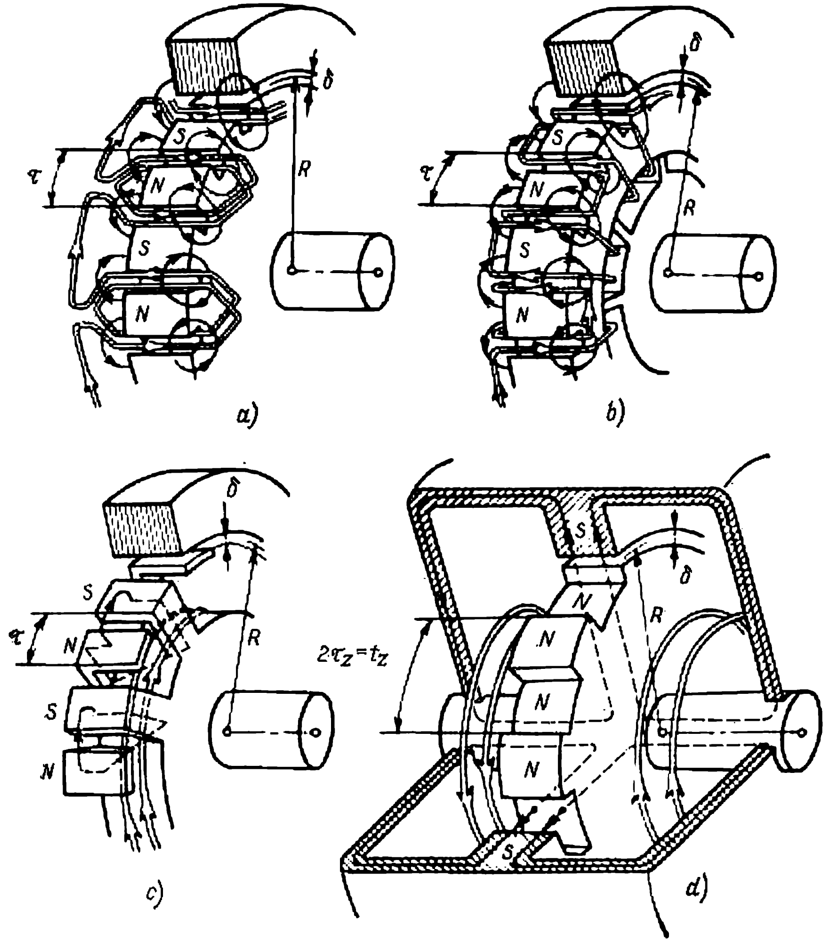


Fig. 19-1. Procédés possibles pour obtenir un champ magnétique périodique dans les machines électriques tournantes:

a) enroulement en tambour (cylindrique) hétéropolaire; *b*) enroulement toroïdal hétéropolaire; *c*) enroulement en anneau et armature magnétique en forme des griffes; *d*) enroulement en anneau homopolaire et armature magnétique dentée.

figure 19-1, *a*, cet enroulement se caractérise par une alternance périodique des sens des courants dans les conducteurs situés sur

[1]) Dans les machines à armatures magnétiques lisses, les enroulements sont placés sur la surface extérieure de l'armature.

la surface de l'armature magnétique orientée vers l'entrefer. Une telle alternance des sens des courants a pour effet de produire un champ magnétique variant périodiquement dans l'espace (c'est-à-dire de magnétiser la surface de l'armature magnétique de façon que les pôles alternent: un pôle nord est suivi d'un pôle sud, un pôle sud d'un pôle nord, etc.).

Suivant la distance entre les zones A et X dans lesquelles sont logés les conducteurs parcourus par des courants de sens alternés, l'enroulement engendre un champ ayant un certain *nombre de périodes* ou, comme on le dit, un champ *à p paires de pôles* (fig. 19-2).

Si τ désigne la distance entre les zones à sens alternés des courants, comptée suivant la surface de l'entrefer de rayon moyen R et appelée le *pas polaire* ou la *longueur de la demi-période de l'enroulement* (v. fig. 19-1, *a* et 19-2), le nombre de périodes du champ est donné par la formule

$$p=\frac{\pi D}{2\tau}=\frac{\pi R}{\tau}. \tag{19-1}$$

Le plus simple est l'enroulement qui produit le champ à une seule période ($p = 1$). On l'appelle enroulement *à une seule période* ou *enroulement bipolaire.* Les enroulements qui engendrent des champs à plusieurs périodes ($p > 1$) sont dits *à plusieurs périodes* ou *multipolaires.*

Les connexions entre les conducteurs d'un enroulement en tambour logés dans les encoches sur la surface de l'armature peuvent être réalisées de différentes manières mais en aucun cas les connexions n'enveloppent pas la culasse en tore de l'armature magnétique. Les bobines sont constituées d'un seul ou de plusieurs spires. Dans chaque encoche on peut loger un seul (fig. 19-1, *a* et 19-2, *a*) ou deux (fig. 19-2, *b*, *c*) côtés de bobine. Dans le premier cas l'enroulement est dit *à une seule couche* et dans le second cas *à deux couches* (si les côtés de bobines sont logés suivant la hauteur de l'encoche, l'un au-dessus de l'autre, en deux couches, fig. 19-2, *b*) ou *à deux rangs* (si les côtés de bobines sont logés dans l'encoche l'un à côté de l'autre, fig. 19-2, *c*).

Dans bien des cas il s'avère plus commode de loger les conducteurs parcourus par des courants de même sens non pas dans une seule encoche (fig. 19-2, *a*, *b* et *c*) mais dans plusieurs encoches, par exemple en trois (fig. 19-2, *d*). Le nombre d'encoches occupées par la *zone de phase d'un enroulement à une couche* (c'est-à-dire par la zone des conducteurs d'une phase parcourus par des courants de même sens) est appelé *nombre d'encoches par pôle* et désigné par la lettre q.

Un enroulement est dit *concentré* si le nombre d'encoches par pôle $q = 1$ et *réparti* si $q > 1$. Dans les encoches de l'armature magnétique peuvent être logés plusieurs enroulements hétéropolaires identiques qui produisent des champs ayant un même nombre de périodes spatiales p et sont alimentés depuis un réseau électrique polyphasé. Un tel système constitué par plusieurs enroulements

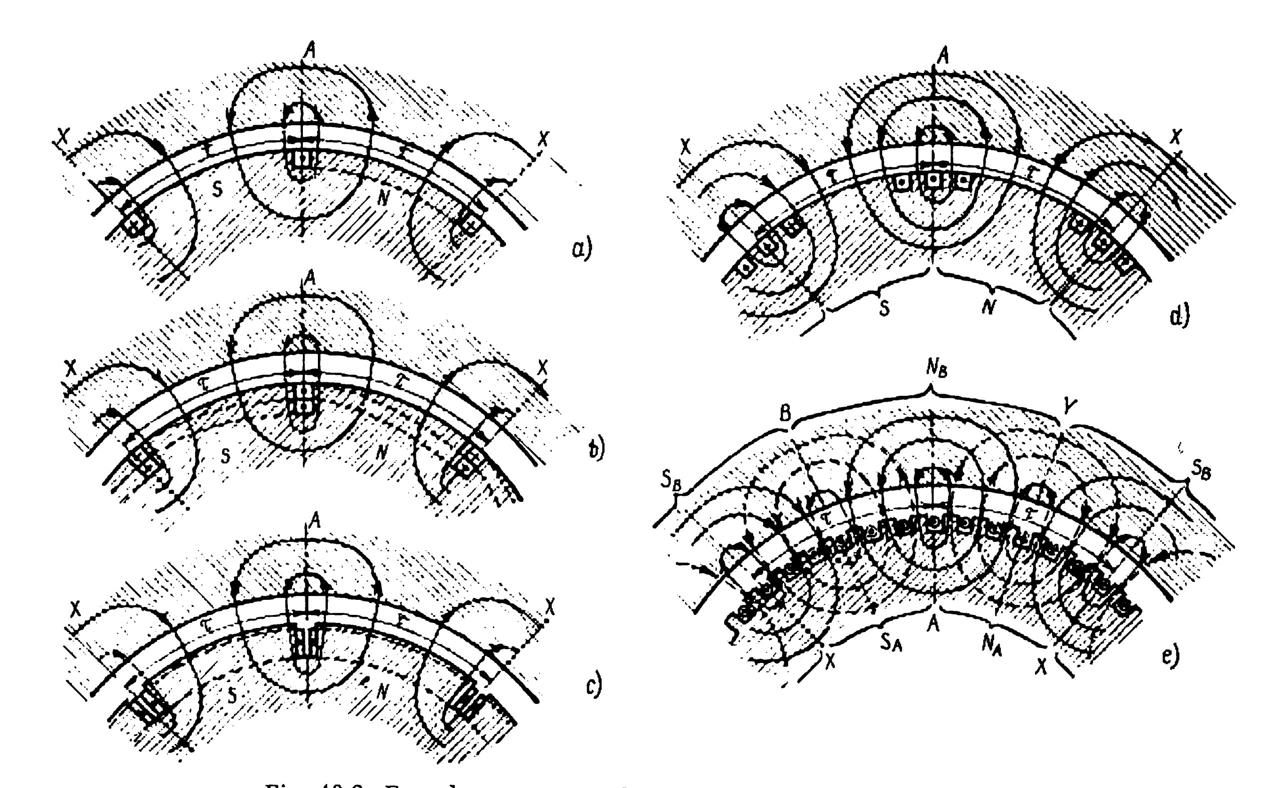


Fig. 19-2. Enroulements en tambour (cylindriques) hétéropolaires:

a) enroulement monophasé concentré à une couche; *b*) enroulement monophasé concentré à deux couches; *c*) enroulement monophasé concentré à deux rangs; *d*) enroulement monophasé réparti à une couche ($q = 3$); *e*) enroulement diphasé réparti à une couche ($q = 3$).

en tambour porte le nom d'*enroulement polyphasé*. Comme on le voit sur la figure 19-2, *e*, qui représente un *enroulement biphasé*, chacune des phases est constituée par un enroulement hétéropolaire réparti à nombre d'encoches par pôle $q = 3$ (fig. 19-2, *d*). La phase A est constituée par des zones à sens direct des courants (A) et par des zones à sens inverse des courants (X), la distance entre les zones voisines étant égale à τ. La phase B comprend des zones à sens direct des courants (B) et des zones à sens inverse des courants (Y). Les zones d'encoches de la phase B sont disposées entre les zones d'encoches de la phase A et sont décalées d'un quart de période $\tau/2$ par rapport aux zones de la phase A.

On peut réaliser de manière analogue un enroulement polyphasé *à m phases*. Dans un tel enroulement, le *nombre q d'encoches par pôle* et *par phase* doit être déterminé au moyen de la formule

$$q = \frac{Z}{2pm}, \qquad (19\text{-}2)$$

où Z est le nombre total d'encoches sur l'armature magnétique. Les zones consécutives d'une même phase doivent être décalées d'une distance τ et les zones des phases consécutives d'une distance τ/m.

§ 19-3. Enroulement toroïdal hétéropolaire

Il ne diffère de l'enroulement en tambour que par le fait que les connexions entre ses conducteurs parcourus par des courants de même sens enveloppent le tore de l'armature magnétique. Au point de vue de la formation du champ dans l'entrefer, cet enroulement ne diffère en rien de l'enroulement en tambour si la structure des conducteurs logés sur la surface orientée vers l'entrefer est la même dans les deux enroulements. Il engendre lui aussi un champ variant périodiquement dans l'espace et présente les mêmes variétés que l'enroulement en tambour (dans les machines de petite puissance l'enroulement toroïdal offre certains avantages d'ordre technologique).

§ 19-4. Enroulement en anneau et armature magnétique en forme des griffes

A la différence des enroulements précédents qui produisent un champ hétéropolaire périodique grâce à l'alternance des sens des courants, l'exécution considérée (fig. 19-1, *c*) assure la variation périodique du champ dans l'entrefer par suite de l'alternance des directions dans lesquelles les dents en forme des griffes de l'armature magnétique enveloppent l'enroulement en anneau parcouru par un courant. Quant à la création d'un champ périodique, cet enroulement est équivalent aux précédents.

L'inconvénient de cette construction est une dispersion magnétique élevée entre les pôles en forme des griffes.

En revanche, elle présente l'avantage de simplifier la réalisation de l'enroulement.

Cet enroulement trouve ses applications dans les machines de petite puissance et dans les machines spéciales de moyenne puissance.

§ 19-5. Enroulement homopolaire en anneau et armature magnétique dentée

Un enroulement en anneau dont les bobines enveloppent l'arbre de la machine engendre dans l'entrefer un champ à pôles de même nom (homopolaire). Pour des sens des courants indiqués sur la figure 19-1, *d*, la surface de l'armature magnétique intérieure a le pôle nord et celle de l'armature extérieure, le pôle sud.

La variation périodique de l'induction de champ dans l'entrefer est obtenue grâce à la denture de la surface de l'armature magnétique orientée vers l'entrefer. Si la surface opposée de l'entrefer est lisse ou comporte des dents très peu saillantes, la conductivité magnétique par unité de longueur sera plus petite dans la région de l'encoche que dans la région de la dent. Respectivement, l'induction magnétique sera plus grande dans la région de la dent que dans la région de l'encoche.

La période spatiale de variation de l'induction magnétique dans l'entrefer sera égale à la distance t_Z entre deux dents consécutives. Le nombre de périodes du champ est

$$p = \frac{\pi D}{t_Z} = Z, \tag{19-3}$$

où Z est le nombre de dents sur l'armature magnétique.

L'avantage d'une telle exécution sur les autres réside en ce qu'elle permet d'obtenir un nombre beaucoup plus grand de périodes du champ puisque la réduction des dimensions des encoches n'est pas limitée par la nécessité d'y loger les conducteurs de l'enroulement (l'enroulement en anneau étant disposé en dehors des encoches).

CHAPITRE 20

EXÉCUTIONS THÉORIQUEMENT POSSIBLES DES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 20-1. Procédés pour obtenir des variations périodiques des inductances des enroulements lors de la rotation du rotor

Dans le chapitre précédent nous avons décrit les procédés permettant de produire un champ magnétique périodique dans les machines électriques. Or, la création d'un tel champ dans la machine est une condition nécessaire mais pas encore suffisante pour obtenir une variation périodique des inductances des enroulements L_{kn} en fonction de l'angle de rotation du rotor γ. On peut s'en assurer facilement en considérant l'exemple le plus simple de la machine électrique, à savoir d'une *machie comportant un seul enroulement sur le stator qui produit un champ magnétique périodique*. Si l'armature magnétique d'une telle machine est réalisée sous la forme d'un cylindre circulaire droit à surface lisse dont l'axe coïncide avec l'axe de rotation, la valeur de l'entrefer non magnétique entre le stator et le rotor sera indépendante de la position angulaire du rotor. Cela signifie que pour une valeur fixe du courant dans l'enroulement statorique le champ périodique, son flux embrassé par l'enroulement et par conséquent l'inductance de l'enroulement resteront les mêmes quelle que soit la position angulaire du rotor. Pour obtenir une variation périodique de l'inductance de l'enroulement statorique d'une telle machine en fonction de la position angulaire du rotor il faut donner à son armature magnétique une forme telle que la valeur de l'entrefer non magnétique entre les noyaux du stator et du rotor et par suite le champ périodique produit, son flux embrassé par l'enroulement et l'inductance de l'enroulement soient des fonctions périodiques de la position angulaire du rotor. On peut y arriver en employant les formes constructives suivantes de l'armature magnétique du rotor:

a) une armature magnétique dentée du rotor pour laquelle l'entrefer est plusieurs fois plus grand dans la région des encoches que dans la région des dents et donc la conductivité magnétique beaucoup plus petite dans la région des encoches que dans la région des dents;

b) une armature magnétique cylindrique excentrée par rapport à l'axe de rotation d'une quantité e appelée excentricité. Dans une telle exécution l'entrefer maximal δ_{max} est supérieur de la double excentricité $2e$ à l'entrefer minimal δ_{min}. On peut considérer qu'un tel rotor comporte une « dent » dans la région de δ_{min} et un « creux » dans la zone de δ_{max};

c) une armature magnétique annulaire flexible qui subit une déformation élastique sous l'action du champ magnétique périodique et prend une forme dentée caractérisée par des passages progressifs des « saillies-dents » aux « creux-encoches ». Le nombre de « dents » sur un tel rotor est égal au double du nombre de périodes du champ qui provoque sa déformation.

Ainsi, la forme constructive la plus simple, théoriquement possible, de la machine électrique est une *machine comportant un seul enroulement sur le stator et utilisant dans le rotor une armature magnétique dentée, une armature magnétique cylindrique excentrée ou une armature magnétique annulaire flexible.* Elle a reçu le nom de *machine à réaction.*

On obtient des propriétés nettement meilleures et des caractéristiques plus variées dans les machines d'une autre forme constructive théoriquement possible qui sont des *machines à deux enroulements au stator.*

Dans les machines à deux enroulements sur le stator, pour assurer une variation périodique de l'inductance mutuelle entre les enroulements en fonction de la position angulaire du rotor, on doit, en partant des mêmes considérations, conférer à l'armature magnétique du rotor une des formes constructives qui sont applicables à la machine à un seul enroulement (v. plus haut). A savoir, on peut utiliser une armature magnétique dentée; une armature magnétique cylindrique excentrée; une armature magnétique annulaire flexible.

Ainsi, une autre forme constructive théoriquement possible, un peu plus compliquée, de la machine électrique est une *machine à deux enroulements au stator utilisant dans le rotor une armature magnétique soit dentée, soit cylindrique excentrée, soit annulaire flexible.* Une telle machine est appelée *machine à fer tournant.*

Il convient de souligner que les propriétés de la machine à un seul ou à deux enroulements statoriques immobiles l'un par rapport à l'autre dépendent surtout de la forme de l'armature magnétique du rotor (du nombre et de la forme des dents de l'armature dentée; de l'excentricité du rotor cylindrique excentré; de la valeur de la déformation du rotor flexible sous l'action du champ magnétique). Dans certains cas, l'armature magnétique du stator de telles machines a la forme d'un cylindre dont la surface présente de petites encoches pour le logement d'un enroulement réparti hétéropolaire. Dans une telle exécution, la denture de l'armature du stator influe peu sur la variation de l'inductance des enroulements (l'inductance varie de la même façon que dans le cas d'un stator cylindrique lisse) et les propriétés de la machine ne sont déterminées que par la forme de l'armature magnétique du rotor. On peut donc dire qu'une telle armature magnétique du stator est *lisse.*

On réussit à obtenir des variations périodiques plus intenses de l'inductance propre ou de l'inductance mutuelle et d'autres qualités positives dans les machines à un ou deux enroulements au stator en réalisant l'armature magnétique du stator avec des dents dont la

forme et le nombre sont dans des rapports bien déterminés avec la forme et le nombre de dents de l'armature magnétique du rotor. Avec une telle exécution, la denture de l'armature du stator (le nombre et la forme des dents) influe fortement sur la variation de l'inductance des enroulements de sorte que les propriétés de la machine dépendent presque dans une même mesure tant de la forme de l'armature magnétique du rotor que de la denture de l'armature magnétique du stator. Cela donne le droit de qualifier de *dentée* une telle armature magnétique du stator.

Pourtant, les variations périodiques les plus intenses de l'inductance mutuelle des enroulements et par conséquent la transformation électromécanique la plus efficace de l'énergie sont obtenues avec l'exécution théoriquement possible la plus importante et la plus répandue de la machine électrique, à savoir dans une *machine à deux enroulements dont l'un est placé sur le stator et l'autre sur le rotor.*

Dans cette forme constructive, les variations périodiques alternées de l'inductance mutuelle des enroulements sont liées à la modification de la position relative des enroulements lors de la rotation du rotor. Dans la majeure partie des cas, les deux enroulements, statorique et rotorique, de telles machines sont des enroulements hétéropolaires. De plus, pour obtenir une inductance mutuelle aussi élevée que possible, les enroulements statorique et rotorique sont réalisés avec un même nombre de périodes.

Les armatures magnétiques du stator et du rotor dans de telles machines peuvent présenter des formes différentes. Tant l'armature magnétique du stator que celle du rotor peut être soit *à pôles lisses*, soit *à pôles saillants* (*dentée*).

L'armature *à pôles lisses* possède la forme d'un cylindre dont la surface présente de petites encoches pour le logement d'un enroulement hétéropolaire réparti. Dans les machines à pôles lisses, la denture de l'armature n'exerce qu'une influence négligeable sur l'inductance mutuelle des enroulements, ce qui permet de donner à une telle armature le nom d'armature *lisse*. Dans l'armature magnétique *à pôles saillants*, les pôles sont constitués par de grosses dents qui occupent la plus grande partie du pas polaire. Dans de larges encoches situées entre les dents est logé un enroulement hétéropolaire concentré. Dans les machines à pôles saillants, la denture de l'armature magnétique (rapports entre les dimensions des dents, des encoches et de l'entrefer; forme de la surface des dents orientée vers le stator) exerce une certaine influence sur le maximum de l'inductance mutuelle et sur la forme de la courbe de variation de l'inductance, ce qui permet de qualifier de *denté* ce type d'armature magnétique.

Ainsi, l'exécution la plus importante et la plus répandue de la machine électrique est une *machine comportant des enroulements hétéropolaires au stator et au rotor qu'on convient d'appeler machine électrique en exécution ordinaire ou tout simplement machine électrique ordinaire.*

Enfin il existe encore une exécution théoriquement possible de la machine électrique. C'est une *machine* dite *à pôles en forme des griffes* qui peut remplacer la machine d'exécution précédente comportant une armature rotorique à pôles saillants. Dans cette exécution, le stator est réalisé de la même manière que dans l'exécution précédente: son armature magnétique porte un enroulement hétéropolaire. Quant à l'armature à pôles saillants du rotor portant un enroulement monophasé hétéropolaire, elle est remplacée par une *armature en forme des griffes portant un enroulement en anneau* qui a le même nombre de pôles que celui de l'enroulement statorique hétéropolaire.

Les paragraphes qui suivent sont consacrés à une étude plus détaillée des exécutions théoriquement possibles des machines électriques.

§ 20-2. Machines électriques ordinaires (à enroulements hétéropolaires au stator et au rotor). Machines à pôles en forme des griffes

Dans la machine électrique ordinaire utilisant des enroulements hétéropolaires au stator et au rotor, la transformation électromécanique de l'énergie se produit principalement par suite de la variation de la position relative des enroulements et de la variation de l'inductance mutuelle des enroulements lors de la rotation du rotor. La variation de l'inductance mutuelle et des inductances propres des enroulements occasionnée par la denture des armatures magnétiques n'a qu'une importance secondaire.

Les enroulements hétéropolaires *1* du stator et *2* du rotor ont toujours un même nombre de périodes p. L'armature magnétique du rotor est soit dentée (à pôles saillants) portant un enroulement concentré, soit à pôles lisses et porte un enroulement réparti. L'armature magnétique du stator peut être elle aussi à pôles saillants ou à pôles lisses.

Ainsi, ce mode d'exécution comprend quatre modifications (A1, A2, B1, B2) représentées dans le tableau 20-1. La figure 20-1 montre une machine quadripolaire utilisant des enroulements monophasés hétéropolaires (*1* et *2*) au stator et au rotor et des armatures lisses (*3* et *4*) dans le stator et le rotor (modification B2 d'après le tableau 20-1).

Les courants (i_1 et i_2) parcourant les enroulements produisent un champ magnétique tétrapolaire ($p = 2$) (sur la figure ne sont représentées que les lignes du champ magnétique dû au courant i_2). La variation de l'inductance mutuelle L_{12} des enroulements et des inductances propres L_{11} (L_{22}) des enroulements en fonction de l'angle γ entre les axes des enroulements *1* et *2* est montrée sur la même figure. On voit que l'inductance mutuelle L_{12} proportionnelle au flux du champ magnétique engendré par le courant i_2 et embrassé par les spires des bobines de l'enroulement *1* est maximale pour

$\gamma = 0$, lorsque les axes des bobines sont confondus. Lorsque l'axe de la bobine *2* se déplace par rapport à l'axe de la bobine *1* d'un angle $\gamma = \pi/4$ qui correspond à un déplacement linéaire le long de la périphérie de l'entrefer de $\tau/2$ ou d'un quart de période du champ, le flux encerclant la bobine *1* et l'inductance mutuelle seront nuls.

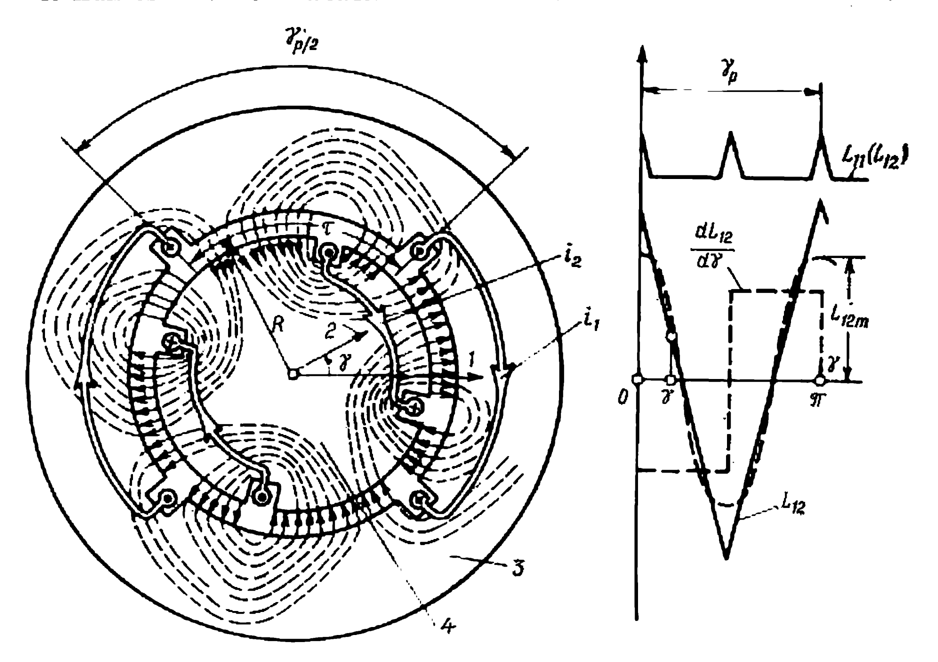


Fig. 20-1. Machine à enroulement hétéropolaire (*1*) au stator et enroulement hétéropolaire (*2*) au rotor ($p_1 = p_2 = 2$).

La période de variation de l'inductance mutuelle correspond à la rotation du rotor de 2τ ou d'un angle de $\gamma_p = \pi$. Dans le cas général où les enroulements produisent un champ à p périodes, à une période de variation de l'inductance mutuelle correspond la rotation du rotor de 2τ ou d'un angle de

$$\gamma_p = \frac{2\pi}{(2\pi R)} 2\tau = \frac{2\pi}{p}. \qquad (20\text{-}1)$$

Si le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω, la période de variation de l'inductance mutuelle dans le temps a pour valeur

$$T = \frac{\gamma_p}{\Omega} = \frac{2\pi}{p\Omega}. \qquad (20\text{-}2)$$

Respectivement, la fréquence f et la pulsation ω de l'inductance mutuelle sont données par les formules suivantes:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{p\Omega}{2\pi}; \qquad (20\text{-}3)$$

$$\omega = 2\pi f = p\Omega. \qquad (20\text{-}4)$$

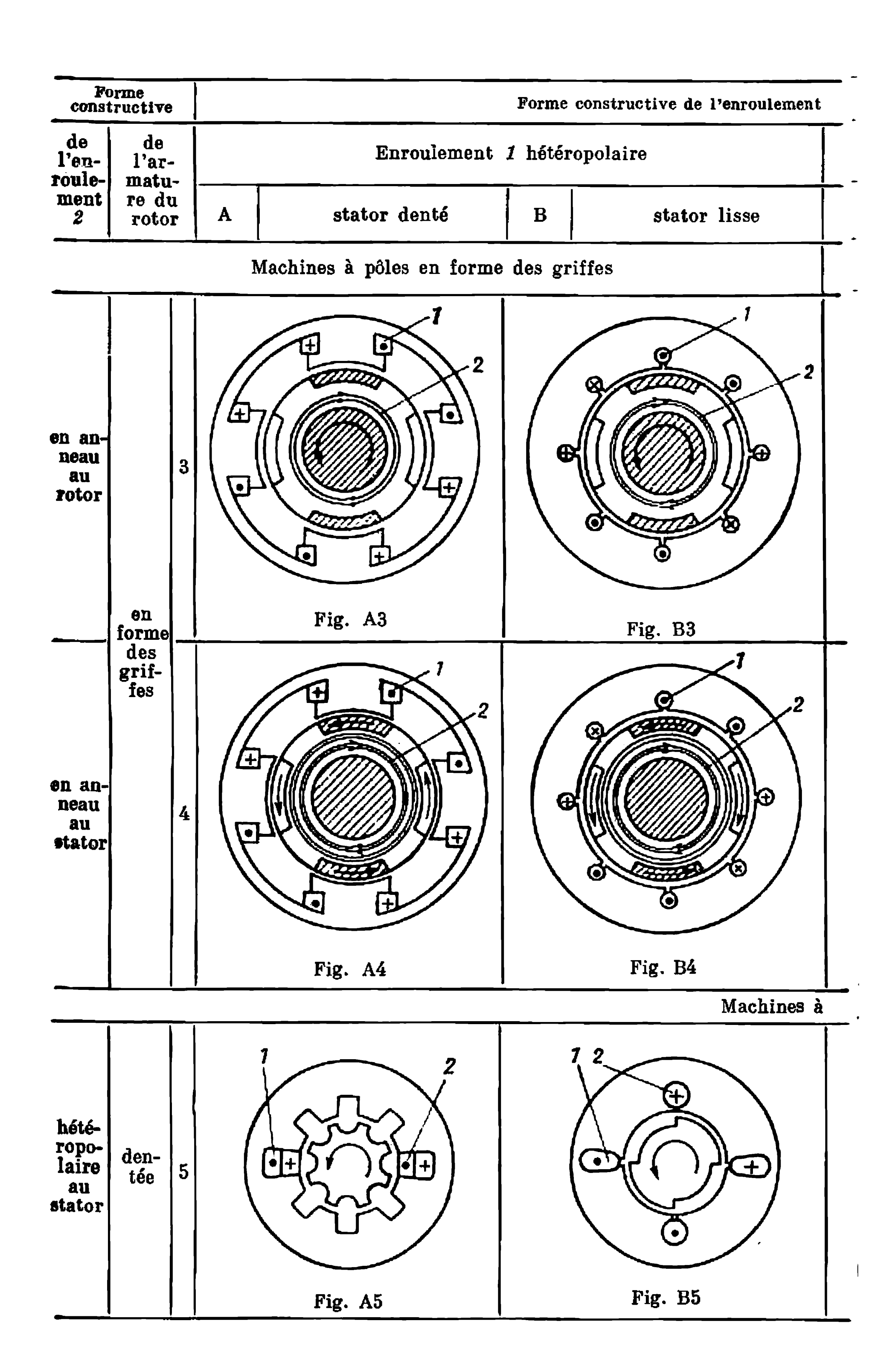
Forme constructive		Forme constructive de l'enroulement			
de l'enroulement *2*	de l'armature du rotor	Enroulement *1* hétéropolaire			
		A	stator denté	B	stator lisse
Machines électriques ordinaires					
hétéropolaire au rotor	dentée 1	Fig. A1		Fig. B1	
	lisse 2	Fig. A2		Fig. B2	

Tableau-20-1

possibles des machines électriques

fixe ? et de l'armature du stator

Enroulement *1* homopolaire			
C	stator denté	D	stator lisse
Machines à fer tournant (version à armature dentée du stator)			
Analogues à C5 mais à balais		La conversion électromécanique de l'énergie est impossible	
Analogues à D5 mais à balais			



Forme constructive			Forme constructive de l'enroulement			
			Enroulement *1* hétéropolaire			
de l'enroulement *2*	de l'armature du rotor		A	stator denté	B	stator lisse
Machines à pôles en forme des griffes						
en anneau au rotor	en forme des griffes	3	Fig. A3		Fig. B3	
en anneau au stator		4	Fig. A4		Fig. B4	
Machines à						
hétéropolaire au stator	dentée	5	Fig. A5		Fig. B5	

fixe *1* et de l'armature du stator

Enroulement *1* homopolaire

C	stator denté	D	stator lisse
Machines à fer tournant à pôles en forme des griffes au rotor et à armature dentée du stator			
Pas d'emploi pratique à cause des caractéristiques médiocres		La conversion électromécanique de l'énergie est impossible	

fer tournant

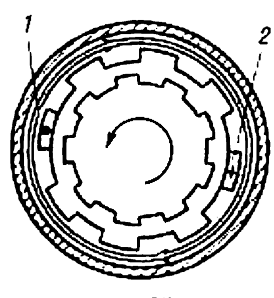


Fig. C5

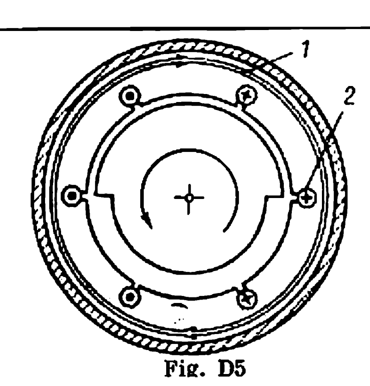


Fig. D5

Forme constructive			Forme constructive de l'enroulement			
de l'enroulement *2*	de l'armature du rotor		Enroulement *1* hétéropolaire			
			A	stator denté	B	stator lisse
hétéropolaire au stator	cylindrique excentrée	6	Pas d'emploi pratique			2 1 Fig. B6
	annulaire flexible	7				1 2 Fig. B7
homopolaire au stator	dentée	8	Ne diffèrent pas de C5		Ne diffèrent pas de D5	

fixe 1 et de l'armature du stator

Enroulement *1* homopolaire			
C	stator denté	D	stator lisse
Pas d'emploi pratique		Fig. D6	
		Fig. D7	
Fig. C8		La conversion électromécanique est impossible	

Forme constructive			Forme constructive de l'enroulement			
de l'enroulement *2*	de l'armature du rotor		Enroulement *1* hétéropolaire			
			A	stator denté	B	stator lisse

Machines à

néant	dentée	9	1 Fig. A	1 Fig. B9
	annulaire flexible	10	Pas d'emploi pratique	1 Fig. B10

Désignations. — 1, 2 : indices des enroulements ; ⊙, ⊕ : sens des

à l'avant de la figure et en sens inverse ; : sens des courants dans les

riau magnétique en coupe ; : sens de rotation du rotor.

fixe *1* et de l'armature du stator

Enroulement *1* homopolaire

C	stator denté	D	stator lisse
réaction			
Fig. C9		La conversion électromécanique est impossible	
Pas d'emploi pratique			

courants dans les enroulements hétéropolaires dirigés respectivement de l'arrière

conducteurs d'un enroulement en anneau ou homopolaire ; ////////: matè-

La forme des courbes d'inductance mutuelle L_{12} et d'inductances propres L_{11} et L_{22} représentées par la figure 20-1 est caractéristique de la modification à armatures magnétiques lisses pour $q = 1$: la demi-onde de L_{12} est de forme triangulaire; les inductances L_{11} et L_{22} sont presque constantes et n'accusent qu'une légère augmentation apparue lorsque les encoches du stator et du rotor sont en regard et qu'on peut négliger. Lorsque le nombre q d'encoches par pôle et par phase augmente, la courbe de L_{12} prend une forme voisine de la sinusoïde, ce qui exerce un effet favorable sur les propriétés de la machine. C'est justement par une augmentation du nombre d'encoches dans lesquelles est logé l'enroulement monophasé sur l'armature lisse du rotor qu'on parvient à donner à la courbe de L_{12} une forme se rapprochant de la sinusoïde dans la machine indiquée sur le tableau 20-1 comme exemple de modification A2.

On peut obtenir une variation pratiquement sinusoïdale de L_{12} aussi pour $q = 1$, si on donne au rotor à pôles saillants une forme telle que la valeur de l'entrefer soit 1,5 à 2,0 fois plus petite dans l'axe de la dent que sur ses bords. Le rotor à pôles saillants de cette construction comportant un enroulement monophasé est utilisé dans les modifications A1 et B1.

La forme constructive que nous venons de considérer est la plus employée dans les machines électriques. C'est précisément de cette façon que sont construites les machines électriques les plus répandues: les machines asynchrones, les machines synchrones, les machines à courant continu et les machines à collecteur en exécution ordinaire (v. plus loin Parties 4, 5 et 6).

Les **machines à pôles en forme de griffes** ne diffèrent des machines ordinaires que par la construction du rotor. Le rotor de ces machines utilise une armature magnétique en forme des griffes et porte un enroulement monophasé en anneau comme l'indique la figure 19-1, *c*. La constitution du stator est la même que dans les machines usuelles: son armature magnétique peut être soit à pôles saillants (dentée) avec un enroulement hétéropolaire concentré, soit à pôles lisses avec un enroulement hétéropolaire réparti.

Le nombre de pôles de l'armature magnétique du rotor en forme des griffes $(2p_2)$ est toujours choisi égal au nombre de pôles $(2p_1)$ de l'enroulement hétéropolaire statorique

$$p_1 = p_2 = p.$$

Bien que dans cette forme constructive, les variations périodiques de l'inductance mutuelle des enroulements soient liées non pas à la variation de la position relative des enroulements mais à la variation de la position relative des pôles en forme des griffes du rotor et de l'enroulement hétéropolaire statorique, l'inductance mutuelle varie ici également de façon alternée et les propriétés de la machine restent les mêmes que celles de la machine utilisant des enroulements hétéropolaires au stator et au rotor. C'est pourquoi les périodes angulaire et temporelle, la fréquence et la pulsation de variation de

l'inductance mutuelle sont données par les mêmes formules que celles valables pour la machine ordinaire (20-1), (20-2), (20-3), (20-4).

Si, dans la machine à pôles en forme des griffes, l'enroulement monophasé en anneau est placé sur le rotor, sa liaison avec le réseau électrique extérieur est assurée (de même que dans la machine à enroulement hétéropolaire) par l'intermédiaire de balais et de bagues (modifications A3, B3 du tableau 20-1). Cependant, la machine à pôles en forme des griffes permet aussi de rendre immobile l'enroulement monophasé en anneau et d'amener le flux magnétique aux systèmes tournants de pôles en forme des griffes au moyen des armatures magnétiques annulaires de construction spéciale dont les parties tournantes sont séparées des parties fixes par un entrefer non magnétique. Dans ce cas, la machine à pôles en forme des griffes rend superflu tout contact frottant et, tout en conservant ses caractéristiques électromagnétiques, elle acquiert une propriété bien précieuse qui est la possibilité de fonctionnement sans balais (modifications A4, B4 du tableau 20-1).

Ainsi, les machines à pôles en forme des griffes peuvent être réalisées suivant l'une des quatre modifications théoriquement possibles (A3, B3, A4, B4) représentées dans le tableau 20-1. Actuellement, dans les générateurs de petite puissance, on utilise surtout les modifications A4 et B4 à enroulement en anneau fixe qui assurent le fonctionnement sans contacts frottants (v. § 63-3).

§ 20-3. Machines à réaction (à un seul enroulement au stator)

Dans la machine utilisant un seul enroulement au stator, la transformation électromécanique de l'énergie s'effectue grâce aux variations périodiques de l'inductance de l'enroulement lors de la rotation du rotor. Pour que ce phénomène puisse avoir lieu, on doit donner une forme particulière à l'armature magnétique du rotor. Comme il a été dit au § 20-1, cette armature doit être soit dentée, soit cylindrique excentrée, soit enfin en anneau flexible. Le plus souvent la *machine à réaction* est construite avec une *armature dentée du rotor*.

La figure 20-2 montre une telle machine utilisant un enroulement monophasé hétéropolaire concentré sur le stator et des armatures du rotor et du stator possédant le même nombre de dents $Z_3 = Z_4 = Z$ (modification A9 du tableau 20-1).

La période angulaire de la denture du rotor $\gamma_{Z_4} = 2\pi/Z_4$ est égale à celle de la denture du stator $\gamma_{Z_3} = 2\pi/Z_3$.

L'examen des courbes représentées sur cette figure montre que pour $Z_3 = Z_4$ on parvient à obtenir des variations suffisamment grandes de l'inductance L_{11}. Pourtant pour éliminer certains phénomènes indésirables qui peuvent se produire lors du fonctionnement de la machine, il est souhaitable que les nombres de dents sur le

stator et sur le rotor satisfassent à la condition

$$Z_4 - Z_3' = \pm 2p_1, \qquad (20\text{-}5)$$

dont le sens sera expliqué plus loin.

Une machine dont la construction répond à la condition (20-5) est représentée par la figure 20-3. Le nombre de dents du rotor est

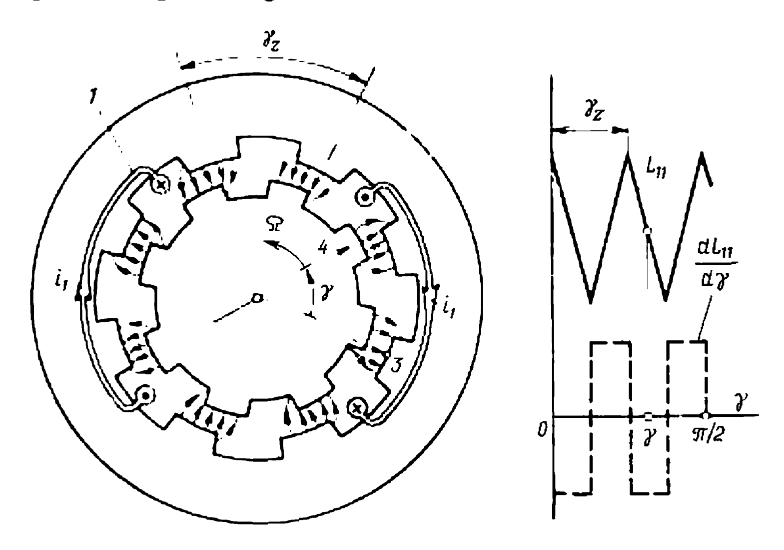


Fig. 20-2. Machine à enroulement hétéropolaire concentré (*1*) au stator ($p_1 = 2$, $q_1 = 1$) et à armatures dentées du stator (*3*) et du rotor (*4*) ayant le même nombre de dents ($Z_3 = Z_4 = 8$).

Z_4. Le stator est à pôles saillants (sur la figure 20-3, le nombre de pôles $2p_1 = 4$). Les bobines de l'enroulement monophasé concentré *1* sont logées dans les encoches de grandes dimensions aménagées entre les pièces polaires et enveloppent ces dernières. Sur la surface des pièces polaires sont disposées les petites dents du rotor déplacées les unes par rapport aux autres de la période de la denture $\gamma_{Z_3} = 2\pi/Z_3'$ où Z_3' est le nombre de périodes de la denture du stator contenu dans la circonférence de l'armature magnétique. Le nombre Z_3' doit satisfaire à la condition (20-5) et, bien entendu, être multiple de $2p_1$, c'est-à-dire que $Z_3' = 2p_1k$ où k est un nombre entier. A cet effet, il faut se donner un nombre de dents du rotor également multiple du nombre de pôles, c'est-à-dire que $Z_4 = 2p_1k$ où k est un nombre entier. Dans le cas considéré on a adopté: $Z_4 = 2\cdot 2\cdot 5 = 20$; $Z_3' = 20 - 2\cdot 2 = 16$.

Pour assurer un fonctionnement normal de la machine il est nécessaire que les pièces polaires occupent environ 2/3 à 3/4 de pas polaire et que les intervalles entre elles soient occupés par les grandes encoches. Il en résulte que sur chacune des pièces polaires il faut

placer un nombre impair de petites dents N_3 qui se situe dans les limites indiquées plus haut:

$$N_3=\left(\frac{2}{3} \text{ à } \frac{3}{4}\right)\frac{Z_3'}{2p}, \tag{20-6}$$

où $Z_3'/2p$ est le nombre de petits pas dentaires par pas polaire. Dans le cas considéré on a adopté

$$N_3=\left(\frac{2}{3} \text{ à } \frac{3}{4}\right)\frac{16}{4}=3.$$

La valeur de l'inductance de l'enroulement statorique $L_{11} = \psi_1/i_1$ dépend de la position relative des dents du stator et du

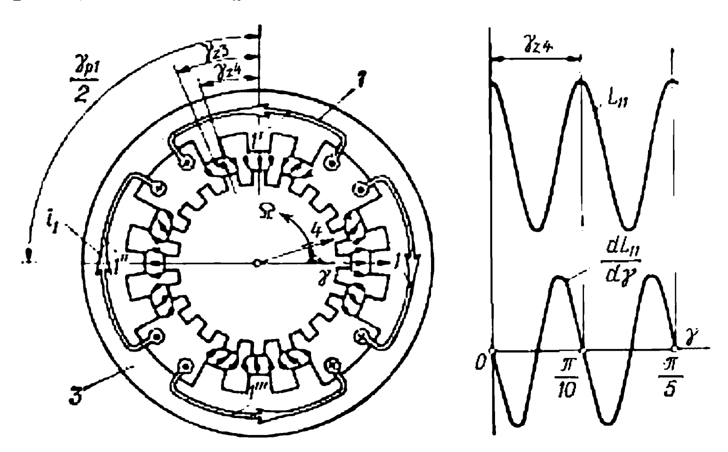


Fig. 20-3. Machine à enroulement hétéropolaire concentré (*1*) au stator ($p_1 = 2$, $q_1 = 1$) et à armatures dentées du stator (*3*) et du rotor (*4*) ayant des nombres différents de dents ($Z_3 = 12$, $Z_3' = 16$, $Z_4 = 20$).

rotor. Pour la machine de la figure 20-2 (pour $Z_3 = Z_4$) elle est maximale lorsque les axes des dents des armatures magnétiques *3* et *4* coïncident, par exemple pour $\gamma = 0$, $\pi/4$, $\pi/2$, . . . et minimale lorsque qu'une dent se trouve en regard d'une encoche, par exemple pour $\gamma = \pi/8$, $3\pi/8$, $5\pi/8$, . . . quand la conductivité magnétique de l'entrefer et le flux embrassé ψ_1 ont leurs valeurs minimales pour une valeur fixe du courant i_1.

Dans la machine de la figure 20-3, l'inductance de l'enroulement est maximale lorsque les dents du rotor sont en regard des dents du stator situées dans les axes des pôles de l'enroulement (*1*, *1'*, *1''*, *1'''*), par exemple pour $\gamma = 0$, $\pi/10$, $\pi/5$, . . . Dans cette position, toutes les petites dents des pièces polaires se trouvent approximativement en regard des dents du rotor et le flux encerclant les spires de l'enroulement est maximal pour une valeur donnée du courant dans ses conducteurs. Au contraire, l'inductance de l'enroulement de cette machine est minimale lorsque les encoches du rotor sont en

regard des dents du stator situées dans les axes des pôles de l'enroulement par exemple pour $\gamma = \pi/20,\ 3\pi/20,\ \ldots$

La période de variation de l'inductance correspond à la rotation du rotor d'un pas dentaire ou d'une période angulaire de la denture $\gamma_Z = \gamma_{Z_4}$ (la période de la structure de l'enroulement lui-même $\gamma_{p_1} = 2\pi/p_1$ et la période de la denture du stator γ_{Z_3} n'ont pas d'effet sur la période de variation de l'inductance). Lorsque le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω, la période de variation de l'inductance dans le temps, sa fréquence et sa pulsation se calculent par les formules

$$T = \frac{\gamma_{Z_4}}{\Omega} = \frac{2\pi}{Z_4\Omega}; \qquad (20\text{-}7)$$

$$f = \frac{Z_4\Omega}{2\pi}; \quad \omega = Z_4\Omega. \qquad (20\text{-}8)$$

En comparant les deux relations (20-8) et (20-3), nous remarquons que pour une même vitesse de rotation la fréquence est Z_4/p fois plus grande dans les machines synchrones à réaction que dans les machines à deux enroulements ordinaires.

La condition (20-5) à laquelle doit être astreint le choix du nombre de dents peut être justifiée de la façon suivante. Pour obtenir des variations considérables de l'inductance de l'enroulement, la position relative des dents du rotor et du stator doit se reproduire sur chaque pôle de l'enroulement (une telle reproduction a lieu par exemple sur la figure 20-3 dans laquelle les dents du rotor coïncident à l'instant donné avec les dents du stator dans les axes de tous les pôles). Supposons que l'une des dents du rotor (par exemple la première) soit en regard d'une dent du stator dans l'axe du pôle *1'*. Alors la dent voisine du rotor sera déplacée par rapport à la dent (ou le centre du pas dentaire) du stator d'un angle de $(\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})$, la dent suivante du rotor sera déplacée par rapport au centre du pas dentaire suivant du stator d'un angle de $2\,(\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})$ et ainsi de suite. Dans ces conditions, la dent du rotor qui se trouve en regard de la dent du stator sur l'axe du pôle voisin *1"* sera séparée de la première par un angle de $\gamma_{p_1}/2$ ou par $\gamma_{p_1}/(2\gamma_{Z_4})$ pas dentaires du rotor. Par rapport à la dent voisine du stator, cette dent du rotor sera déplacée d'un angle de

$$\gamma_{p_1}(\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})/(2\gamma_{Z_4})$$

qui doit être égal à la période angulaire de la denture du stator, c'est-à-dire

$$\gamma_{p_1}(\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})/2\gamma_{Z_3} = \pm\,\gamma_{Z_3}.$$

En se rappelant que $\gamma_{p_1} = 2\pi/p_1$ on en déduit la condition (20-5).

Si on utilise sur le stator un enroulement réparti *1* (fig. 20-4) dans lequel les conducteurs parcourus par des courants de même sens sont logés sur chaque pôle dans plusieurs (q) encoches (sur la

figure 20-4, $q = 3$), l'armature magnétique *3* du stator ne doit pas être nécessairement dentée (modification B9 du tableau 20-1). Dans la modification à enroulement réparti, l'effet de variation de l'inductance de l'enroulement est obtenu uniquement du fait de la

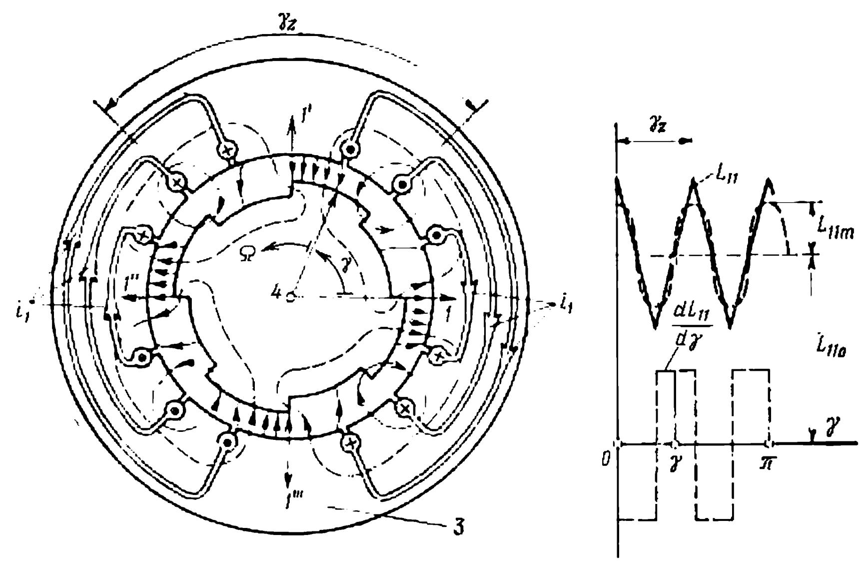


Fig. 20-4. Machine à enroulement hétéropolaire réparti (*1*) au stator ($p_1 = 2$, $q_1 = 3$) et à armature dentée (à pôles saillants) (*4*) du rotor ($Z_4 = 2p_1 = 4$).

denture de l'armature magnétique *4* qui ne porte aucun enroulement. Les encoches de l'armature magnétique *3* qui renferment l'enroulement peuvent être réalisées avec une faible ouverture. Dans un tel cas, on peut négliger sa denture et considérer l'armature magnétique *3* comme lisse.

La plus grande variation de l'inductance peut être obtenue dans le cas où le nombre Z_4 de dents du rotor est égal au nombre de pôles de l'enroulement *1* (sur la figure 20-4, $2p_1 = 4$ et $Z_4 = 4$). La machine d'une telle construction peut être considérée comme un cas particulier de la machine dont le nombre de dents satisfait à la condition (20-5), son rotor étant lisse, lorsque $Z_3 = 0$, et la condition (20-5) s'exprime par $Z_4 = 2p_1$.

Dans cette machine, les zones de conductivité maximale se situent en regard des dents du rotor, et les zones de conductivité minimale en regard des encoches du rotor. L'armature magnétique du rotor d'une telle machine présentant $Z_4 = 2p_1$ dents est dite *à pôles saillants*. La période, la fréquence et la pulsation de variation de l'inductance sont données par les formules (20-7) et (20-8).

Dans les machines à réaction à armature magnétique dentée, on peut utiliser non seulement un enroulement hétéropolaire, mais aussi un enroulement monophasé homopolaire (modification C9

du tableau 20-1). Dans cette forme constructive, pour obtenir des variations périodiques de l'inductance de l'enroulement homopolaire, les armatures magnétiques du rotor et du stator doivent être obligatoirement dentées et le meilleur effet est obtenu lorsque les nombres de leurs dents sont égaux $Z_3 = Z_4$.

D'après ses propriétés, une telle machine est tout à fait analogue à une machine monophasée utilisant un enroulement hétéropolaire avec $Z_3 = Z_4$. La période, la fréquence et la pulsation de variation de l'inductance de l'enroulement homopolaire se calculent par les formules (20-7) et (20-8).

Les machines à réaction à rotor denté sont représentées dans la pratique par des machines synchrones de petite puissance (v. § 63-2). Leurs avantages sont l'extrême simplicité de construction et l'absence de contacts frottants.

Comme cela a été dit au § 20-1, les variations de l'inductance d'une machine à réaction à rotor cylindrique excentré se produisent exactement de la même manière que dans une machine à rotor denté présentant une seule dent ($Z_4 = 1$). Ayant en vue cette analogie et en se reportant aux conditions de réalisabilité des machines à réaction à rotor denté, on en arrive à cette conclusion formelle qu'avec $Z_4 = 1$ et $Z_3 = Z_4 = 1$ on peut réaliser la modification A9 d'après la figure 20-2 à rotor cylindrique excentré. Pourtant, toute une série d'inconvénients que présente cette modification la privent de toute importance pratique.

Au contraire pour une machine à rotor annulaire flexible la réalisation du type à réaction suivant la modification B10 (tableau 20-1) est la plus préférable. Sous l'effet de l'attraction exercée par le champ magnétique de l'enroulement hétéropolaire (*1*) réparti dans les encoches du stator lisse ($Z_3 = 0$) le rotor annulaire flexible prend une forme dentée à passages progressifs des « saillies-dents » aux « creux-encoches ». Le nombre de « dents » (Z_4) d'un tel rotor est égal à deux fois le nombre de périodes (p_1) du champ de l'enroulement et satisfait à la condition (20-5) de réalisabilité d'une machine à réaction à stator lisse ($Z_3' = Z_3 = 0$) et à nombre de dents sur le rotor $Z_4 = 2p_1$.

§ 20-4. Machines à fer tournant (à deux enroulements statoriques)

Dans cette forme constructive, la transformation électromécanique de l'énergie se produit par suite des variations périodiques de l'inductance mutuelle des enroulements statoriques lors de la rotation du rotor. De même que dans la machine à réaction, l'armature magnétique du rotor de cette machine doit être soit dentée, soit cylindrique excentrée, soit annulaire flexible.

Les plus répandues sont les machines *à fer tournant à rotor denté*. Les enroulements statoriques dans cette forme constructive de la machine à fer tournant peuvent être soit hétéropolaires avec le nombre de périodes égal ($p_1 = p_2$) ou différent ($p_1 \neq p_2$), soit homo-

polaires. Il est également possible que l'un des enroulements soit hétéropolaire et l'autre homopolaire. L'armature magnétique du stator peut être dentée ou lisse. Ainsi l'exécution à armature magnétique dentée comprend cinq modifications: A5, B5, C5, D5, C8 représentées dans le tableau 20-1. La période de variation de l'in-

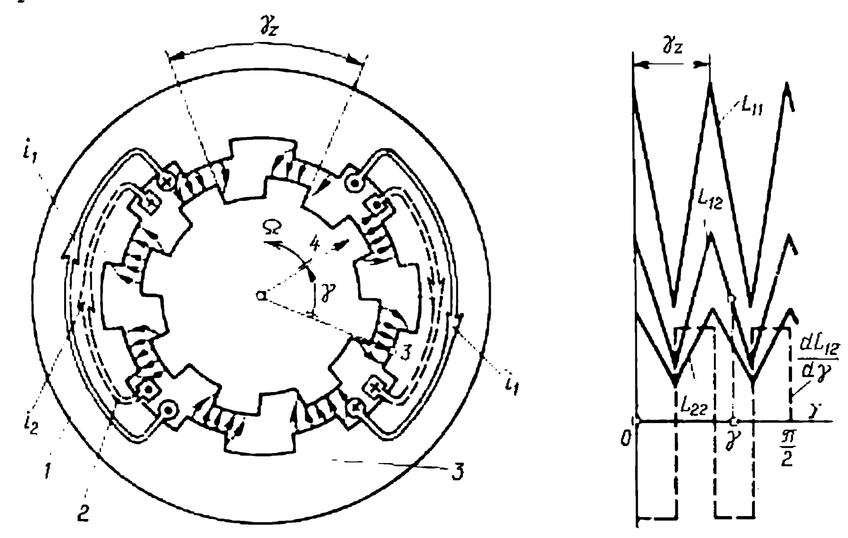


Fig. 20-5. Machine à deux enroulements hétéropolaires (*1* et *2*) au stator ($p_1 = p_2 = 4$) et à armatures dentées (*3* et *4*) du stator et du rotor ayant le même nombre de dents ($Z_3 = Z_4 = 8$).

ductance mutuelle correspond à la rotation du rotor *4* (fig. 20-5) d'un pas polaire t_{Z_4} ou d'une période angulaire de la denture $\gamma_{Z_4} = \gamma_Z$.

Lorsque le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω, la période de variation de l'inductance mutuelle dans le temps, la fréquence et la pulsation de l'inductance mutuelle se calculent par les formules (20-7) et (20-8) si l'on admet que Z est égal au nombre de dents de l'armature magnétique *4* : $Z = Z_4$. Suivant le procédé utilisé pour obtenir une variation de l'inductance mutuelle entre les enroulements, on distingue cinq versions d'exécution de la machine à fer tournant à rotor denté (a, b, c, d, e) qui sont décrites ci-dessous.

a) *La variation de l'inductance mutuelle des enroulements est obtenue grâce au déplacement de l'armature magnétique dentée du rotor par rapport à l'armature magnétique du stator ayant le même nombre de dents* (modifications A5, C8 du tableau 20-1). Dans la version à deux enroulements hétéropolaires (A5, fig. 20-5), l'inductance mutuelle entre les enroulements est de signe constant quelle que soit la position du rotor par rapport au stator. Lorsque le rotor tourne, elle oscille autour de la valeur moyenne en passant par son maximum à l'instant où les axes des dents du rotor coïncident avec les axes

des dents du stator et par son minimum à l'instant où les axes des dents du stator coïncident avec les axes des encoches du rotor (et en même temps les axes des dents du rotor coïncident avec les axes des encoches du stator).

Les nombres de dents

$$Z = Z_3 = Z_4 \tag{20-9}$$

sont choisis en partant de la fréquence désirée de variation de l'inductance mutuelle donnée par (20-8).

Le même effet de variation de l'inductance mutuelle peut être obtenu pour $Z_3 = Z_4$ dans la modification C8 (tableau 20-1) à deux enroulements homopolaires. D'après ses propriétés, la modification C8 est équivalente à la modification A5 à enroulements monophasés pour $p_1 = p_2$.

b) *La variation de l'inductance mutuelle des deux enroulements homopolaires du stator est obtenue par le déplacement d'un rotor denté par rapport à un stator relativement lisse* (modification B3 du tableau 20-1). Dans cette version, la denture du stator ne joue pas de rôle important. Pour obtenir l'effet désiré (amplitude aussi grande que possible de variation de l'inductance mutuelle), les nombres de pôles des enroulements (p_1 et p_2) et le nombre de dents Z_4 doivent être choisis spécialement en partant de la condition

$$Z_4 = p_2 \pm p_1. \tag{20-10}$$

Par exemple, pour la machine de la figure 20-6 utilisant un enroulement *1* à une période ($p_1 = 1$) et un enroulement *2* à deux périodes ($p_2 = 2$), la condition (20-10) est réalisée si le rotor a trois dents ($Z_4 = p_1 + p_2 = 1 + 2 = 3$).

Dans une telle machine, la conductivité magnétique sera maximale dans les zones R_1, R_2, R_3 situées en regard des dents du rotor. Il n'est pas difficile de vérifier que l'inductance mutuelle des enroulements statoriques dépend de la position des zones R_1, R_2, R_3 par rapport aux axes de ces enroulements.

Dans la position du rotor indiquée sur la figure (l'angle γ que font l'axe de l'enroulement *1* et l'axe des dents du rotor *4* est égal à $\pi/6$), l'induction mutuelle L_{12} a sa valeur maximale positive (le flux magnétique dû au courant i_2 représenté sur la figure, embrassé par les bobines de l'enroulement *1* a sa valeur maximale positive). Si on fait tourner le rotor d'un angle $\pi/3$, les dents prendront la place des encoches et, comme il est facile de l'établir, le flux encerclé et l'induction mutuelle changeront de signe et prendront la valeur maximale négative égale au maximum positif. Pour des valeurs données des nombres de périodes $p_1 = 1$ et $p_2 = 2$, la valeur moyenne de l'induction mutuelle est nulle. Elle sera aussi nulle lorsque la condition p_2/p_1 est un nombre pair est réalisée, c'est-à-dire avec des enroulements tels que leur inductance mutuelle est nulle si les armatures magnétiques sont lisses. Si p_2/p_1 est un nombre impair, l'in-

ductance mutuelle moyenne est différente de zéro: l'inductance mutuelle oscille autour de sa valeur moyenne.

Le nombre Z_4 de dents du rotor se détermine de façon univoque à partir de la pulsation et de la vitesse angulaire données. Le nombre Z_4 est généralement assez grand, de sorte que pour satisfaire à la

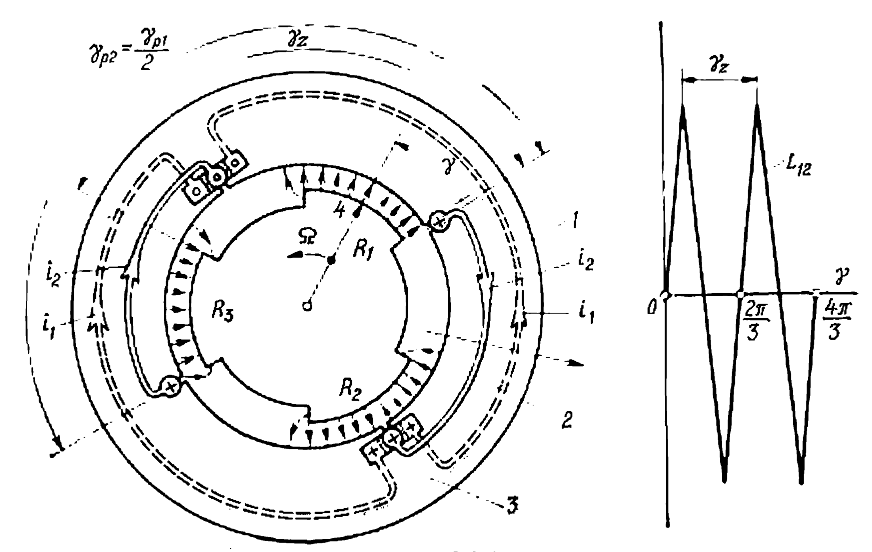


Fig. 20-6. Machine à deux enroulements hétéropolaires (*1* et *2*) au stator ayant des nombres différents de périodes ($p_1 = 1$, $p_2 = 2$) et à armature lisse (*3*) du stator et armature dentée (*4*) du rotor ($Z_4 = p_1 + p_2 = 1 + 2 = 3$).

condition (20-10) on est amené à se donner un nombre modéré de périodes de l'enroulement *1* ($p_1 = 1, 2, 3$) et à réaliser l'enroulement *2* avec un grand nombre de périodes voisin du nombre de dents du rotor: $p_2 = Z_4 - p_1$. Ceci fait naître certaines difficultés dans la réalisation de l'enroulement *2* et, lorsque les nombres Z_4 sont très grands, oblige d'avoir recours à l'exécution suivante (v. c) plus loin) au lieu de l'exécution que nous considérons. Les enroulements *1* et *2* sont logés dans des encoches de forme telle que leur influence sur la conductivité de l'entrefer peut être négligée. Pour $Z_4 = 2p_1$, les nombres de périodes des enroulements sont égaux: $p_2 = Z_4 - p_1 = 2p_1 - p_1 = p_1$. Pourtant pour obtenir dans ce cas une variation de l'inductance mutuelle, il faut que l'un des enroulements soit réparti ou que les axes des enroulements concentrés soient déplacés d'un quart de période comme il est indiqué dans la coupe de la machine réalisée suivant la modification B5.

c) *La variation de l'inductance mutuelle des deux enroulements hétéropolaires statoriques est obtenue par variation de la position relative des armatures magnétiques dentées du stator et du rotor présentant un nombre différent de dents* (modification A5 du tableau 20-1). En cette version, les nombres de dents sur le stator et sur le rotor doivent

être choisis de façon telle que le nombre de zones de conductivité élevée qui se forment sur la périphérie de l'entrefer soit le même que dans la machine à stator lisse réalisée suivant b) (fig. 20-6), c'est-à-dire $p_2 \pm p_1$ zones (pour $p_1=1$ et $p_2=2$ le nombre de zones est $2 \pm 1 = 3$ ou 1).

Pour constituer un tel nombre de zones de conductivité élevée il faut que les nombres de dents du stator et du rotor diffèrent de

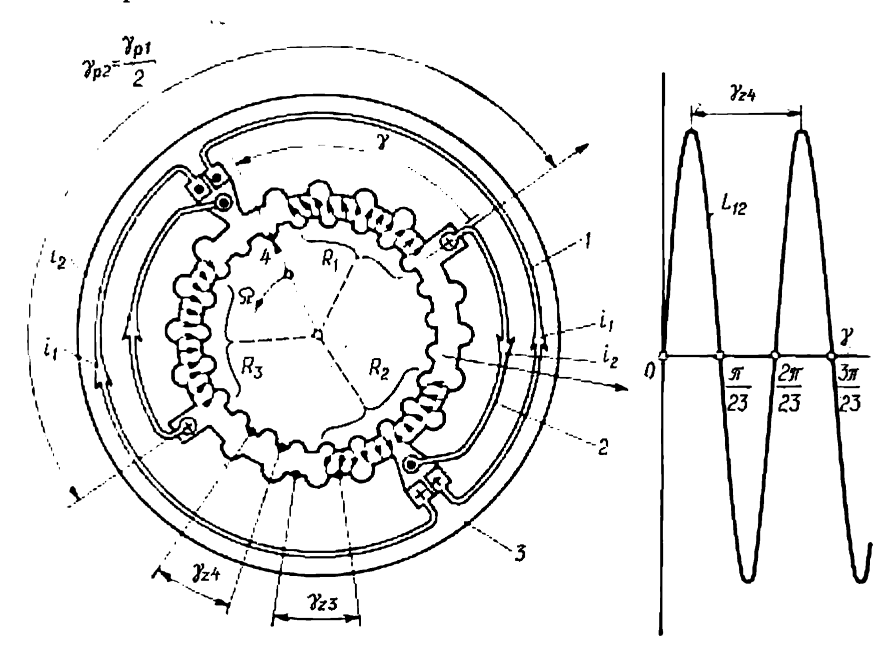


Fig. 20-7. Machine à deux enroulements hétéropolaires (*1* et *2*) au stator ayant des nombres différents de périodes ($p_1 = 1$, $p_2 = 2$) et à armatures dentées du stator (*3*) et du rotor (*4*) ayant des nombres différents de dents ($Z_3 = 20$, $Z_4 = Z_3 + p_1 + p_2 = 20 + 1 + 2 = 23$).

($p_2 \pm p_1$), c'est-à-dire que

$$Z_4 - Z_3 = p_2 \pm p_1. \qquad (20\text{-}11)$$

En effet, au centre d'une zone de conductivité élevée, par exemple de la zone R_1 de la figure 20-7, la dent du rotor se situe en regard de la dent du stator (ou une encoche du rotor en regard d'une encoche du stator). La dent voisine du rotor est déplacée par rapport à la dent voisine du stator d'un angle $(\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})$, la dent suivante du rotor est déplacée par rapport à la dent suivante du stator d'un angle $2\,(\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})$, etc. Pour arriver au centre de la zone voisine de conductivité élevée, par exemple de la zone R_2, il faut se déplacer d'un angle $2\pi/(p_2 \pm p_1)$ ou de $Z_4/(p_2 \pm p_1)$ dents du rotor. Vu qu'au centre de la zone R_2 une dent du rotor doit se trouver de nouveau

en regard d'une dent du stator, le déplacement de cette dent du rotor par rapport à la dent du stator

$$\frac{Z_4}{(p_2 \pm p_1)} (\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4})$$

doit être égal à la période angulaire de la denture γ_{Z_3} du stator, c'est-à-dire que

$$\frac{Z_4}{(p_2 \pm p_1)} (\gamma_{Z_3} - \gamma_{Z_4}) = \gamma_{Z_3},$$

d'où il résulte que les nombres de dents du stator et du rotor doivent satisfaire à la condition (20-11).

De plus, pour pouvoir réaliser les enroulements *1* et *2* suivant les schémas symétriques, il faut que $Z_3 = 2p_2$ (un nombre entier si $p_2 \geqslant p_1$).

La figure 20-7 représente à titre d'exemple une machine avec les mêmes $p_2 = 2$ et $p_1 = 1$ que dans la machine de la figure 20-6. En partant de la valeur désirée de la fréquence, on obtient $Z_3 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$ et $Z_4 = 20 + 2 + 1 = 23$.

La variation de l'inductance mutuelle L_{12} en fonction de l'angle de rotation du rotor est ici qualitativement la même que dans la machine de la figure 20-6. Pourtant la variation de l'inductance mutuelle est maintenant presque sinusoïdale et la période angulaire de variation est égale à la période angulaire de la denture γ_{Z_4} du rotor. Remarquons que lorsque le rotor se déplace d'un pas dentaire ou d'un angle γ_{Z_4}, les axes des zones de conductivité élevée tournent d'un angle $2\pi/(p_2 \pm p_1)$ et les zones reprennent la position de départ (la zone R_1 prend la place de la zone R_2, et ainsi de suite). Ainsi, la vitesse de rotation d'une zone de conductivité élevée est

$$\frac{2\pi}{\gamma_{Z_4} (p_2 \pm p_1)} = \frac{Z_4}{(p_2 \pm p_1)}$$

fois supérieure à celle du rotor.

Pour déterminer la période temporelle et la fréquence de variation de l'inductance on peut se servir des formules (20-7) et (20-8).

d) *La variation de l'inductance mutuelle entre un enroulement hétéropolaire et un enroulement homopolaire est obtenue par déplacement d'un rotor denté par rapport à un stator lisse* (modification D5 du tableau 20-1). Comme on le voit sur la figure 20-8, l'enroulement hétéropolaire est logé dans les encoches du stator (sur la figure, $p_2 = 2$). L'enroulement homopolaire *1* réalisé en forme d'anneau enveloppe l'arbre du rotor. La figure montre les sens positifs des courants dans les enroulements et le champ magnétique produit par le courant i_2.

Si le stator et le rotor étaient lisses, le champ magnétique de l'enroulement *2* serait périodique (comme sur la figure 20-1). Ses lignes se fermeraient le long des culasses en embrassant le courant i_2 circulant dans les encoches et n'entouraient pas l'enroulement *1*.

Pour obtenir une amplitude aussi grande que possible de l'inductance mutuelle L_{12} des enroulements *1* et *2*, le rotor est rendu denté et le nombre de ses dents est pris égal au nombre de périodes de l'enroulement *2*

$$Z_4 = p_2. \qquad (20\text{-}12)$$

Par exemple, pour la machine de la figure 20-8 ($p_2 = 2$), la condition (20-12) est réalisée pour $Z_4 = 2$. Dans la position du rotor

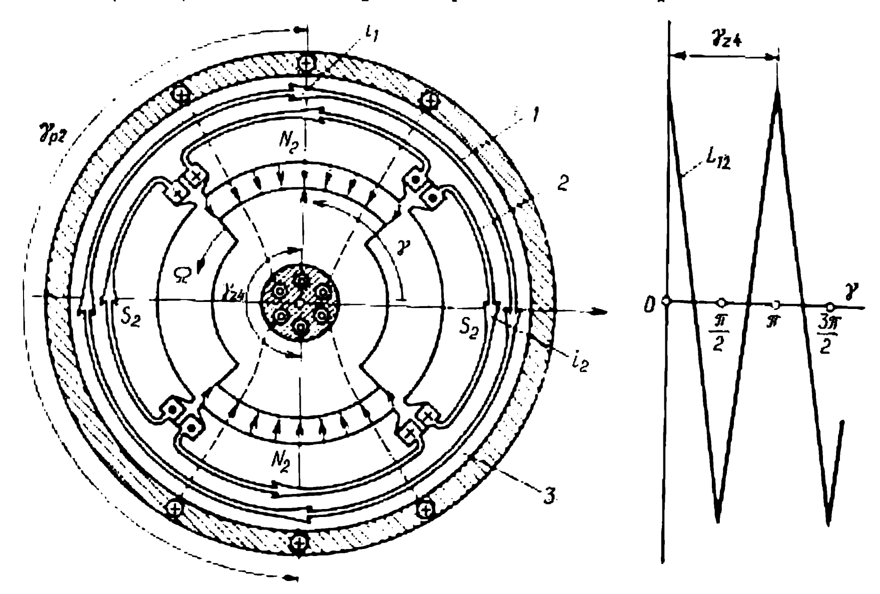


Fig. 20-8. Machine à enroulement hétéropolaire (*2*) et enroulement homopolaire (*1*) au stator et à armature lisse (*3*) du stator et armature dentée (*4*) du rotor ($Z_4 = p_2 = 2$).

indiquée sur la figure (l'angle entre l'axe d'un pôle sud de l'enroulement *2* et l'axe d'une dent du rotor est $\gamma = \gamma_{Z_4}/2 = \pi/2$), l'induction mutuelle L_{12} des enroulements *1* et *2* a sa valeur maximale négative. Dans cette position, les zones de conductivité maximale de l'entrefer qui coïncident avec les dents du rotor se situent en regard des pôles nord de l'enroulement *2*. Au contraire, en regard des pôles sud se disposent les zones de conductivité magnétique minimale, ce qui explique pourquoi le champ magnétique périodique dont les lignes se ferment le long des culasses et à travers les entrefers, en embrassant les courants dans les encoches, est peu intense.

En même temps, le champ unipolaire qui se ferme autour des parties frontales des bobines des pôles nord de l'enroulement *2* à travers les zones de conductivité maximale de l'entrefer, en travers les culasses par l'arbre, les paliers flasques et le bâti (fig. 19-1, *d*) dont les lignes sont tracées en traits interrompus sur la figure 20-8, est bien intense. Comme on le voit, les lignes de ce champ unipolaire

embrassent les spires de l'enroulement homopolaire *1* en produisant un flux encerclé de valeur négative. Si on fait tourner le rotor d'un angle $\gamma_{Z_4}/2 = \pi/2$, les axes des dents du rotor coïncideront avec les axes des pôles sud de l'enroulement *2*. Les zones de conductivité maximale se placent en regard des pôles S_2 de l'enroulement *2* et

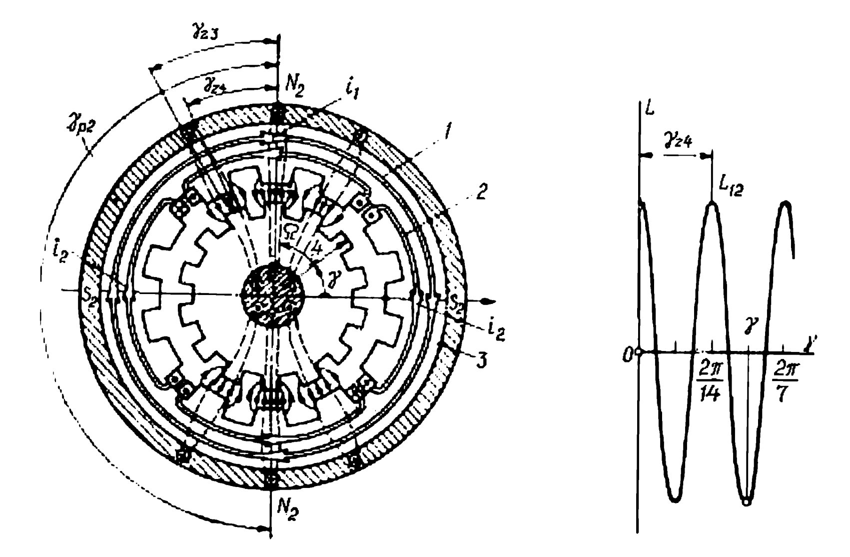


Fig. 20-9. Machine à enroulement hétéropolaire (*2*) et enroulement homopolaire (*1*) au stator et à armatures dentées du stator (*3*) et du rotor (*4*) ayant des nombres différents de dents ($Z_3 = 12$, $Z_4 = Z_3 + p_2 = 12 + 2 = 14$).

font naître un champ unipolaire dont le flux encerclant les spires de l'enroulement *1* est positif. Il convient de remarquer que sur la figure 20-8 les nombres Z_4 de dents du rotor et le nombre de périodes de l'enroulement p_2 ne sont choisis petits que par le souci de simplifier la représentation. Dans les machines qu'on rencontre en pratique, le rapport entre la fréquence donnée f et la vitesse angulaire Ω est généralement tel que $Z_4 = p_2$ doivent toujours être grands. Comme il a été dit précédemment, la réalisation de l'enroulement *2* avec un grand nombre de périodes présente des difficultés et lorsque les nombres $Z_4 = p_2$ sont très grands, on est contraint d'utiliser au lieu de l'exécution considérée l'exécution suivant e).

e) *La variation de l'inductance mutuelle entre un enroulement hétéropolaire et un enroulement homopolaire est obtenue par variation de la position relative des armatures magnétiques dentées du stator et du rotor présentant un nombre différent de dents* (modification C5 du tableau 20-1).

Comme on le voit sur la figure 20-9, cette forme constructive ne diffère de celle de d) que par le stator denté. Pour que l'amplitude des oscillations de l'inductance mutuelle L_{12} soit aussi grande que

possible, les nombres de dents du stator et du rotor (Z_3 et Z_4) doivent être choisis de telle sorte que le nombre de zones de conductivité élevée qui se forment sur la périphérie de l'entrefer soit égal à p_2, comme dans la machine de la figure 20-8. Plus haut (v. c)) il a été établi que le nombre de zones de conductivité élevée dans la machine à rotor et stator dentés est égal à la différence des nombres de dents du stator et du rotor. Aussi, dans le cas considéré, le choix des nombres Z_3 et Z_4 doit-il satisfaire à la condition

$$Z_4 - Z_3 = p_2. \qquad (20\text{-}13)$$

Par exemple, pour la machine de la figure 20-9, dont l'enroulement *2* est à deux périodes ($p_2 = 2$) et le stator *3* possède $Z_3 = 12$ dents, la condition (20-13) est réalisée pour $Z_4 = Z_3 + p_2 = 12 + 2 = 14$. Dans la position du rotor indiquée sur la figure (l'angle entre l'axe de la dent du stator et l'axe de la dent du rotor $\gamma = 3\gamma_{Z_4}/2 = 3\pi/14$), l'inductance mutuelle L_{12} des enroulements *1* et *2* prend sa valeur maximale négative. Dans cette position, les zones de conductivité maximale de l'entrefer, dans lesquelles les dents du stator se trouvent approximativement en regard des dents du rotor, se placent en face des pôles nord N_2 de l'enroulement *2*. Au contraire, les zones de conductivité magnétique minimale de l'entrefer se disposent en face des pôles sud. Si l'on fait tourner le rotor d'un angle $\gamma_{Z_4}/2 = \pi/14$, les axes des dents du rotor coïncideront avec les axes des dents du stator sur les axes des pôles sud. Les zones de conductivité maximale se trouveront en regard des pôles sud S_2 de l'enroulement *2* et feront naître un champ unipolaire dont le flux encerclant l'enroulement *1* a une valeur positive.

La version à rotor denté est assez souvent utilisée dans les machines électriques spéciales. Son avantage réside en ce qu'elle permet d'obtenir des fréquences relativement élevées de variation des inductances propres ou mutuelles à des vitesses de rotation relativement basses et, de plus, les circuits d'alimentation des enroulements ne comportent pas de contacts frottants, ce qui vaut aux machines réalisées suivant cette version le nom de machines « sans balais ».

Lorsque de telles machines fonctionnent en générateur, elles permettent d'obtenir des tensions à fréquence élevée pour des valeurs moyennes de la vitesse de rotation du rotor (alternateurs à fer tournant); fonctionnant en moteur, elles assurent des vitesses de rotation beaucoup plus petites que celles des machines utilisant des enroulements au stator et au rotor. Puisque la vitesse de rotation de tels moteurs est réduite par un procédé électromagnétique (sans avoir recours à un démultiplicateur mécanique), on leur donne le nom de *moteurs à démultiplication électromagnétique*.

Les *machines à fer tournant à rotor cylindrique excentré* trouvent des applications sous la forme des *moteurs* dits *à rotor roulant* (v. § 63-5). Comme il a été dit précédemment, d'après son influence sur la variation de l'inductance mutuelle des enroulements, le rotor cylindrique excentré est équivalent à un rotor denté portant une

seule dent ($Z_4 = 1$). En partant de cette équivalence et en se reportant aux conditions de réalisabilité des machines à fer tournant à rotor denté pour $Z_4 = 1$ (20-9), (20-10), (20-11), (20-12), on peut indiquer les formes constructives des enroulements et du stator qui sont applicables en cas d'emploi d'un rotor cylindrique excentré. L'analyse montre que les versions à stator denté réalisées suivant a), c) et e) présentent dans le cas d'un rotor cylindrique excentré avec $Z_4 = 1$ des inconvénients très sérieux et ne peuvent pas être recommandées. Seules les versions à stator lisse b) et d) sont applicables dans ce cas.

Dans l'exécution suivant b) à deux enroulements statoriques hétéropolaires (*1* et *2*) (modification B6 du tableau 20-1), les nombres de périodes de ces enroulements (p_1 et p_2) doivent différer, en vertu de la condition (20-10), d'une unité

$$p_2 - p_1 = Z_4 = 1$$

(dans la modification B6 du tableau 20-1, on a adopté $p_2 = 2$, $p_1 = 1$).

Dans l'exécution suivant d) où l'enroulement statorique *2* est hétéropolaire et l'enroulement statorique *1* est homopolaire (modification D6 du tableau 20-1), l'enroulement hétéropolaire doit avoir conformément à (20-12) une seule période

$$p_2 = Z_4 = 1.$$

Les *machines à fer tournant à rotor annulaire flexible* sont employées sous la forme des *moteurs* dits *à rotor ondulatoire* (v. § 63-5).

Comme cela a été dit plus haut, l'armature magnétique flexible prend sous l'action d'un champ magnétique périodique une forme dentée caractérisée par des passages progressifs des « saillies-dents » aux « creux-encoches ». Le nombre Z_4 de « saillies-dents » d'un tel rotor dépend de la forme du champ magnétique produit par les courants circulant dans les enroulements statoriques. Le nombre minimal de « dents » sur le rotor flexible est égal à 2. Pour que le moteur à rotor flexible ondulatoire puisse effectuer la transformation de l'énergie, le nombre de « dents » qui se forment sous l'effet du champ sur le rotor flexible doit satisfaire à la condition de réalisabilité des machines à deux enroulements statoriques à rotor denté (20-9), (20-10), (20-11), (20-12). L'analyse montre que les formes constructives à stator denté réalisées suivant a), c) et e) ne peuvent pas être recommandées ici non plus. Les seules applicables sont les mêmes deux formes à stator lisse suivant b) et d).

Dans la forme constructive suivant b) à deux enroulements hétéropolaires (*1* et *2*) sur le stator (modification B7 du tableau 20-1), les nombres de périodes de ces enroulements (p_1 et p_2) doivent, conformément à la condition (20-10), différer du nombre de « dents » du rotor flexible, qu'il convient de se donner (en principe, il peut

être un nombre quelconque supérieur ou égal à deux)

$$p_1 - p_2 = Z_4 \geqslant 2$$

(dans la modification B7 du tableau 20-1, on a pris $Z_4 = 2$, $p_2 = 1$, $p_1 = 3$).

On peut s'assurer facilement que le champ magnétique produit par les enroulements *1* et *2* et contenant $(p_1 - p_2)$ zones d'induction élevée fait apparaître sur le rotor flexible $Z_4 = p_1 - p_2$ « sailliesdents » dont le nombre satisfait à la condition (20-10).

Dans la forme constructive réalisée suivant d) à un enroulement hétéropolaire (*2*) et un enroulement homopolaire (*1*) du stator (modification D7 du tableau 20-1), l'enroulement hétéropolaire doit avoir conformément à la condition (20-12) un nombre de périodes égal au nombre de « dents » du rotor flexible qu'il convient de se donner

$$p_2 = Z_4 \geqslant 2$$

(dans la modification D7 du tableau 20-1 on a $Z_4 = 2$, $p_2 = 2$).

Il est aussi aisé de s'assurer ici que le champ magnétique produit par les enroulements *1* et *2* et contenant p_2 zones d'induction élevée fera apparaître sur le rotor $Z_4 = p_2$ « dents » dont le nombre satisfait à la condition (20-12).

§ 20-5. Modifications des exécutions théoriquement possibles des machines électriques

Les modifications des exécutions théoriquement possibles des machines électriques classées suivant le procédé utilisé pour obtenir une variation périodique des inductances sont rassemblées dans le tableau récapitulatif 20-1.

Ce tableau ne contient que des modifications des exécutions des *machines électriques tournantes cylindriques à un ou deux enroulements*, à rotor placé à l'intérieur du stator qui sont les plus répandues. Il présente quatre exécutions connues, théoriquement possibles, des machines électriques : les machines électriques ordinaires, les machines à pôles en forme des griffes, les machines à fer tournant et les machines à réaction.

Ces modifications se distinguent entre elles par le type d'enroulements utilisés (hétéropolaires, homopolaires ou en anneau) et par la forme constructive du stator (lisse ou denté) et du rotor (lisse, denté, en forme des griffes, cylindrique excentré ou flexible).

On suppose que dans chacune des modifications l'enroulement hétéropolaire peut être monophasé ou polyphasé alors que l'enroulement homopolaire ne peut être que monophasé.

Les modifications utilisant un enroulement toroïdal hétéropolaire n'ont pas été incluses dans le tableau. Elles peuvent être obtenues en remplaçant, dans n'importe laquelle des modifications, l'enroulement en tambour hétéropolaire par un enroulement toroïdal qui lui est équivalent au point de vue électromagnétique (v. chap. 19).

Le tableau ne contient non plus ni des modifications en lesquelles seul l'enroulement est animé d'un mouvement de rotation (machines à induit creux, machines à bobinages imprimés, v. § 65-6) ni des modifications en lesquelles le rôle de l'enroulement hétéropolaire en court-circuit parcouru par des courants induits est rempli par des corps conducteurs (machines à rotor creux ou massif, v. §§ 48-4, 48-5). Ces modifications peuvent être obtenues à partir des modifications correspondantes utilisant des enroulements hétéropolaires placés sur un rotor lisse et possèdent des propriétés analogues.

Cette remarque s'applique aussi aux modifications en lesquelles le champ magnétique est produit à l'aide d'aimants permanents (v. §§ 63-6, 65-1). Elles ne figurent pas non plus dans le tableau mais peuvent remplacer des modifications en lesquelles le champ magnétique est excité par des enroulements hétéropolaires ou homopolaires alimentés en courant continu (y compris dans les machines à pôles en forme des griffes).

On n'a pas pu inclure dans le tableau les versions bien nombreuses des machines électriques qui se distinguent par le mode de déplacement et la forme des parties mobiles (machines tournantes à rotor extérieur, machines tournantes à entrefer axial, machines linéaires et autres, v. § 18-1). Dans ces machines on utilise les mêmes formes constructives théoriquement possibles suivant les procédés de variation des inductances que dans les machines tournantes cylindriques à rotor intérieur, les mêmes types d'enroulements (hétéropolaires, homopolaires ou en anneau) et les constructions analogues des armatures magnétiques.

Enfin, le tableau n'indique pas séparément les modifications des machines électriques à convertisseur de fréquence du courant et à convertisseur de vitesse de rotation (machines à commutateur, v. Partie 6; machines à réducteur incorporé, machines à rotor roulant et à rotor flexible ondulatoire, v. § 63-5) parce qu'elles n'ont aucun trait spécifique concernant les procédés de variation des inductances et présentent une combinaison de la machine électrique réalisée suivant l'une des modifications indiquées dans le tableau 20-1 et de tel ou tel convertisseur de fréquence ou de vitesse.

CHAPITRE 21

CONDITIONS DE TRANSFORMATION UNIDIRECTIONNELLE DE L'ÉNERGIE DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 21-1. Machine à un seul enroulement

Le présent chapitre se propose d'étudier les courants qui doivent parcourir les enroulements d'une machine pour qu'elle assure une transformation unidirectionnelle de l'énergie. On y considère les schémas constructifs possibles de la machine qui ont été décrits au § 20-1.

Pour établir les conditions de transformation unidirectionnelle de l'énergie il convient de se reporter à l'équation du couple électromagnétique (18-6) de la machine à un seul ou à deux enroulements. Dans cette équation, l'inductance propre L_{11} d'un enroulement et l'inductance mutuelle L_{12} de deux enroulements sont des fonctions périodiques de l'angle de rotation du rotor ou du temps. Pour obtenir une transformation unidirectionnelle de l'énergie, les courants circulant dans les enroulements doivent varier de façon telle que la valeur moyenne du couple électromagnétique soit non nulle.

Puisque les phénomènes se répètent périodiquement, il suffit de déterminer le couple moyen pendant une période

$$M_0 = \frac{1}{T} \int_0^T M\, dt \qquad (21\text{-}1)$$

et de définir les conditions auxquelles doivent satisfaire les courants pour que l'énergie électrique se transforme en énergie mécanique ($M_0 > 0$) ou inversement, l'énergie mécanique se transforme en énergie électrique ($M_0 < 0$).

Considérons d'abord une machine à un seul enroulement (v. § 20-3). Le couple moteur électromagnétique de la machine à un seul enroulement *1* parcouru par le courant i_1 (v. fig. 20-2 à 20-4) est égal, comme il résulte de (18-6) pour $n = 1$ et $k = 1$, à

$$M = \frac{1}{2}\, i_1^2\, \frac{dL_{11}}{d\gamma}\,. \qquad (21\text{-}2)$$

Quel que soit le mode de réalisation de l'enroulement et qu'il soit logé sur le stator ou sur le rotor, son inductance propre L_{11} varie qualitativement avec la même période angulaire γ_Z et la même période temporelle $T = \frac{2\pi}{p_Z\Omega} = \frac{2\pi}{\omega}$ [v. (20-8)] autour d'une certaine valeur moyenne L_{110}. En utilisant le développement en série de

Fourier que nous arrêterons au premier degré car les termes de degré supérieur sont négligeables, on peut décrire la variation de l'inductance dans le temps par l'équation (fig. 21-1)

$$L_{11} \approx L_{110} + L_{11m} \cos \omega t, \tag{21-3}$$

dans laquelle $\omega = \Omega p_Z = 2\pi/T$ est la pulsation de l'inductance.

La dérivée de l'inductance par rapport à l'angle de rotation du rotor a pour expression

$$\frac{dL_{11}}{d\gamma} = \frac{dL_{11}}{dt}\frac{dt}{d\gamma} = -p_Z L_{11m} \sin \omega t, \tag{21-4}$$

où $\gamma = \Omega t$, $dt/d\gamma = 1/\Omega$.

Comme nous le savons, le courant dans l'enroulement unique d'une machine électrique doit être nécessairement alternatif. Si le courant parcourant cet enroulement est constant (i_1 = constant), on peut s'assurer facilement à l'aide de (21-1) que le couple moyen M_0 est nul.

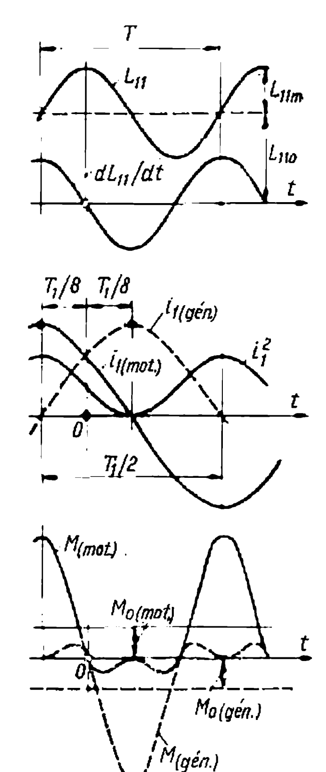


Fig. 21-1. Condition de transformation unidirectionnelle de l'énergie dans une machine à un seul enroulement.

Tenons compte seulement du premier harmonique du courant qui donne la partie principale du couple électromagnétique moyen. Alors, on a

$$i_1 \approx I_{1m} \cos (\omega_1 t + \varphi). \tag{21-5}$$

Proposons-nous maintenant de déterminer la pulsation ω_1 et le déphasage φ pour lesquels on obtient, toutes choses étant égales par ailleurs, la valeur maximale du couple électromagnétique moyen M_0.

La détermination du couple moyen

$$M_0 = -\frac{p_Z I_{1m}^2 L_{11m}}{2T} \int_0^T \cos^2 (\omega_1 t + \varphi) \sin \omega t \, dt$$

se ramène au calcul d'une intégrale. Après quelques transformations trigonométriques de la fonction à intégrer on trouve que

$$\int_0^T \cos^2 (\omega_1 t + \varphi) \sin \omega t \, dt = \frac{1}{2} \int_0^T \sin \omega t \, dt + \frac{1}{2} \int_0^T \cos (2\omega_1 t + 2\varphi) \sin \omega t \, dt.$$

Le premier terme du second membre est nul. Quant au deuxième terme, il peut être représenté sous la forme

$$\frac{1}{4}\int_0^T \sin[(\omega+2\omega_1)t+2\varphi]\,dt+\frac{1}{4}\int_0^T \sin[(\omega-2\omega_1)t-2\varphi]\,dt.$$

Pour une pulsation de courant

$$\omega_1 = \omega/2, \tag{21-6}$$

lorsque la période de courant $T_1 = 2T$ est égale à deux fois la période de l'inductance, alors que la période du carré du courant $T_1/2$ est égale à celle de l'inductance (v. fig. 21-1), le couple électromagnétique moyen a pour valeur

$$M_0 = \frac{p_Z I_{1m}^2 L_{11m}}{8} \sin 2\varphi. \tag{21-7}$$

Si $\varphi = \pi/4$, le couple moyen maximal est obtenu lorsque la machine fonctionne en moteur; si $\varphi = -\pi/4$, le couple moyen maximal est obtenu lorsque la machine fonctionne en générateur. En outre, dans le premier cas la composante périodique du carré du courant est en phase et dans le second cas en opposition de phase avec l'inductance.

Les courbes correspondantes des courants et des couples sont montrées sur la figure 21-1 (à l'angle $\varphi = \pi/4$ correspond une avance de $t = \varphi/\omega_1 = T_1/8$).

Ainsi, on peut affirmer que *pour obtenir une transformation unidirectionnelle de l'énergie, la machine à un seul enroulement doit être alimentée par un courant de pulsation* ω_1 *égale à la moitié de la pulsation de l'inductance*:

$$\omega_1 = \omega/2 = p_Z\Omega/2.$$

Le sens dans lequel s'effectue la transformation de l'énergie dépend du déphasage du courant par rapport à l'inductance: *pour* $\varphi = \pi/4$ *la machine fonctionne en moteur, pour* $\varphi = -\pi/4$ *elle fonctionne en générateur.*

La vitesse angulaire de la machine est proportionnelle à la pulsation du courant parcourant son enroulement

$$\Omega = 2\omega_1/p_Z. \tag{21-8}$$

Une machine électrique est dite *synchrone* si sa vitesse angulaire est proportionnelle à la pulsation du courant dans l'enroulement branché sur le réseau électrique, elle est dite *asynchrone* si sa vitesse angulaire ne satisfait pas à cette condition.

Il résulte de (21-8) que *toutes les machines à courant alternatif à un seul enroulement sont des machines synchrones.*

§ 21-2. Machines à deux enroulements

Le couple moteur électromagnétique d'une machine à deux enroulements est indépendant de la disposition de ces enroulements sur l'armature magnétique et a pour valeur

$$M = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\gamma} + \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\gamma} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\gamma}. \qquad (21\text{-}9)$$

La plus grande partie du couple électromagnétique est liée à la variation de l'inductance mutuelle des enroulements et correspond au premier terme de l'expression (21-9) [1]. On peut donc restreindre notre analyse à ce terme de (21-9).

De même que dans le cas précédent, pour la détermination du couple moteur on peut tenir compte seulement de la composante périodique de l'inductance mutuelle ayant la période angulaire γ_p (ou γ_Z) et la période temporelle

$$T = \frac{2\pi}{p_0 \Omega} = \frac{2\pi}{\omega},$$

où $p_0 = p$ est le nombre de périodes des enroulements hétéropolaires au stator et au rotor (20-2) à (20-4);

$p_0 = p_Z = Z$, le nombre de périodes de la denture du rotor d'une machine à deux enroulements au stator (20-8).

Tout comme dans le cas précédent, la variation dans le temps de l'induction mutuelle a pour expression

$$L_{12} = L_{120} + L_{12m} \cos \omega t, \qquad (21\text{-}10)$$

où

$$\omega = \Omega p_0 = 2\pi/T.$$

La dérivée de l'inductance mutuelle par rapport à l'angle de rotation du rotor est

$$\frac{dL_{12}}{d\gamma} = \frac{dL_{12}}{dt} \frac{dt}{d\gamma} = -p_0 L_{12m} \sin \omega t. \qquad (21\text{-}11)$$

Dans le cas général, les enroulements de la machine sont parcourus par des courants alternatifs [2]. En tenant compte seulement des premiers harmoniques qui jouent un rôle prépondérant dans la production du couple électromagnétique moyen, écrivons

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= I_{1m} \cos(\omega_1 t + \varphi_1); \\ i_2 &= I_{2m} \cos(\omega_2 t + \varphi_2). \end{aligned}\right\} \qquad (21\text{-}12)$$

Sur la figure 21-2 on a adopté $\omega_1 = 4\omega$; $\omega_2 = 3\omega$; $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = -\pi/2$.

---

[1]) Les autres composantes du couple moyen peuvent être déterminées de la même façon que dans une machine à un seul enroulement. Comme il en résulte de (21-6), le couple moyen de cette nature peut être différent de zéro pour $\omega_1 = \omega/2$ ou $\omega_2 = \omega/2$. Il aura sa valeur maximale respectivement pour $\varphi_1 = \pm\pi/4$ ou $\varphi_2 = \pm\pi/4$.

[2]) La machine dont l'un des enroulements, par exemple le deuxième, est parcouru par un courant constant, est un cas particulier pour $\omega_2 = 0$ et $i_2 =$ constant.

Proposons-nous maintenant de déterminer les pulsations ω_1 et ω_2 ainsi que les déphasages φ_1 et φ_2 qui assurent, toutes choses étant égales par ailleurs, la plus grande valeur du couple électromagnétique moyen M_0 défini par (21-1).

Le couple moyen a pour expression

$$M_0 = -\frac{p_0 I_{1m} I_{2m} L_{12m}}{T} \int_0^T \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \sin \omega t \, dt.$$

Le produit des cosinus figurant dans l'expression à intégrer peut être représenté sous la forme suivante:

$$\frac{1}{2} \cos[(\omega_1 + \omega_2) t + \varphi_1 + \varphi_2] + \frac{1}{2} \cos[(\omega_1 - \omega_2) t + \varphi_1 - \varphi_2],$$

où le premier terme est de pulsation $\omega_1 + \omega_2$ et le deuxième de pulsation $\omega_1 - \omega_2$.

Si l'une de ces pulsations coïncide avec la pulsation de l'inductance mutuelle ω, c'est-à-dire si

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega \quad \text{ou} \quad \omega_1 - \omega_2 = \omega, \tag{21-13}$$

le couple moyen est différent de zéro. En effet, en remplaçant les produits

$$\frac{1}{2} \cos[(\omega_1 + \omega_2) t + \varphi_1 + \varphi_2] \sin \omega t$$

et

$$\frac{1}{2} \cos[(\omega_1 - \omega_2) t + \varphi_1 - \varphi_2) \sin \omega t$$

par la somme de quatre fonctions trigonométriques, on obtient

$$M_0 = \frac{p_0 I_{1m} I_{2m} L_{12m}}{4T} \int_0^T \sin[(\omega_1 \pm \omega_2 - \omega) t + \varphi_1 \pm \varphi_2] \, dt,$$

d'où, la condition (21-13) étant réalisée,

$$M_0 = \frac{p_0 I_{1m} I_{2m} L_{12m}}{4} \sin(\varphi_1 \pm \varphi_2), \tag{21-14}$$

où le signe + se rapporte au cas de $\omega_1 + \omega_2 = \omega$ et le signe — au cas de $\omega_1 - \omega_2 = \omega$.

Les intégrales des trois autres termes de la somme qui varient avec des pulsations

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega \neq 0;$$

$$\omega_1 - \omega_2 + \omega \neq 0;$$

$$\omega_1 \mp \omega_2 - \omega \neq 0,$$

sont nulles.

Comme il résulte de (21-14), le couple moyen de la machine atteint sa valeur maximale pour $\varphi_1 \pm \varphi_2 = \pi/2$ lorsqu'elle fonctionne en moteur ($M_0 > 0$) et pour $\varphi_1 \pm \varphi_2 = -\pi/2$ lorsqu'elle fonctionne en générateur ($M_0 < 0$).

L'obtention de la transformation unidirectionnelle de l'énergie dans une machine à deux enroulements est illustrée par la figure 21-2. Avec des pulsations et des déphasages des courants adoptés sur cette figure sont réalisées les conditions $\omega_1 - \omega_2 = \omega$ et $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$ qui prédéterminent l'apparition d'un couple non nul.

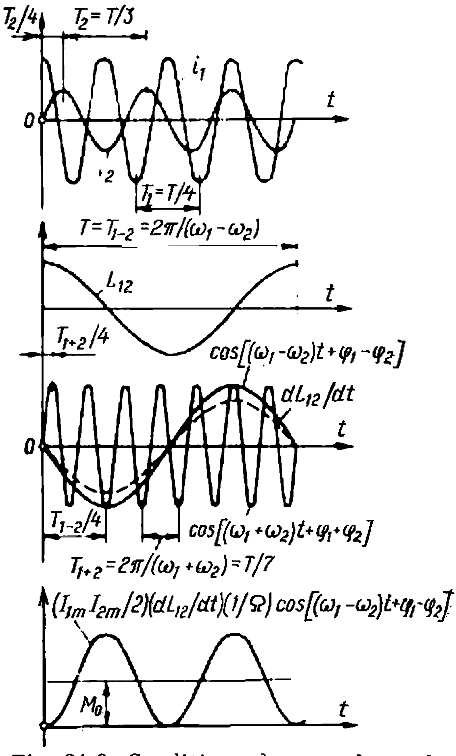


Fig. 21-2. Condition de transformation unidirectionnelle de l'énergie dans une machine à deux enroulements.

Ainsi, *pour assurer une transformation unidirectionnelle de l'énergie dans une machine à courant alternatif à deux enroulements, il est nécessaire que la somme ou la différence des pulsations des courants dans les enroulements soit égale à la pulsation de l'inductance mutuelle des enroulements* ω; *le sens de transformation de l'énergie dépend de la somme ou de la différence des déphasages des courants par rapport à l'inductance mutuelle: pour* $0 < (\varphi_1 \pm \varphi_2) < \pi/2$ *on a la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique, pour* $-\pi/2 < (\varphi_1 \pm \varphi_2) < 0$ *on a la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique.*

Suivant que la vitesse de rotation du rotor de la machine varie ou ne varie pas en fonction du couple extérieur appliqué à l'arbre, on distingue deux types de machines à courant alternatif: les *machines asynchrones* et les *machines synchrones.*

Dans les machines synchrones les deux enroulements sont alimentés par des courants dont les pulsations ω_1 *et* ω_2 *sont rigoureusement fixes.* Dans le cas général, ces machines transforment l'énergie électrique fournie aux deux enroulements. On s'explique ainsi le nom de *machines à double alimentation* qu'on donne parfois aux machines synchrones. *Lorsque les pulsations des courants sont constantes* ($\omega_1 =$ constante et $\omega_2 =$ constante), *il en est de même de la vitesse angulaire du rotor d'une machine synchrone quelle que soit la valeur du couple appli-*

qué à l'arbre de la machine[1])

$$\Omega = \frac{\omega}{p_0} \frac{\omega_1 \pm \omega_2}{p_0} = \text{constante}.$$

Les plus répandues sont les *machines synchrones utilisant un enroulement triphasé hétéropolaire au stator et un enroulement monophasé hétéropolaire au rotor alimenté avec un courant continu.* Toutes les conclusions faites plus haut peuvent être étendues à cette machine si l'on pose $\omega_2 = 0$ et $\varphi_2 = 0$.

Sauf précisions complémentaires, le terme de machine synchrone se rapporte justement à une telle machine.

Dans les machines asynchrones un seul des enroulements, par exemple l'enroulement 1 est alimenté depuis un réseau électrique dont la pulsation ω_1 *est fixe. Le deuxième enroulement 2 est mis en court-circuit ou fermé sur une résistance.* Le courant i_2 prend naissance dans cet enroulement par suite de l'induction électromagnétique sous l'effet de la f.é.m. d'induction mutuelle des enroulements *1* et *2*

$$e_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = \frac{1}{2} i_{1m} L_{12m} (\omega_1 - \omega) \sin [(\omega_1 - \omega) t + \varphi_1] + \\ + \frac{1}{2} i_{1m} L_{12m} (\omega_1 + \omega) \sin [(\omega_1 + \omega) t + \varphi_1],$$

où $\Psi_{12} = i_1 L_{12} = i_{1m} \cos (\omega_1 t + \varphi_1) L_{12m} \cos \omega t$ est le flux d'induction mutuelle embrassé.

La pulsation $\omega_2 = \omega_1 - \omega$ du courant i_2 est fonction de la vitesse angulaire du rotor ($\omega_2 = \omega_1 - \Omega p_0$) et satisfait à la condition de transformation unidirectionnelle de l'énergie (21-13).

Les machines asynchrones les plus répandues sont des *machines comportant un enroulement triphasé hétéropolaire au stator, alimenté depuis un réseau à courant alternatif et un enroulement triphasé (ou monophasé)* hétéropolaire en court-circuit au rotor.

Sauf précisions complémentaires, le terme de machine asynchrone se rapporte justement à une telle machine.

---

[1]) Une variation de la charge sur l'arbre ne produit qu'une variation de l'amplitude et des phases des courants i_1 et i_2.

CHAPITRE 22

SCHÉMAS DES ENROULEMENTS DES MACHINES À COURANTS ALTERNATIFS

§ 22-1. Remarques préliminaires

Nous nous bornerons à l'examen des enroulements en tambour hétéropolaires qui sont les plus utilisés dans les machines électriques.

Les bobines des enroulements de ce type sont généralement logées dans les encoches du stator ou du rotor.

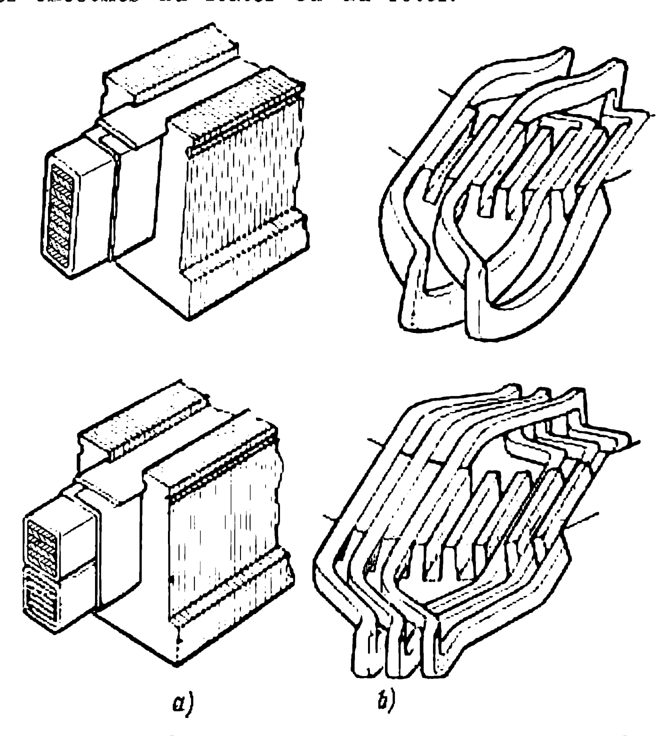


Fig. 22-1. Enroulements à une couche (*a*) et à deux couches (*b*).

Le principe de constitution des enroulements hétéropolaires à une seule couche (fig. 22-1, *a*) et à deux couches (fig. 22-1, *b*) a été expliqué au § 19-2. Dans le même paragraphe a été montré le procédé de formation d'un enroulement polyphasé à une seule couche sous sa forme la plus simple. Aussi, dans ce qui suit, n'examinons-nous

que des enroulements polyphasés à deux couches ayant un nombre de phases $m \geqslant 1$, qui sont le plus fréquemment utilisés dans les machines à courants alternatifs.

§ 22-2. Structure d'un enroulement polyphasé à deux couches

Un enroulement polyphasé à m phases est destiné à être relié à un réseau polyphasé équilibré à courant alternatif. Les enroulements peuvent être couplés en étoile à plusieurs branches ou en polygone (dans un système triphasé en Y et Δ des figures 22-2, *a* et *b*).

Fig. 22-2. Couplages d'un enroulement polyphasé (triphasé) en étoile (*a*) et en polygone (triangle) (*b*).

Pour obtenir un système équilibré de courants dans les phases $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$ il est nécessaire que les enroulements de toutes les phases présentent des inductances identiques. Cette condition est réalisée si les axes des enroulements de phases sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un angle égal à la m-ième partie de la période angulaire du champ

$$\frac{\gamma_p}{m}=\frac{2\pi}{pm}\ ^{1)}.$$

La figure 22-3 montre l'armature magnétique d'une machine électrique utilisant un enroulement triphasé ($m = 3$) à deux couches. Chaque phase de l'enroulement comporte plusieurs bobines (fig. 22-4, *a*) dont les portions actives (côtés de bobines) sont logées dans l'encoche de façon différente: le côté supérieur (de droite) se dispose dans la partie supérieure de l'encoche plus près de l'entrefer et le côté inférieur (de gauche), dans la partie inférieure de l'encoche plus près du fond de l'encoche. Chaque bobine est constituée par une ($w_b = 1$) ou plusieurs ($w_b > 1$) spires mises en série et isolées l'une de l'autre et des parois des encoches (la bobine de la figure 22-4, *a* est constituée de deux spires).

Chaque bobine a deux *extrémités* (prises). Nous conviendrons de nommer *entrée* (e) ou commencement de la bobine l'extrémité de son côté supérieur et *sortie* (s) ou fin de la bobine, l'extrémité de son côté inférieur. Les extrémités de la bobine ont généralement une longueur suffisante pour permettre sa connexion avec une autre bobine. La forme et les dimensions des fils d'entrée et de sortie

---

[1]) Cette formule est valable pour $m > 2$. Lorsque $m = 2$, les phases sont décalées de l'angle $\gamma_p/4$.

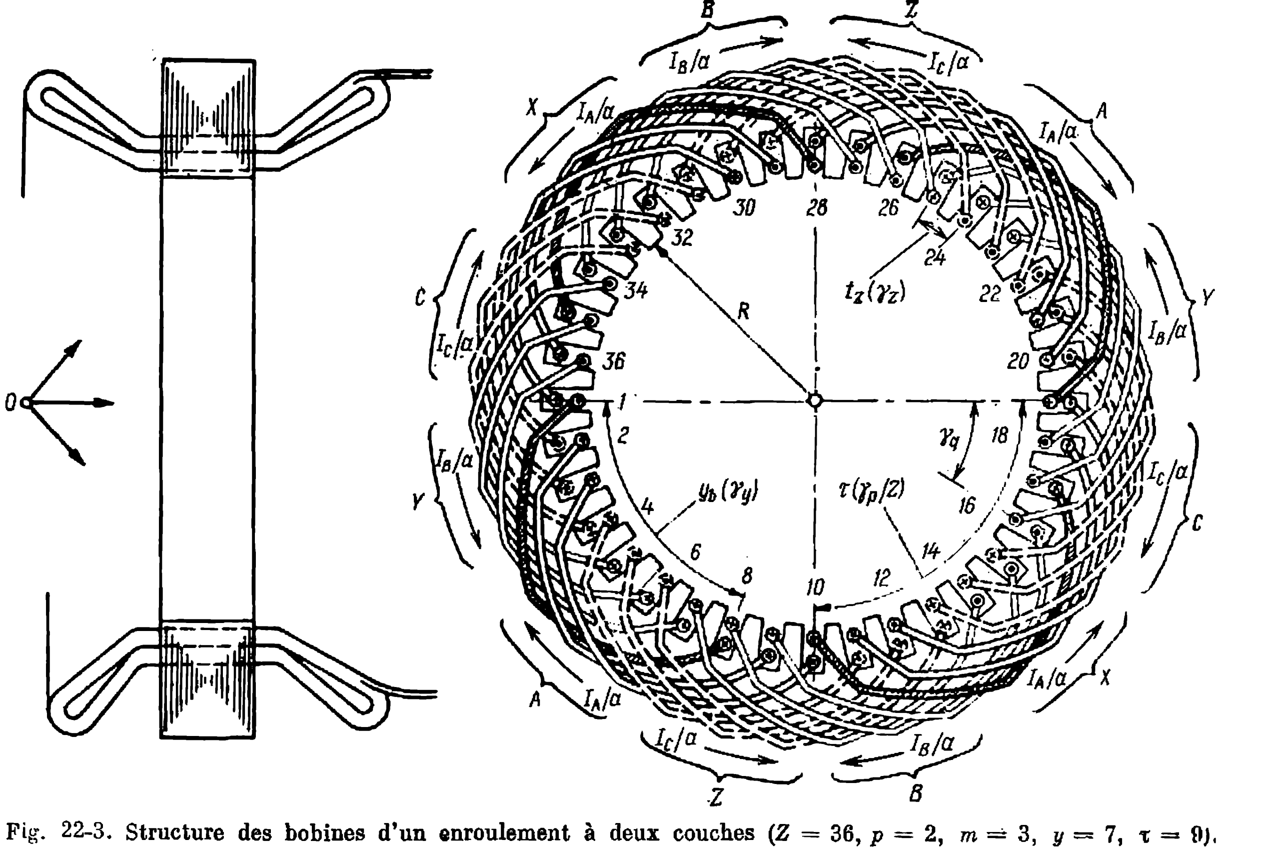


Fig. 22-3. **Structure des bobines d'un enroulement à deux couches** ($Z = 36$, $p = 2$, $m = 3$, $y = 7$, $\tau = 9$).

dépendent du mode de couplage des bobines dans les limites d'une même phase.

Dans les schémas des enroulements, les bobines sont représentées de façon simplifiée sous la forme d'un contour unifilaire constitué par une seule spire. Comme le montre la figure 22-4, *b* la représen-

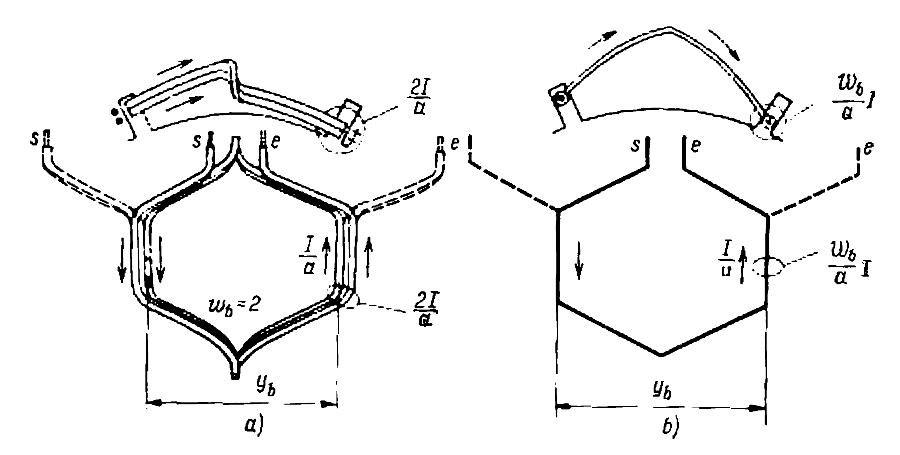


Fig. 22-4. Bobines d'un enroulement imbriqué à deux couches (traits pleins) et d'un enroulement ondulé à deux couches (traits interrompus) (*a*) et leur représentation conventionnelle (*b*).

tation conventionnelle de la bobine d'un enroulement ondulé ne diffère de celle d'un enroulement imbriqué figuré en traits continus que par la forme des connexions (celles de l'enroulement ondulé sont figurées en pointillé). Le pas d'enroulement y égal à la distance entre les côtés de bobine, peut être égal au pas polaire ($y = \tau$) ou légèrement inférieur à ce dernier ($y < \tau$, généralement $y \approx 0{,}8\tau$). Dans ce dernier cas on dit que l'enroulement est *à pas raccourci.*

Le pas polaire et le pas d'enroulement sont mesurés soit par la distance sur la périphérie de l'entrefer, soit par le nombre de pas dentaires:

$$\tau = \frac{Z}{2p} \quad \text{(pas dentaires)} \qquad (22\text{-}1)$$

$$y = \frac{y_b}{t_z} \quad \text{(pas dentaires),} \qquad (22\text{-}2)$$

où y_b est la distance entre les côtés de bobine (fig. 22-4);

$t_z = 2\pi R/Z$, le pas dentaire;

Z, le nombre d'encoches (de dents) sur l'armature magnétique.

La figure 22-3 montre sur l'exemple d'un enroulement triphasé à deux périodes à pas raccourci $y = 7$, logé dans $Z = 36$ encoches, comment doivent être répartis les bobines par phases, les côtés de bobines par encoches et comment doivent être dirigés les cou-

rants positifs dans les conducteurs des bobines des enroulements polyphasés à deux couches.

Le nombre total de bobines dans l'enroulement est égal au nombre d'encoches. Chaque phase comporte $Z/m = 36/3 = 12$ bobines.

Pour la production d'un champ à nombre de périodes $p = 2$, les bobines de chaque phase doivent être divisées en $2p = 4$ groupes uniformément répartis sur la circonférence (un groupe par pas polaire). Chaque groupe comprend $q = Z/2pm$ bobines placées l'une à côté de l'autre. Le nombre q est égal au *nombre d'encoches par pôle et par phase de l'enroulement*

$$q = Z/(2pm) = 36/2 \cdot 2 \cdot 3 = 3. \tag{22-3}$$

Convenons de désigner les bobines par les numéros des encoches dans lesquelles sont logés leurs côtés supérieurs. Alors la phase A comportera les groupes de bobines suivants: *1*, *2*, *3*; *10*, *11*, *12*; *19*, *20*, *21*; *28*, *29*, *30*.

Les groupes consécutifs de la même phase sont décalés d'un pas polaire

$$\tau = \frac{Z}{2p} = \frac{36}{4} = 9.$$

Pour obtenir un champ périodique, il est nécessaire que toutes les bobines constituant une phase soient parcourues par des courants identiques dont les sens doivent changer en inverses au passage d'un pas polaire à l'autre. Lorsque le courant de la phase A circule dans le sens positif (v. fig. 22-2), les courants dans les conducteurs supérieurs du groupe de bobines *1*, *2*, *3* doivent être dirigés de l'avant à l'arrière de la feuille et les courants dans les conducteurs supérieurs du groupe de bobines *10*, *11*, *12* de l'arrière à l'avant et ainsi de suite. Afin de faciliter l'établissement des schémas, les groupes de bobines dont les côtés supérieurs sont parcourus par des courants dans le sens de l'avant à l'arrière de la figure sont affectés de l'indice A désignant l'entrée de la phase donnée et les groupes de bobines dont les côtés supérieurs sont parcourus par des courants dans le sens de l'arrière à l'avant de la figure sont accompagnés de l'indice X désignant la sortie de la phase donnée.

Quant à la structure des bobines et des courants des autres phases, elle répète complètement, pour des sens positifs des courants dans ces phases, la structure des bobines de la phase A. Dans ces conditions, la phase B se trouve tournée par rapport à la phase A dans le sens antihoraire d'un angle de

$$\frac{\gamma p}{m} = \frac{2\pi}{pm} = \frac{\pi}{3}, \tag{22-4}$$

c'est-à-dire décalée sur la circonférence de $2\tau/m = 18/3 = 6$ pas aux encoches.

La phase C est décalée du même angle par rapport à la phase B.

Si les bobines constituant une phase sont réparties en a voies ou dérivations identiques et sont connectées en série dans chacune de ces voies, elles seront parcourues par un courant de voie égal à I/a.

Comme le montre la figure 22-3, les courants dans les conducteurs de phase, tant supérieurs qu'inférieurs, constituent des structures périodiques à $p = 2$ périodes, de plus, dans l'enroulement à pas raccourci, les courants de la couche inférieure répètent les courants de la couche supérieure avec un décalage de $\tau - y = 9 - 7 = 2$ encoches dans le sens horaire. Si l'enroulement était à pas normal ($y = \tau$), les couches ne seraient pas décalées ($\tau - y = 0$) et les courants dans les parties supérieure et inférieure de l'encoche seraient les mêmes pour toutes les encoches et les conducteurs de la phase donnée seraient logés sur chaque pas polaire dans q encoches.

Dans l'enroulement à pas raccourci (v. fig. 22-3) les conducteurs d'une phase occupent sur chaque pas polaire $q + (\tau - y) = 3 + (9 - 7) = 5$ encoches. Le raccourcissement du pas conduit à un élargissement de la zone occupée par les conducteurs de la phase sur chaque pas polaire et, comme il sera expliqué au § 24-5, rend plus sinusoïdale la répartition du champ magnétique dans l'entrefer.

§ 22-3. Schéma de connexions des bobines dans un enroulement imbriqué. Nombre de voies d'enroulement et de spires dans une phase

Les bobines constituant une phase de l'enroulement peuvent être connectées entre elles de différentes façons. Suivant le mode de couplage des bobines dans les limites de la même phase, l'enroulement est dit *imbriqué* ou *ondulé*. Dans l'enroulement imbriqué (on l'appelle encore enroulement bouclé), q bobines placées sur un pas polaire donné sont connectées en série et en accord de façon à constituer un *groupe de bobines*. Par exemple, en reliant la sortie de la bobine *1* à l'entrée de la bobine *2* et la sortie de la bobine *2* à l'entrée de la bobine *3* (fig. 22-5), on obtient un groupe de bobines de la phase *A* comportant les bobines *1*, *2* et *3*. On forme de la même manière les autres groupes de bobines de la phase *A* (*10*, *11*, *12*; *19*, *20*, *21*; *28*, *29*, *30*).

Pour entrée d'un groupe de bobines on prend l'entrée de la bobine ayant le plus petit numéro et pour sortie, la sortie de la bobine ayant le plus grand numéro (par exemple, les entrées des groupes de bobines sont celles des bobines *1*, *10*, *19*, *28* et les sorties sont celles des bobines *3*, *12*, *21*, *30*).

Le nom de *bouclé* qu'on donne parfois à l'enroulement imbriqué tient à ce qu'en suivant les contours des bobines de l'entrée du groupe de bobines à sa sortie, on effectue un déplacement en boucle (fig. 22-5). Les extrémités des bobines de l'enroulement imbriqué destinées à permettre les connexions avec les bobines voisines sont montrées sur la figure 22-4. Dans le cas le plus simple où le nombre de voies dans la phase $a = 1$, les groupes de bobines de l'enroulement imbri-

qué sont connectés entre eux en série. Un tel schéma de connexion des bobines est montré sur la figure 22-5. Les nombres de bobines, de phases et de périodes sont choisis pour cet enroulement les mêmes que sur la figure 22-3. Remarquons que par souci de clarté les côtés de bobines supérieurs sont conventionnellement décalés dans le sens

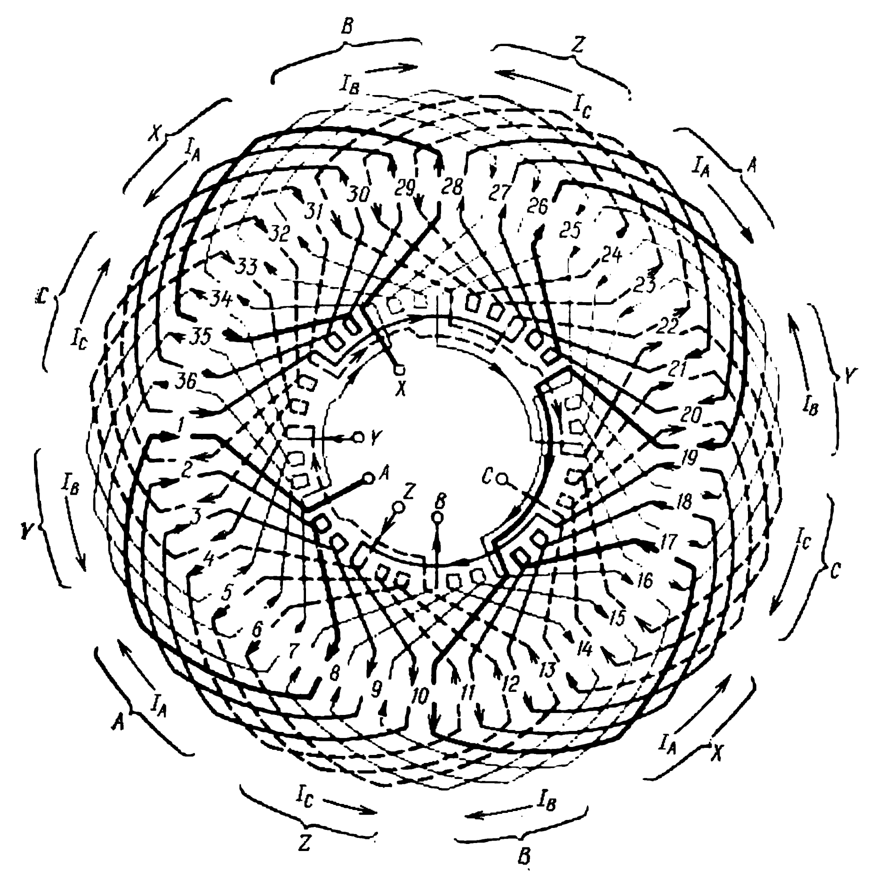


Fig. 22-5. Schéma de connexions des bobines dans un enroulement imbriqué ($Z = 36$, $p = 2$, $m = 3$, $q = 3$, $\tau = 9$, $y = 7$, $a = 1$).

antihoraire par rapport au côté inférieur de la bobine logé dans la même encoche (le numéro de la bobine est celui de l'encoche dans laquelle est placé son côté supérieur).

Pour obtenir une alternance périodique correcte des courants dans les côtés de bobines de la phase, le groupe de bobines *1*, *2*, *3* (d'indice *A*) est monté en opposition avec le groupe de bobines *10*, *11*, *12* (d'indice *X*). La sortie du groupe *A* est reliée à la sortie du groupe *X*. L'entrée du groupe *10*, *11*, *12* (d'indice *X*) est reliée à l'entrée du groupe *19*, *20*, *21* (d'indice *A*), et ainsi de suite.

Si les sens positifs des courants dans les bobines sont fixés à l'avance (fig. 22-3), l'ordre correct des connexions des bobines est facile à établir.

Les schémas des connexions des bobines dans les autres phases répètent le schéma des connexions des bobines de la phase A. Le

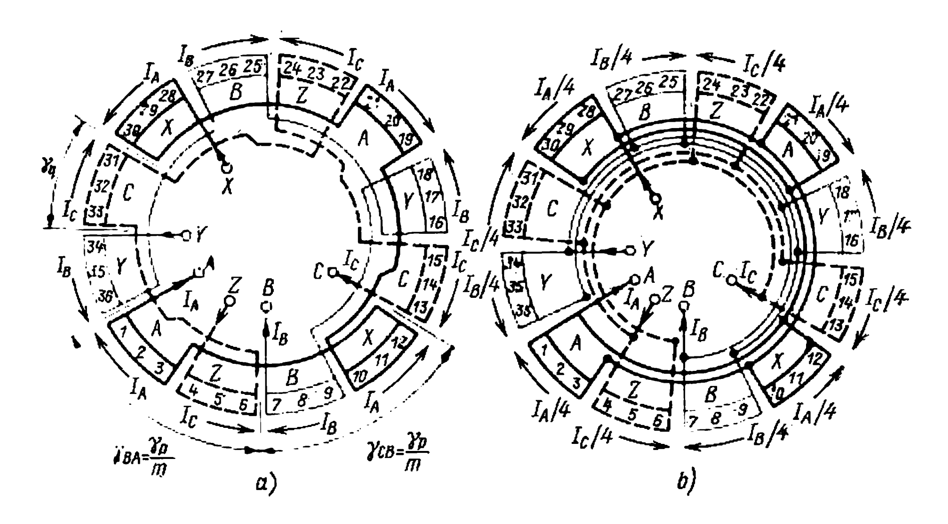


Fig. 22-6. Schéma de connexions des groupes de bobines de l'enroulement imbriqué de la figure 22-3 pour différents nombres de voies:
a) connexions pour $a=1$; *b*) connexions pour $a=2p=4$.

schéma des connexions des groupes de bobines de l'enroulement imbriqué représenté par la figure 22-5 peut être simplifié. Sur la figure 22-6, les groupes de bobines sont figurés sous la forme de secteurs annulaires qui recouvrent un angle $\gamma_p/2m$ occupé par les côtés supérieurs de ses bobines. Les numéros des bobines du groupe sont indiqués à l'intérieur du secteur. Chaque groupe présente deux prises. Pour entrée du groupe de bobines on prend la prise près de laquelle est indiqué le plus petit numéro des bobines du groupe.

Le schéma des connexions des groupes de bobines de la figure 22-6, *a* est établi pour $a = 1$, il reproduit le schéma de la figure 22-5. Le schéma des connexions des groupes de bobines de la figure 22-6, *b* diffère en ce que les mêmes groupes de bobines forment dans les limites de chaque phase le nombre maximal possible de dérivations $a = 2p = 4$. Chaque dérivation n'est constituée dans ce cas que d'un seul groupe de bobines. Les sens positifs des courants des groupes de bobines sont indiqués par des flèches pour des courants I_A/a, I_B/b, I_C/a (dirigés de la sortie vers l'entrée dans les groupes directs A, B, C et de l'entrée vers la sortie dans les groupes inverses X, Y, Z).

Pour obtenir les sens positifs requis des courants dans les bobines, les entrées des groupes A, B, C doivent être reliées aux entrées correspondantes des phases (A, B, C) et les sorties de ces groupes aux sorties des phases (X, Y, Z). Au contraire, les entrées des groupes X, Y, Z doivent être reliées aux sorties correspondantes des phases (X, Y, Z) et les sorties de ces groupes aux entrées des phases (A, B, C).

Il est également possible d'établir le schéma de l'enroulement avec $2p > a > 1$. Dans ce cas, les groupes de bobines sont connectés entre eux en série-parallèle. Par exemple, pour le schéma de la figure 22-3 avec $a = 2$, chaque voie d'enroulement comprendra deux groupes de bobines. En général, le nombre de groupes de bobines dans une voie est égal à $2p/a$. Ce nombre doit être nécessairement un entier. Pour que le courant se divise par moitiés entre les voies d'enroulement, celles-ci doivent être absolument identiques (présenter les mêmes résistances ohmiques et les mêmes inductances). Cette condition est réalisée si les voies d'enroulement sont constituées d'un même nombre de groupes de bobines correctement connectées et possèdent un même nombre de spires connectées en série

$$w = \frac{2p}{a} q w_b, \tag{22-5}$$

où w_b est le nombre de spires d'une bobine;
qw_b, le nombre de spires d'un groupe de bobines;
$2p/a$, le nombre de groupes de bobines connectées en série dans une voie d'enroulement.

§ 22-4. Schéma des connexions des bobines d'un enroulement ondulé

La répartition des bobines par phases et le choix des sens positifs des courants dans les bobines ne dépendent pas du fait que les bobines soient connectées suivant le schéma d'un enroulement imbriqué ou suivant celui d'un enroulement ondulé. Par suite, la structure des bobines d'un enroulement pour Z, p, y et m donnés (par exemple, la structure représentée par la figure 22-3) se rapporte aussi à l'enroulement imbriqué qu'à l'enroulement ondulé. Pourtant dans l'enroulement dit *ondulé* on utilise un ordre différent des connexions des bobines de phases. Dans un tel enroulement, les éléments les plus simples dont sont constituées les voies d'enroulement ne sont plus les « groupes de bobines », comme dans un enroulement imbriqué, mais des *parcours ondulés* des bobines d'enroulement. Le schéma des connexions des bobines de l'enroulement ondulé, obtenu à partir de la structure de la figure 22-3, est montré à la figure 22-7.

Les bobines représentées sur la figure 22-7 ne diffèrent des bobines d'un enroulement imbriqué que par la forme de leurs connexions de sortie. Le schéma montre toutes les connexions entre les bobines de la phase A. Pour la formation de cette phase, comme bobine

initiale prenons la bobine *1*. Pour la formation du premier parcours de bobines on relie la sortie de la bobine *1* à l'entrée de la bobine *19* déplacée par rapport à la bobine *1* de $2\tau = 2 \cdot 9 = 18$ encoches ou d'un angle de $\gamma_p = 2\pi/p = \pi$. Après avoir parcouru p bobines, on effectue un tour complet de la périphérie de l'armature. Ainsi un

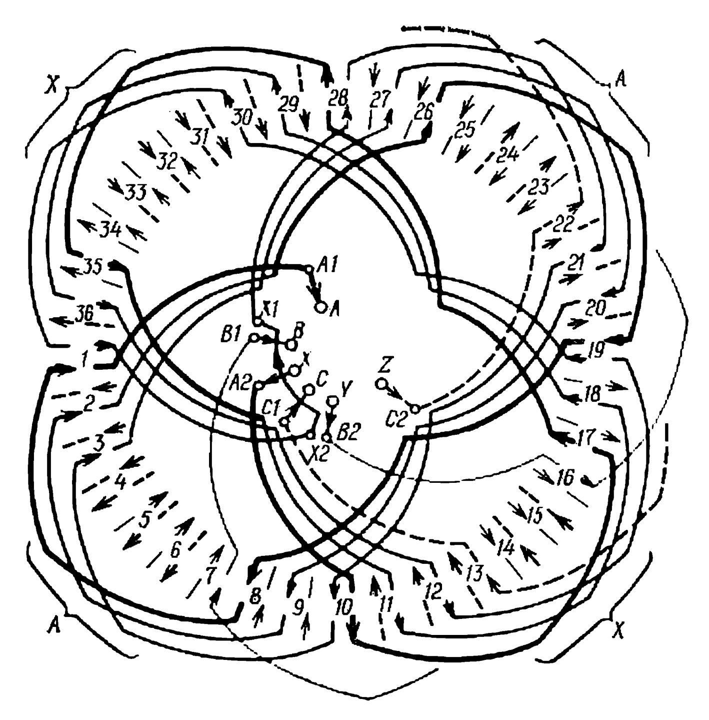


Fig. 22-7. Schéma de connexions des bobines dans un enroulement ondulé ($Z = 36$, $p = 2$, $m = 3$, $q = 3$, $\tau = 9$, $y = 7$).

parcours ondulé des bobines incorpore dans la phase d'enroulement p bobines connectées en série et en accord. Dans le cas considéré le parcours comprend deux bobines.

Après le premier parcours il faut effectuer des parcours suivants, au total q parcours dans le même sens. Pour que l'enroulement ne se ferme pas sur lui-même à la fin du parcours, la distance entre la dernière bobine du parcours précédent (par exemple, la bobine *19* du premier parcours) et la première bobine du parcours suivant (par exemple, la bobine *2* du deuxième parcours) doit être prise égale non pas à 2τ mais à $2\tau + 1$ (pour les conditions de la figure 22-7, cette distance est égale à $2\tau + 1 = 2 \cdot 9 + 1 = 19$). Après avoir effectué q parcours, on obtient une première partie de l'enroulement *A1-X1*, qui comporte dans notre exemple $q = 3$ parcours (le premier parcours comprend les bobines *1*, *19*, le deuxième, *2*, *20* et le troisième, *3*, *21*).

Une deuxième partie de l'enroulement est formée exactement de la même manière que la première mais en prenant pour bobine initiale la bobine *10* déplacée par rapport à la bobine initiale *1* de la première partie de $\tau = 9$ encoches ou d'un angle de $\gamma_p/2 = \pi/2$. Le commencement *A2* de la deuxième partie de l'enroulement est celui de la bobine *10*, et la fin *X2* celle de la bobine *30*.

Les deux parties de l'enroulement sont absolument identiques parce qu'elles comportent un même nombre de bobines connectées en série et en accord (chacune des parties est constituée de pq bobines). Aussi, peuvent-elles être connectées entre elles non seulement en série mais aussi en parallèle. Le couplage en série donne un enroulement à une voie par phase ($a = 1$), alors que le couplage en parallèle conduit à un enroulement à deux voies ($a = 2$).

Dans le cas où le nombre de voies $a = 1$ (fig. 22-7), pour obtenir des sens positifs corrects des courants, les première et deuxième parties de l'enroulement doivent être montées en opposition: la fin *X1* de la première partie est reliée par une barrette de connexion à la fin *X2* de la deuxième partie. Le commencement *A1* de la première partie constitue le commencement *A* de la phase et le commencement *A2* de la deuxième partie représente la fin *X* de la phase.

Lorsque le nombre de voies $a = 2$, les première et deuxième parties de l'enroulement sont montées en parallèle. Au commencement *A* de la phase on relie le commencement *A1* de la première partie et la fin *X2* de la deuxième, alors qu'à la fin *X* de la phase on relie la fin *X1* de la première partie et le commencement *A2* de la deuxième.

Les deux autres phases de l'enroulement (sur la figure 22-7 ne sont représentées que les première et dernière bobines) sont obtenues exactement de la même manière que la phase *A*. Le nombre de spires dans une voie de phase de l'enroulement est déterminé comme précédemment par (22-5).

§ 22-5. Choix du mode et des paramètres de l'enroulement

Les enroulements imbriqué et ondulé constitués par des bobines identiques (ayant une même section des conducteurs, un même nombre w_b de spires et un même pas y), comportant un même nombre m de phases, un même nombre a de voies et destinés à produire un champ magnétique ayant un même nombre p de périodes, sont au point de vue électromagnétique tout à fait identiques parce qu'ils engendrent, pour un même courant de la phase, des champs magnétiques identiques. Ils ne diffèrent l'un de l'autre que par la longueur totale du fil nécessaire à la confection des bobines et aux connexions entre elles. Pour un grand nombre de spires des bobines et un grand nombre d'encoches par pôle et par phase, lorsque le rôle des connexions est peu important, la longueur totale du fil est pratiquement la même dans les deux enroulements. Dans le cas où le nombre d'encoches par pôle et par phase est petit ($q \approx 2$ à 3), le nombre de périodes est grand et le nombre de spires de la bobine est petit et surtout

dans le cas limite où $w_b = 1$, l'emploi de l'enroulement ondulé est plus avantageux. Dans ce cas, l'économie sur le fil peut atteindre 5 à 10 % (la plus grande valeur se rapporte à des machines dont la longueur du circuit magnétique est relativement petite $l/\tau \approx 1,5$, et la plus petite à des machines à longueur relative du circuit magnétique $l/\tau \approx 3,0$). Pour un petit nombre de périodes (par exemple pour $p = 1$ ou 2) lorsque la longueur des barrettes de connexion entre les deux parties de l'enroulement de phase (*A1-X1* et *A2-X2*) est

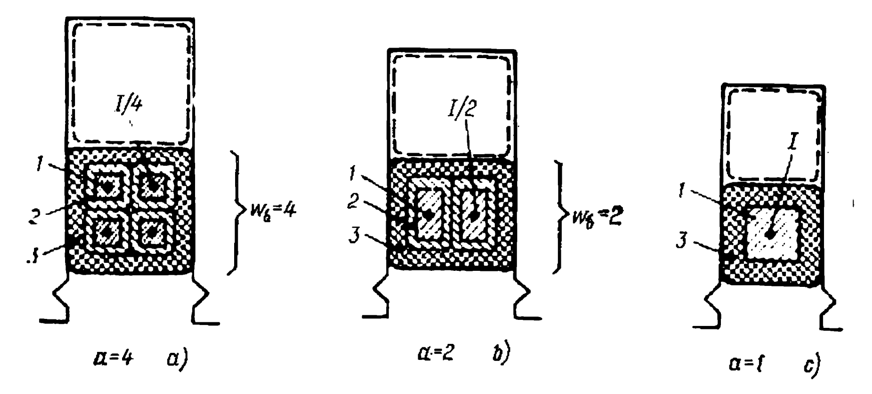


Fig. 22-8. Enroulements dont les côtés de bobines sont parcourus par des courants identiques Iw_b/a:

1, conducteur effectif parcouru par le courant I/a; *2*, isolation des conducteurs effectifs l'un de l'autre; *3*, isolation des conducteurs par rapport aux parois de l'encoche.

grande par rapport à la longueur totale des connexions, l'emploi de l'enroulement ondulé n'est pas avantageux.

Technologiquement, les bobines à une spire sont réalisées (soudées) à partir de deux demi-bobines appelées *barres*. Les enroulements à une spire, tant imbriqués qu'ondulés, constitués de barres portent le nom d'*enroulements à barres*. Les enroulements dont les côtés de bobines sont parcourus par un même courant Iw_b/a

$$Iw_b/a = \text{idem}$$

sont équivalents quant à la production du champ magnétique.

Ils peuvent avoir dans ce cas un nombre w_b différent de spires des bobines et un nombre a différent de voies d'enroulement des phases. La figure 22-8 montre à titre d'exemple les côtés de bobines de trois enroulements identiques quant à la production du champ magnétique (on suppose que pour le reste ces enroulements ne diffèrent en rien l'un de l'autre, c'est-à-dire que Z = idem; qu'ils produisent un même nombre de périodes p=idem; comportent un même nombre de phases m = idem, ont un même pas y et une même densité de courant J dans les conducteurs).

Le choix du nombre de voies d'enroulement et du nombre de spires (pour Iw_b/a = idem) est lié à la technologie de fabrication de

l'enroulement et à sa fiabilité. Si l'on parvient à choisir le nombre a de voies d'enroulement de manière à obtenir une bobine à une spire $w_b = 1$, on opte généralement pour cette variante (fig. 22-8, *c*) vu que dans un enroulement à une spire à deux couches (généralement à barres) l'isolation par rapport à la masse remplit en même temps les fonctions de l'isolation entre spires si bien qu'on obtient un isolement plus sûr, tout en réduisant la dépense des matériaux isolants et en diminuant la place occupée par la bobine dans l'encoche (pour la dépense des matériaux isolants, comparer figures 22-8, *a* et *b*).

§ 22-6. Modèle de la période d'un enroulement. Angles électriques entre les éléments d'un enroulement

Les enroulements polyphasés multipolaires sont destinés à produire des champs magnétiques périodiques. *Un tel champ magnétique périodique est engendré par un enroulement dont la structure se reproduit sur chacune de ses périodes.* Par exemple, la structure de l'enroulement sur la période qui s'étend de l'encoche *1* à l'encoche *18* (v. fig. 22-3) se reproduit complètement sur la période qui va de l'encoche *19* à l'encoche *36* (si l'on se déplace dans le sens antihoraire sur chacune des périodes). Dans un tel enroulement, les courants dans des encoches équidistantes des commencements des périodes, c'est-à-dire les courants dans des encoches déplacées d'un nombre entier k de périodes et portant le numéro $N + 2\tau k$, sont toujours identiques (par exemple, dans les encoches $N = 6$ et $N + 2\tau k = 6 + 2 \cdot 9 \cdot 1 = 24$ circulent les courants de même sens des phases C et B).

Pour avoir une idée précise de la structure d'un enroulement, il suffit de représenter une seule période de cet enroulement. En complétant la représentation d'une période de celle des autres périodes, nous n'obtiendrons aucune nouvelle information sur les propriétés de l'enroulement.

Le modèle de la période d'un enroulement à plusieurs périodes est l'enroulement d'une machine à une période (bipolaire) ayant le même nombre m de phases, le même nombre q d'encoches par pôle et par phase, le même pas polaire τ, le même pas d'enroulement y et le même nombre w_b de spires dans les bobines.

Le modèle de la période de l'enroulement de la figure 22-3 est représenté par la figure 22-9. Il n'est pas difficile de s'assurer qu'il reproduit la période de la structure de l'enroulement de la figure 22-3. (Les courants dans l'encoche N du modèle sont les mêmes que ceux dans l'encoche $N + 2\tau k$ de l'enroulement réel où $k = 0$ ou 1, $\tau = 9$.) Le modèle représente en même temps toute période, quelle qu'elle soit, de l'enroulement multipolaire (aussi bien la période de l'encoche *1* à l'encoche *18* que celle de l'encoche *19* à l'encoche *36*).

En comparant les représentations d'un enroulement multipolaire (fig. 22-3) et de son modèle (fig. 22-9, *a*), on peut constater que la période angulaire de l'enroulement du modèle $\alpha_p = 2\pi$ est p

fois plus grande que la période angulaire de l'enroulement multipolaire lui-même égale à

$$\gamma_p = 2\pi/p, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \alpha_p = p\gamma_p = 2\pi.$$

Lorsqu'on passe au modèle, tous les angles entre les éléments homologues de l'enroulement et de son modèle se trouvent augmen-

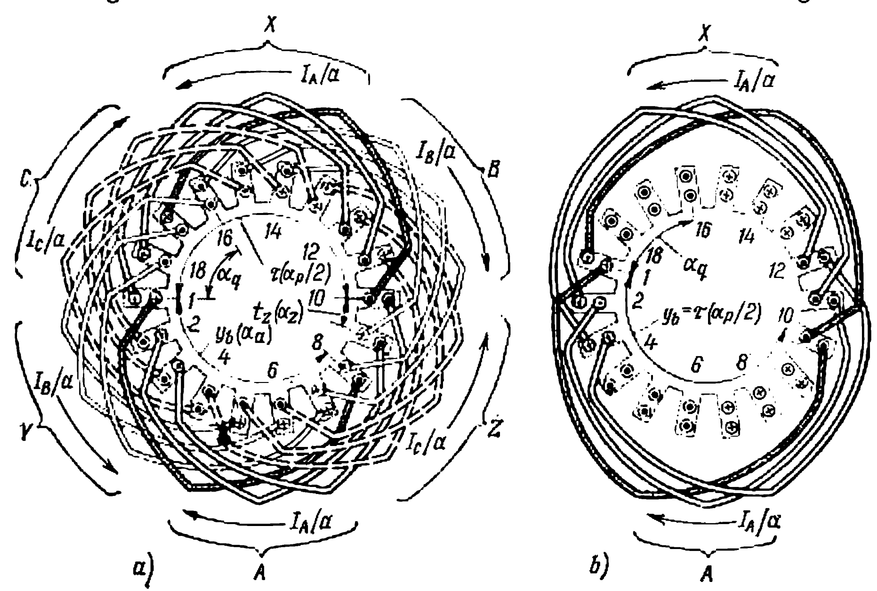


Fig. 22-9. Modèles des pér ues des enroulements à deux couches:
a) modèle de l'enroulement de la figure 22-3 ayant $\tau = 9$, $y = 7$, $q = 3$; $m = 3$; *b*) modèle d'un enroulement ayant $\tau = y = 9$, $q = 3$, $m = 3$.

tés dans le même rapport

$$\alpha = p\gamma, \tag{22-6}$$

où γ est l'angle entre certains éléments de l'enroulement;
α, l'angle entre les mêmes éléments dans le modèle de l'enroulement.

Dans la théorie des machines électriques, l'angle γ entre certains éléments de l'enroulement, mesuré sur sa représentation multipolaire complète est appelé *angle géométrique* (ou tout simplement *angle* au sens usuel). Quant à l'angle $\alpha = p\gamma$ entre les mêmes éléments de l'enroulement mesuré sur son modèle à une période, il est appelé *angle électrique*.

Les « angles électriques » entre les éléments caractéristiques de l'enroulement (angles dans le modèle) déterminent les principales propriétés de l'enroulement (indépendamment du nombre de périodes). La période angulaire d'un enroulement à p périodes correspond à l'angle électrique

$$\alpha_p = 2\pi.$$

Un pas dentaire du modèle recouvre l'angle

$$\alpha_Z = \frac{2\pi}{2mq} = \frac{\pi}{mq}. \qquad (22\text{-}7)$$

Un pas dentaire d'un enroulement multipolaire recouvre l'angle

$$\gamma_Z = \frac{2\pi}{Z} = \frac{2\pi}{2pmq} = \frac{\pi}{pmq}.$$

La zone de phase occupée par les conducteurs de la phase (dans une couche) sur chaque pas polaire recouvre dans le modèle l'angle

$$\alpha_q = q\alpha_Z = \frac{\pi}{m}, \qquad (22\text{-}8)$$

c'est-à-dire une $1/m$ partie du pas polaire (dans l'enroulement multipolaire cette zone occupe l'angle $\gamma_q = q\gamma_Z = \frac{\pi}{pm}$).

Les pas d'enroulement dans le modèle occupe l'angle

$$\alpha_a = \frac{y_b}{\tau}\pi. \qquad (22\text{-}9)$$

Dans l'enroulement multipolaire, le pas d'enroulement occupe l'angle

$$\gamma_a = \frac{y}{\tau}\frac{\gamma_p}{2} = \frac{y}{\tau}\frac{\pi}{p}.$$

Les règles à suivre pour composer la structure de l'enroulement à une période du modèle ne diffèrent en rien des règles exposées plus haut pour l'établissement de la structure d'un enroulement à plusieurs périodes. La figure 22-9, *b* montre à titre d'exemple la construction de la structure d'un modèle qui représente un enroulement qui ne diffère de l'enroulement de la figure 22-3 que par son pas normal, c'est-à-dire ayant $y = \tau$. Le modèle de la figure 22-9, *b* illustre l'absence déjà indiquée de déplacement des couches supérieure et inférieure de l'enroulement pour $y = \tau$, lorsque tous les conducteurs de la phase sur un pas polaire donné n'occupent que q encoches (dans le cas considéré, $q = 3$ encoches). Comparez avec la figure 22-9, *a* sur laquelle $y = 7$, $\tau = 9$ et les conducteurs de la phase sur une demi-période occupent $q + (\tau - y) = 3 + (9 - 7) = 5$ encoches.

§ 22-7. Enroulements à deux couches à nombre q fractionnaire d'encoches par pôle et par phase

Les enroulements à deux couches que nous avons examinés plus haut étaient à nombre q entier d'encoches par pôle et par phase. En d'autres termes, dans ces enroulements un même nombre q de bobines de chacune des phases était placé sur tous les pas polaires (sur les figures 22-3, 22-5, 22-7, $q = 3$ bobines de chacune des phases). En plus de cet enroulement, le plus simple et le plus fréquemment employé, on utilise aussi des enroulements *à deux couches à nombre q*

fractionnaire d'encoches par pôle et par phase, qui offrent plusieurs avantages dans le cas où le nombre d'encoches par pôle et par phase est petit ($q < 3$), alors que le nombre de périodes de l'enroulement est grand.

Puisque le nombre de bobines d'une phase sur chaque pas polaire ne peut être qu'un entier, il est clair que c'est le nombre moyen q de bobines par pôle et par phase qui est fractionnaire dans cet enroulement.

Le nombre fractionnaire q peut être représenté sous la forme

$$q = b + \frac{c}{d},$$

où b est un nombre entier;

c/d, une fraction propre irréductible.

Pour $b \geqslant 1$ (on n'utilise généralement que de tels enroulements), chaque phase comporte $2p$ groupes de bobines (un groupe sur chaque pas polaire). Il n'est pas difficile de vérifier que pour obtenir un nombre fractionnaire donné q d'encoches par pôle et par phase il faut que sur une partie de pôles (à savoir sur $n = 2pc/d$ pôles) soient placés les « grands groupes de bobines » de la phase constitués de $b + 1$ bobines, et sur les autres pôles (c'est-à-dire sur $2p - n$ pôles) les « petits groupes de bobines » de la phase comportant b bobines.

En effet, pour un tel rapport des « grands » et « petits » groupes de bobines, le nombre de bobines par pôle et par phase sera

$$q = \frac{n\,(b+1) + (2p-n)\,b}{2p} = b + \frac{c}{d}.$$

Le nombre d appelé « *dénominateur du nombre fractionnaire* » est égal au nombre de pas polaires occupés par une partie de l'enroulement dont la structure se reproduit. Tout l'enroulement est constitué de $2p/d$ parties à structure identique; cet enroulement est réalisable lorsque $2p/d$ est un nombre entier; de plus, le nombre d d'un enroulement symétrique à m phases ne doit pas être multiplié du nombre de phases (par exemple, de 3 dans un enroulement triphasé). Puisque l'enroulement doit produire un champ périodique, le nombre de ses pas polaires doit nécessairement être pair. C'est pourquoi la partie « initiale » (qui se reproduit) de l'enroulement à nombre fractionnaire d'encoches par pôle et par phase, partie appelée « *enroulement initial* », occupe d pas polaires lorsque d est pair et $2d$ pas polaires si d est impair.

Tout l'enroulement comprend $2p/d$ enroulements initiaux si d est pair et $2p/2d$ enroulements initiaux si d est impair.

Dans tous les cas l'« enroulement initial » est logé dans $Z' = Z/k$ encoches et les pôles qui lui correspondent sont au nombre de $p' = p/k$ où k est le plus grand commun diviseur des nombres Z et p, égal au nombre d'« enroulements initiaux » contenus dans l'enroulement donné.

Comme nous l'avons vu, la particularité des enroulements à

nombre fractionnaire q réside en ce qu'ils sont constitués de groupes comprenant un nombre différent de bobines: b dans les « petits » groupes et $b + 1$ dans les « grands » groupes. Ces groupes alternent dans un ordre déterminé suivant la valeur de la partie fractionnaire du nombre q. Le dénominateur du nombre fractionnaire d est égal au nombre de groupes de bobines de toutes les phases de l'enroulement, au bout duquel se reproduit l'alternance des « petits » et « grands » groupes. Une « alternance » de l'enroulement constitué de d groupes de bobines comporte $d - c$ « petits » groupes et c « grands » groupes. A chaque pas polaire correspond un groupe de bobines de la phase (pour $q > 1$). Le nombre total de groupes de bobines d'un enroulement triphasé est égal à $6p$. Le nombre d'« alternances » de tout l'enroulement est $6p/d$. (Pour $b = 0$, l'enroulement n'est constitué de « grands » groupes dont chacun ne comporte qu'une seule bobine.)

Le nombre maximal de voies d'enroulement d'une phase $a_{max} = 2p/d$. Tout nombre plus petit possible de voies d'enroulement a est déterminé par la condition: $2p/ad$ est un nombre entier.

Une des méthodes simples permettant de tracer le schéma d'un enroulement imbriqué à deux couches à nombre fractionnaire d'encoches par pôle et par phase est la suivante:

1. On détermine les nombres de bobines dans les « petit » et « grand » groupes (b et $b + 1$ respectivement).

2. On écrit une série de c nombres: $\frac{d}{c}$; $2\frac{d}{c}$; $3\frac{d}{c}$; . . ; $c\frac{d}{c} = d$.

On remplace chaque nombre fractionnaire par l'entier le plus proche, ce qui donne une série de c nombres: N_1; N_2; N_3 ;. . . ; d.

Cette série de nombres indique les numéros des « grands » groupes dans l'ordre de succession des groupes de bobines de toutes les phases le long de la circonférence de l'armature pour une « alternance » de l'enroulement.

3. Les numéros 1, 2, . . ., $N_1 - 1$ sont attribués aux « petits » groupes comportant chacun b bobines. Le N_1-ième groupe de bobines est « grand », il comprend $b + 1$ bobines. Puis, en procédant de la même façon, on forme les groupes de bobines suivants: les groupes portant les numéros N_2, N_3, . . ., d sont « grands », les autres sont « petits ». On compose, toujours dans le même ordre, encore $\frac{6p}{d} - 1$ « alternances » de tout l'enroulement (on a en vue un enroulement triphasé).

4. On répartit les groupes de bobines par phases. On inclut dans une phase chaque troisième groupe de bobines.

Les sens positifs des courants dans des groupes de bobines consécutifs (appartenant à des phases différentes) sont choisis opposés. Les groupes de bobines consécutifs d'une même phase sont connectés entre eux en opposition.

5. Une voie d'enroulement peut être constituée de d groupes de bobines d'une phase montés en série.

6. Quand le schéma des connexions des bobines de la phase A est tracé (il est commode de faire coïncider son commencement avec celui du premier groupe de bobines dans la première des « alternances »), les prises et les connexions entre les voies d'enroulement des phases B et C peuvent être choisies de différentes façons.

a) Toutes les connexions entre les groupes de bobines de la phase B peuvent reproduire les connexions de la phase A avec un décalage de deux groupes de bobines. Les connexions de la phase C reproduisent celles de la phase A avec un décalage de quatre groupes de bobines.

b) Toutes les connexions entre les groupes de bobines de la phase B (C) sont déplacées d'une « alternance » par rapport aux connexions de la phase A (c'est-à-dire de d groupes de bobines) lorsque d est pair et de deux « alternances » (c'est-à-dire de $2d$ groupes de bobines) lorsque d est impair. Les connexions de la phase C (B) sont déplacées encore du même nombre de groupes de bobines.

Dans le cas a) les phases ne sont identiques qu'au point de vue de la production du champ magnétique; quant à la succession de branchement des « petits » et « grands » groupes de bobines dans les phases, elle est différente. Dans le cas b) les phases sont parfaitement identiques non seulement en ce qui concerne la production du champ magnétique mais aussi quant à la structure des groupes de bobines (la phase B peut être obtenue à partir de la phase A en faisant tourner cette dernière d'un angle correspondant).

Exemple numérique. $Z = 42$, $2p = 8$, $m = 3$, $q = 1^3/_4$ ($b = 1$, $c = 3$, $d = 4$); $y = 4$, $a = 1$.

Le nombre de groupes de bobines de l'enroulement initial est

$$3d = 3\cdot 4 = 12.$$

Le nombre de groupes de bobines par phase de l'enroulement initial est

$$d = 4.$$

Le nombre de bobines dans les « petits » groupes est $b = 1$. Le nombre de bobines dans les « grands » groupes est $b + 1 = 2$.

Les numéros des « grands » groupes de bobines dans une seule « alternance » sont déterminés par la série de nombres

$$\frac{d}{c} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}; \quad 2\frac{d}{c} = 2\frac{2}{3}; \quad 3\frac{d}{c} = 4,$$

qui doivent être arrondis à des entiers supérieurs les plus proches: 2, 3, 4.

Le nombre d'« alternances » de tout l'enroulement est

$$\frac{6p}{d} = \frac{6\cdot 4}{4} = 6.$$

La répartition des groupes de bobines le long de la circonférence de l'armature et par phases est la suivante:

$$\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc|cccc|cccc}
1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \\
\underline{A} & \underline{\underline{Z}} & B & X & \underline{C} & \underline{\underline{Y}} & A & Z & \underline{B} & \underline{X} & C & Y & \underline{\underline{A}} & \underline{Z} & B & X & \underline{\underline{C}} & Y & A & Z & \underline{\underline{B}} & \underline{\underline{X}} & C & Y
\end{array}$$

(le chiffre indique le nombre de bobines dans le groupe; les traits verticaux séparent les « alternances »).

Les lettres A, B, C désignent les groupes de bobines droits et les lettres X, Y, Z, les groupes de bobines inverses des phases. Les commencements et les fins des premiers enroulements initiaux des phases obtenus par le procédé

« *b* » (v. plus haut) sont soulignés par un seul trait, alors que les commencements et les fins des deuxièmes enroulements initiaux des phases sont soulignés par deux traits (le commencement de l'enroulement initial coïncide avec le commencement du groupe de bobines direct et la fin de l'enroulement initial coïncide avec la fin du groupe de bobines inverse).

Le schéma de l'enroulement est montré sur la figure 22-10. L'examen de l'enroulement à nombre fractionnaire d'encoches par pôle et par phase permet

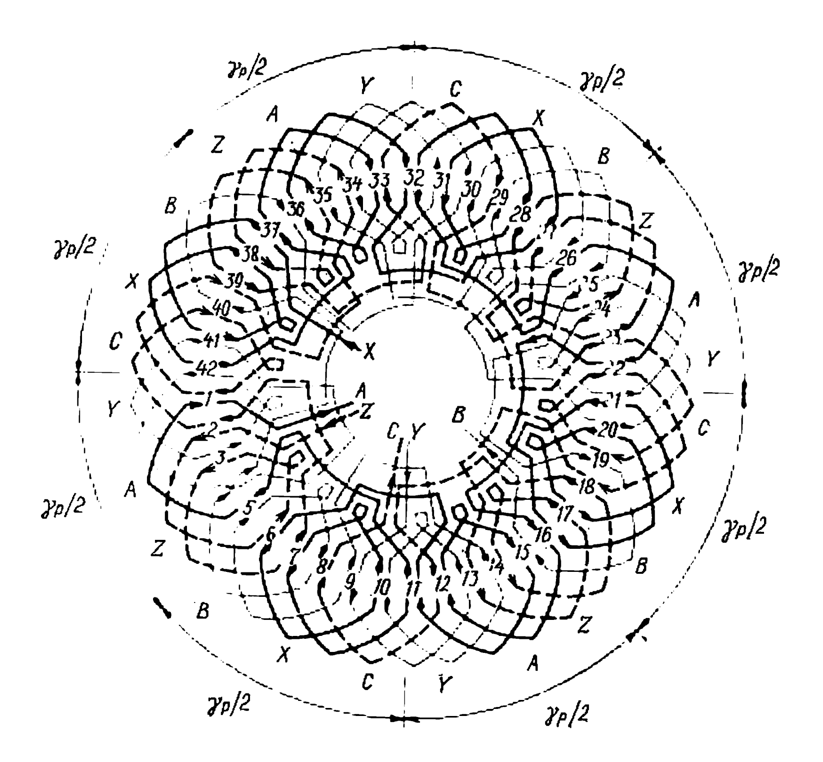


Fig. 22-10. Schéma de connexions dans un enroulement imbriqué à deux couches à nombre fractionnaire de bobines (encoches) par pôle et par phase ($Z = 42$, $p = 4$, $m = 3$, $y = 4$, $a = 1$, $q = 1^3/_4$).

de constater que la période de la structure de cet enroulement (et du champ engendré par les courants) correspond à la longueur de l'« enroulement initial » situé sur $2p/k$ pas polaires τ ou dans les limites de l'angle $2\pi/k$, où k est le plus grand commun diviseur des nombres Z et p (dans l'exemple considéré, pour $Z = 42$, $p = 4$ et $k = 2$, la période de la structure vaut $2p/k = 2\cdot 4/2 = 4$ pas polaires, $\frac{2p}{k}\tau = \frac{2p}{k} mq = \frac{2\cdot 4}{2}\cdot 3\ (1^3/_4) = 21$ pas aux encoches ou l'angle $2\pi/k = \pi$. Par exemple, sur la figure 22-10, la structure des courants et des bobines dans la zone s'étendant de l'encoche *1* à l'encoche *22* se reproduit complètement dans la zone de l encoche *22* à l'encoche *42*.

Pourtant, la répartition des courants (et du champ), qui est la plus marquée dans l'enroulement à nombre q fractionnaire, est à peu près égale à 2τ ou $\gamma_p = 2\pi/p$. C'est ainsi que les groupes de côtés de bobines de la phase A représentés par la figure 22-10 et parcourus par des courants de sens alternés se reprodui-

sent tous les angles $\frac{\gamma_p}{2}=\frac{2\pi}{p}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2\pi}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\pi}{4}$ montrés sur la figure; les groupes parcourus par des courants de même sens se reproduisent tous les angles γ_p. Bien que le nombre de côtés de bobines contenu dans ces groupes n'est pas tout à fait le même pour les différentes encoches (trois côtés dans les encohes *41*, *42*, *1*; trois côtés dans les encoches *5*, *6*, *7*; quatre côtés dans les encoches *10*, *11*, *12*; quatre côtés dans les encoches *15*, *16*, *17* et ainsi de suite; dans le cas général, soit $2(b+1)$ côtés, soit $2b+1$ côtés), cette périodicité la plus manifeste est la plus substantielle pour la production du champ magnétique de l'enroulement à nombre p requis de périodes.

Le modèle de la structure d'un enroulement à q fractionnaire ne peut avoir $p = 2$. Le modèle représentant la période de la structure doit contenir $2p' = 2p/k$ pas polaires, c'est-à-dire un nombre de pas polaires sur lesquels est logé l'« enroulement initial ».

§ 22-8. Enroulements d'excitation

Les enroulements d'excitation ou inducteurs sont destinés à créer un champ magnétique hétéropolaire. L'enroulement d'excitation est un enroulement monophasé hétéropolaire alimenté en courant continu.

Deux variantes principales d'exécution d'un tel enroulement ont été examinées au § 19-2. La figure 19-2, *c* montre la constitution d'un *enroulement d'excitation concentré* qu'on emploie dans les machines à pôles saillants. Cet enroulement est réalisé de la même façon qu'un enroulement monophasé à deux couches mais il ne comporte dans chaque groupe qu'une seule bobine (le nombre q de ses bobines par pôle et par phase est égal à 1). En outre, cet enroulement est à pas normal ($y_b = \tau$) et se caractérise par le fait que ses côtés de bobines sont logés dans les encoches l'un à côté de l'autre, en occupant chacun la moitié de la largeur de l'encoche (fig. 19-2, *c*). Le schéma d'un enroulement d'excitation concentré (à deux couches) placé dans les encoches *1* à *8* entre les pôles est représenté par la figure 22-11. La construction du rotor utilisant un tel enroulement est examinée plus loin au § 51-3.

Le nombre de spires connectées en série dans un enroulement d'excitation concentré sans dérivations est $w = 2pw_b$ où w_b est le nombre de spires par bobine de l'enroulement.

Un autre mode de réalisation de l'enroulement d'excitation est illustré par la figure 19-2, *d*. Cet enroulement d'excitation, dit *réparti*, est utilisé dans les machines à pôles lisses. A la différence de l'enroulement d'excitation concentré qui n'occupe qu'une seule encoche sur chaque pas polaire ($q = 1$), l'enroulement réparti utilise $q > 1$ encoches sur chaque pas polaire et chaque encoche ne renferme qu'un seul côté de bobine. Cela permet de donner à l'enroulement considéré le nom d'enroulement à une seule couche.

En général, cet enroulement possède un nombre q pair d'encoches par pôle et par phase. Dans ce cas sur chaque pas polaire on a $q/2$ bobines disposées concentriquement. Comme le montre le schéma de l'enroulement d'excitation réparti représenté par la figure 22-12,

les bobines de cet enroulement ont une largeur différente. Le pas de calcul d'enroulement défini comme la distance entre deux groupes d'encoches consécutifs occupés par des conducteurs parcourus par des courants, est égal dans cet enroulement lui aussi au pas polaire $y_b = \tau$. Pour que la forme du champ magnétique produit par l'en-

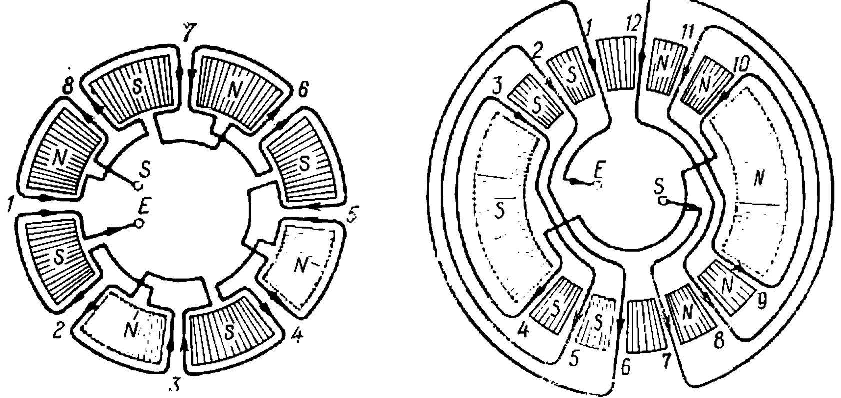


Fig. 22-11. Schéma d'un enroulement d'excitation concentré ($p = 4$, $\tau = y$, $q = 1$).

Fig. 22-12. Schéma d'un enroulement d'excitation réparti ($p = 1$, $q = 6$).

roulement soit plus voisine de la sinusoïde, les encoches renfermant l'enroulement sont placées sur 2/3 de pas polaire environ (sur la figure 22-12 l'enroulement est logé dans 12 encoches). La construction du rotor utilisant un enroulement d'excitation réparti est décrite au § 51-4.

Le nombre de spires connectées en série dans un enroulement d'excitation réparti à une seule couche et sans dérivations est $w = pqw_b$, où w_b est le nombre de spires par bobine de l'enroulement.

CHAPITRE 23

APPROCHE DU CALCUL DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS LA MACHINE ÉLECTRIQUE

§ 23-1. Enoncé du problème

Les phénomènes de transformation de l'énergie dans une machine électrique sont liés à son champ magnétique. C'est pourquoi le calcul du champ magnétique produit par les courants circulant dans les enroulements représente un des problèmes les plus importants de la théorie des machines électriques.

Sous sa forme générale ce problème consiste à déterminer l'induction de champ magnétique $\boldsymbol{B}$ d'après la répartition spatiale donnée de la densité de courant $\boldsymbol{J}$ dans les enroulements de la machine (fig. 23-1) et peut être résolu par des méthodes de la théorie du champ électromagnétique.

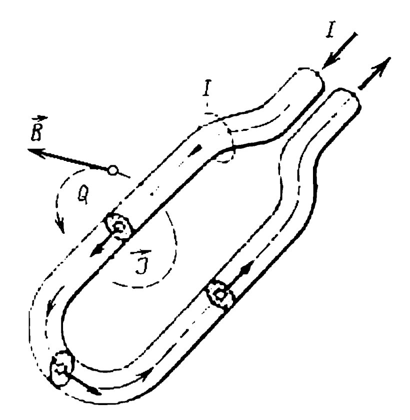


Fig. 23-1. Production d'un champ magnétique.

Le vecteur intensité de ce champ magnétique doit satisfaire à la première équation de Maxwell

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}, \qquad (23\text{-}1)$$

à l'équation reliant l'induction et l'intensité de champ magnétique

$$\boldsymbol{B} = \mu_a \boldsymbol{H}, \qquad (23\text{-}2)$$

où μ_a est la perméabilité magnétique absolue du milieu, et à l'équation de continuité

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0, \qquad (23\text{-}3)$$

qui signifie que les lignes de force du champ magnétique sont toujours fermées.

Le vecteur densité de courant $\boldsymbol{J}$ est dans la plupart des cas uniformément réparti suivant la section Q du conducteur

$$J = I/Q$$

et pointé le long de l'axe du conducteur dans le sens qui est celui du courant I (fig. 23-1).

Dans le cas général, les conducteurs des enroulements sont logés dans les encoches des armatures magnétiques et le champ magnétique

s'exerce dans le volume occupé par les armatures magnétiques du stator et du rotor, dans l'entrefer non magnétique qui les sépare et dans l'espace qui entoure les têtes de bobines (fig. 23-2). Dans de nombreux cas, ce champ pénètre aussi dans les pièces constructives de la machine, faites en matériaux magnétiques et conductrices de l'électricité (arbre, bâti, paliers flasques et autres).

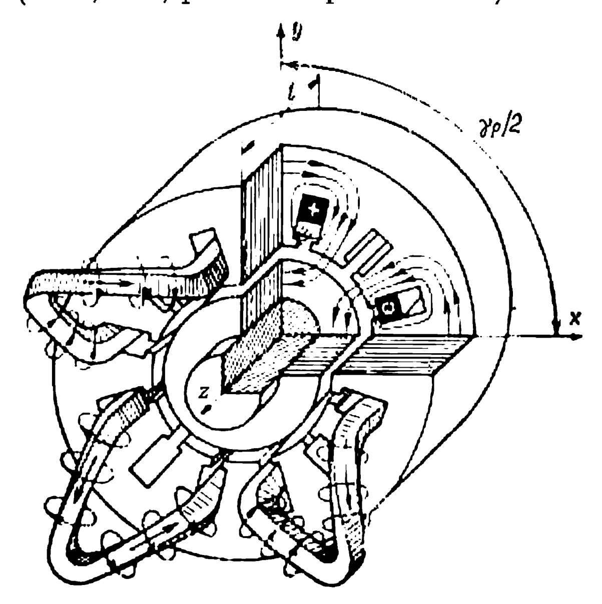


Fig. 23-2. Champ magnétique d'un système périodique de bobines.

Pour pouvoir calculer le champ magnétique, les équations générales du champ (23-1) à (23-3) doivent être complétées d'équations des surfaces

$$f_{ik}(x, y, z) = 0, \tag{23-4}$$

qui séparent les milieux i et k à perméabilités magnétiques relatives différentes $\mu_{ri} \neq \mu_{rk}$ (en premier lieu des équations des surfaces qui limitent les armatures magnétiques), ainsi que de conditions aux limites pour les composantes tangentielles et normales des vecteurs du champ magnétique sur les surfaces qui séparent les milieux i et k

$$\left.\begin{aligned} H_{it} &= H_{kt}; \\ B_{in} = \mu_{ri}H_{in} &= \mu_{rk}H_{kn} = B_{kn}, \end{aligned}\right\} \tag{23-5}$$

où H_{it} et H_{kt} sont les composantes tangentielles de l'intensité de champ magnétique sur la surface de séparation;

B_{in} et B_{kn}, les composantes normales de l'induction magnétique aux mêmes points sur la surface de séparation.

Dans les cas où la perméabilité relative μ_{rf} du fer des armatures magnétiques ne peut pas être considérée comme étant infiniment

grande par rapport à la perméabilité magnétique relative des régions remplies d'air, de matériaux isolants et de conducteurs des enroulements, il faut tenir compte des propriétés magnétiques non linéaires des matériaux ferromagnétiques qui se caractérisent par une variation de la perméabilité magnétique relative en fonction de l'intensité de champ magnétique

$$\mu_{rf} = f(H). \tag{23-6}$$

Le système d'équations (23-1) à (23-6) décrit de façon univoque le champ magnétique dans la machine. Pourtant une résolution analytique de ce système par les méthodes de la théorie du champ électromagnétique s'avère dans la plupart des cas impossible. Cela tient principalement à la forme complexe des surfaces qui limitent les armatures magnétiques et les conducteurs parcourus par des courants ainsi qu'à la nécessité de tenir compte des propriétés magnétiques non linéaires des matériaux ferromagnétiques. Des difficultés supplémentaires naissent du fait que la position relative dans l'espace des armatures magnétiques et des conducteurs parcourus par des courants varie constamment, ce qui oblige de reprendre la résolution des équations pour toutes leurs positions possibles.

§ 23-2. Hypothèses simplificatrices faites pour le calcul du champ magnétique et sa représentation par une somme des champs produits par des systèmes périodiques de bobines

Pour pouvoir résoudre analytiquement le problème de la détermination du champ dans la machine et calculer ensuite les paramètres inductifs des enroulements, on utilise dans la théorie des machines électriques toute une série d'hypothèses simplificatrices et des procédés de calcul particuliers.

1. On tient compte du caractère périodique du champ magnétique lié à la périodicité de la répartition des courants dans l'enroulement (v. § 22-2). Le champ se reproduit chaque période. Aussi, en calculant le champ de la machine, au lieu de tout le volume du champ peut-on considérer seulement le champ dans les limites d'une période γ_p ou même d'une demi-période $\gamma_p/2$. Une demi-période de champ dans la zone active de la machine est représentée à une échelle agrandie à la figure 23-2.

2. La perméabilité magnétique des matériaux ferromagnétiques μ_{rf} est supposée infiniment grande devant la perméabilité du vide. Etant donné que μ_{rf} se chiffre (pour une induction de 1,5 à 2,0 T) par plusieurs dizaines ou même centaines d'unités, cette hypothèse ne conduit pas à des erreurs notables dans la détermination du champ. D'ailleurs dans les calculs pratiques, il est toujours possible de tenir compte, approximativement, de la valeur finie de la perméabilité magnétique μ_{af} et de la réluctance des portions ferromagnétiques du circuit magnétique.

3. Avec l'hypothèse du p. 2 on peut appliquer la méthode de superposition et déterminer le champ magnétique de la machine par la somme des champs produits par ses enroulements distincts. A son tour, le champ d'un enroulement peut être déterminé comme la somme des champs engendrés par des courants dans les *systèmes périodiques de bobines* [1].

Nous appellerons *système périodique de bobines* l'ensemble de $2p$ bobines régulièrement réparties le long de la circonférence, déplacées les unes par rapport aux autres d'une demi-période et connectées entre elles de façon à produire une structure périodique de courants à p périodes.

Un tel système périodique de bobines est tracé en traits forts sur les figures 22-3, 22-5, 22-7 (les côtés supérieurs des bobines du système sont logés sur ces figures dans les encoches *1*, *10*, *19* et *28*). En examinant les schémas des enroulements polyphasés représentés par ces figures, on peut constater que tout enroulement se décompose en une somme de systèmes périodiques de bobines. Une phase de l'enroulement est constituée par q systèmes périodiques de bobines déplacés dans l'espace l'un par rapport à l'autre d'un pas polaire. L'enroulement en entier comporte mq systèmes périodiques de bobines.

Pour déterminer le champ total de l'enroulement il suffit de calculer le champ magnétique produit par un seul système périodique de bobines parcouru par un courant unité $I = 1$, déterminer les champs de tous les systèmes périodiques pour des courants instantanés donnés qui les traversent, en augmentant proportionnellement le champ dû au courant unité, et faire la somme de ces champs, en tenant compte de leur position dans l'espace.

C'est ainsi que le problème très complexe du calcul du champ magnétique produit par les courants dans tous les enroulements de la machine se ramène à un problème plus simple qui consiste à déterminer le champ d'un système périodique de bobines pour une valeur infiniment grande de la perméabilité magnétique relative des armatures $\mu_{rf} = \infty$.

§ 23-3. Structure spatiale du champ magnétique d'un enroulement polyphasé

La structure spatiale du champ d'un enroulement polyphasé peut être étudiée sur l'exemple du champ de son élément le plus simple qui est le système périodique de bobines dont le champ magnétique est montré sur la figure 23-2. Le nombre de périodes du champ est égal à deux. Sur chaque demi-période est placée une bobine à pas raccourci parcourue par un courant. En se déplaçant d'une demi-période $\gamma_p/2$, le champ se reproduit avec des signes inverses. Le champ

---

[1] On ne considère ici que des enroulements à nombre q entier d'encoches par pôle et par phase (v. § 22-2).

magnétique existant dans le volume des armatures magnétiques, dont les lignes de force sont tracées en traits interrompus sur la figure 23-3, peut ne pas être considéré lorsque la perméabilité magnétique est infiniment grande (l'énergie de ce champ est nulle). Le champ magné-

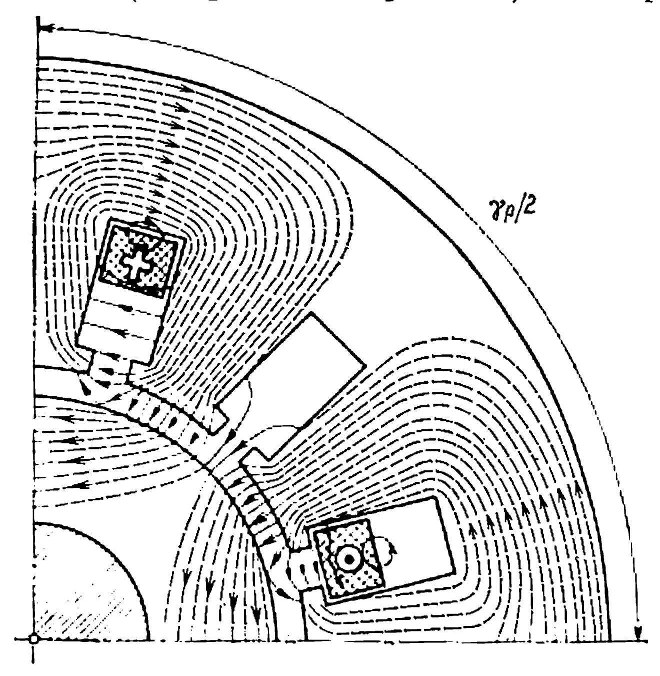


Fig. 23-3. Elément agrandi de champ magnétique de la figure 23-2 dans les limites d'une demi-période.

tique dans l'espace non magnétique peut être subdivisé en trois champs caractéristiques:

a) le champ dans le région de l'entrefer;

b) le champ dans la région des encoches parcourues par des courants;

c) le champ dans la région des têtes de bobines.

Dans le calcul de la machine, le rôle le plus important revient au champ dans la région de l'entrefer entre le stator et le rotor. L'énergie de ce champ est très nettement supérieure à l'énergie des autres champs considérés, si bien que dans ce qui suit nous apportons une attention spéciale au calcul de ce champ. Les lignes du champ dans l'entrefer sont tracées sur la figure 23-3 en traits continus plus forts. Ce champ présente les particularités suivantes: premièrement, dans les limites de la longueur l de l'armature magnétique les lignes de force de ce champ se situent dans des plans perpendiculaires à l'axe des z et le champ lui-même se reproduit dans chacun de ces plans, ce qui permet de l'appeler champ *plan parallèle* (ou *à deux dimensions*);

deuxièmement, toutes les lignes de ce champ traversent l'entrefer et déterminent le flux embrassé et l'inductance mutuelle entre l'enroulement considéré et les enroulements placés sur l'autre armature magnétique, ce qui permet de dire que c'est un *champ d'induction mutuelle*; et, troisièmement, dans la région de ce champ il n'y a pas de courants répartis, ce qui permet d'utiliser, lors du calcul de ce champ, la notion de *potentiel magnétique scalaire* (v. § 23-4).

Le champ dans la région d'une encoche parcourue par un courant est représenté à une échelle agrandie par la figure 23-4. Les lignes de ce champ n'entourent que les conducteurs de l'enroulement considéré. Elles ne traversent nulle part l'entrefer et ne sont pas embrassées par les enroulements logés sur l'autre armature magnétique. Les champs de ce genre sont appelés *champs de fuites* ou *de dispersion* magnétique. La région du *champ de fuites d'encoche* est séparée de la région du champ d'induction mutuelle dans l'entrefer par des lignes du champ caractéristiques *O1* et *O4* passant par le point *O* situé sur la surface de l'autre armature magnétique.

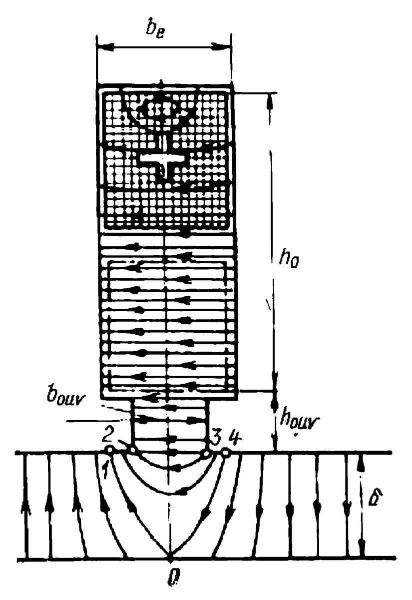


Fig. 23-4. Elément agrandi de champ magnétique de la figure 23-2 dans la région de l'encoche parcourue par un courant.

Pour une étude plus détaillée, le *champ de fuites de l'encoche* est décomposé en un champ qui existe directement dans la région de l'encoche (c'est-à-dire à l'intérieur de l'encoche jusqu'à la ligne *23*) et un *champ de fuites des têtes de dents* dont les lignes pénètrent dans la région de l'entrefer et se situent dans les limites de la région *O1234O*.

Dans les limites de la longueur de l'armature magnétique, le champ de fuites d'encoche est un champ plan parallèle. Il se reproduit dans toute section transversale de la machine et ses lignes de force se situent dans les plans de telles sections. Le calcul du champ de fuites d'encoche est plus complexe que celui du champ dans la région de l'entrefer parce que dans la région des encoches il y a circulation d'un courant réparti (dans les limites de la section de la bobine, la densité J de ce courant peut être considérée comme constante et dirigée suivant l'axe de la machine z). Dans le cas général, pour le calcul du champ de fuites d'encoche on utilise la description du champ magnétostatique [v. (23-1) à (23-5)] et bien que le calcul se trouve fortement simplifié du fait que le champ est à deux

dimensions, le champ ne peut être déterminé analytiquement que dans certains cas particuliers (par exemple, pour des encoches de forme rectangulaire ou ronde). D'ailleurs, les solutions analytiques qu'on parvient à obtenir sont tellement compliquées que pour les calculs pratiques dans le cas des encoches de forme quelconque on se sert des solutions approchées obtenues pour un champ idéalisé. Une telle solution idéalisée est considérée plus loin (v. § 28-7) à l'occasion du calcul de l'inductance de fuites des encoches.

L'espace non magnétique qui entoure les têtes des bobines en dehors des armatures magnétiques forme la région du *champ des têtes de bobines*. Les lignes de ce champ se ferment autour des parties frontales et se caractérisent par une configuration fort complexe dans l'espace. Un calcul exact du champ des têtes de bobines exige qu'on ait recours à la description complète du champ magnétostatique exposée au début de ce paragraphe. La résolution du problème se complique du fait que le champ est à trois dimensions et les têtes de bobines présentent une forme complexe. Ce champ peut subir une certaine influence de la part des parties constructives voisines de la machine faites en matériaux ferromagnétiques (paliers, bâti, arbre, etc.). Par contre, on peut ne pas tenir compte de la position angulaire du rotor par rapport au stator.

L'énergie du champ des têtes de bobines est insignifiante. Pour cette raison, le calcul du champ et de l'inductance des têtes de bobines (v. § 8-7) n'exige pas de grande précision. Il importe de remarquer qu'une partie des lignes du champ des têtes de bobines entourent les têtes de bobines des enroulements placés sur l'autre armature magnétique et concourent ainsi à la production de l'inductance mutuelle entre ces enroulements. Aussi le *champ de fuites des têtes* de bobines ne représente-t-il qu'une partie du champ total des têtes de bobines. La contribution du champ des têtes de bobines à la production de l'inductance mutuelle des enroulements placés sur les armatures magnétiques du stator et du rotor est très petite (par rapport à celle du champ d'induction mutuelle dans la région de l'entrefer). L'influence du champ des têtes de bobines sur l'inductance mutuelle des enroulements peut donc être négligée.

§ 23-4. Approche du calcul du champ magnétique d'induction mutuelle

Avec les hypothèses faites au § 23-2, le champ d'induction mutuelle d'un enroulement polyphasé peut être considéré comme un champ plan parallèle (à deux dimensions) dont l'énergie est concentrée dans la région de l'entrefer non magnétique où des courants répartis n'existent pas. L'intensité H d'un tel champ peut s'exprimer par le gradient d'une fonction auxiliaire, à savoir le gradient du potentiel magnétique scalaire $\varphi_m = \varphi$

$$H = -\text{grad}\ \varphi. \tag{23-7}$$

En introduisant (23-7) dans (23-2) et (23-3), il est facile d'obtenir pour le potentiel magnétique scalaire une équation différentielle aux dérivées partielles du second ordre connue sous le nom d'équation de Laplace:

$$\nabla^2\varphi=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=0. \qquad (23\text{-}8)$$

Pour déterminer φ en tout point de coordonnées x, y se trouvant dans la région de l'entrefer, il faut résoudre l'équation (23-8) compte tenu des conditions aux limites sur les surfaces ferromagnétiques, correspondant aux courants instantanés dans les phases de l'enroulement. Les conditions aux limites sont données sous la forme de la répartition du potentiel φ sur les surfaces. La détermination de cette répartition est un problème indépendant qui peut être résolu de façon univoque si l'on connaît le schéma de l'enroulement et les courants instantanés dans ses phases. Or, sa résolution est d'autant plus compliquée que le schéma de l'enroulement est plus complexe. Il y a donc intérêt à résoudre ce problème tout d'abord pour des courants dans un système périodique de bobines et à trouver ensuite la répartition de potentiels pour l'enroulement polyphasé en faisant la somme des potentiels des systèmes périodiques de bobines.

Après avoir résolu l'équation (23-8) par rapport à φ et donc trouvé ainsi la répartition du potentiel sur les surfaces limites, on détermine les composantes de l'intensité de champ dans la région de l'entrefer à l'aide de (23-7):

$$H_x=-\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad H_y=-\frac{\partial\varphi}{\partial y}. \qquad (23\text{-}9)$$

§ 23-5. Longueur de calcul de l'armature magnétique

La figure 23-5 montre la coupe longitudinale de la machine représentée par la figure 23-2. Une des armatures magnétiques est subdivisée en plusieurs paquets de longueur l_1' séparés par des intervalles (canaux radiaux) de largeur b_v destinés à augmenter la surface de refroidissement. Comme le montre cette figure, le champ magnétique dans la région de l'entrefer est presque uniforme dans la zone des paquets magnétiques (dans la section transversale faite dans cette zone, le champ peut être considéré comme plan et parallèle), légèrement affaibli dans la zone des canaux et s'évanouit progressivement au fur et à mesure qu'on s'éloigne des faces terminales de l'armature magnétique après la sortie de l'entrefer.

Tout cela influence la forme de la courbe de composante radiale (normale) de l'induction magnétique B dans l'entrefer. Pour pouvoir simplifier les calculs ultérieurs sans déformer les phénomènes de transformation de l'énergie dans la machine, le champ non uniforme suivant la longueur de la machine est remplacé par un champ uni-

forme dont l'induction est égale à l'induction B_m dans la région des paquets et on suppose que ce champ s'exerce sur la longueur de calcul l_δ obtenue à partir de la condition de conservation du flux magnétique

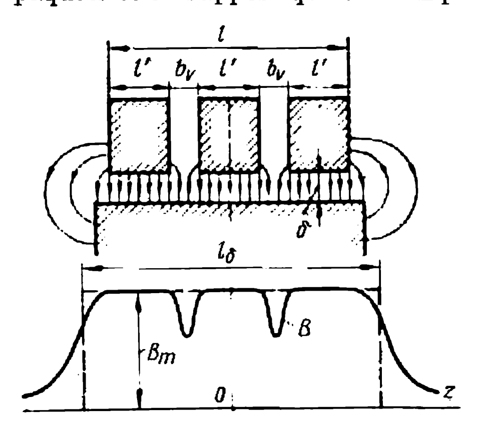


Fig. 23-5. Détermination de la longueur de calcul d'une armature magnétique.

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} B\,dz = B_m l_\delta$$

par unité de longueur de la circonférence de l'entrefer, d'où

$$l_\delta = \frac{1}{B_m} \int_{-\infty}^{+\infty} B\,dz.$$

On démontre que

$$l_\delta = l - n_v b'_v + 2\delta, \tag{23-10}$$

où $b'_v = c_0 c_v \delta$, $c_v = \frac{b_v/c_0\delta}{5 + b_v/c_0\delta}$; $c_0 = 1$ lorsque les canaux sont aménagés seulement sur le stator (ou seulement sur le rotor); $c_0 = 0{,}5$ si les canaux sont prévus à la fois sur le stator et sur le rotor.

N o t e. Pour un entrefer très petit ($\delta \ll b_v$), la largeur de calcul du canal $b'_v \approx b_v$; pour un très grand entrefer ($\delta \gg b_v$), la largeur de calcul du canal $b'_v \approx 0$.

CHAPITRE 24

CHAMP MAGNÉTIQUE D'INDUCTION MUTUELLE D'UNE PHASE DE L'ENROULEMENT ET DE SES ÉLÉMENTS

§ 24-1. Champ magnétique et f.m.m. d'un système périodique de courants

Un tel système de courants de sens alternés de période 2τ est représenté par la figure 24-1. Les courants iw_b et $(-iw_b)$ sont logés dans les encoches de l'armature magnétique *M1*. Lorsqu'on se dé-

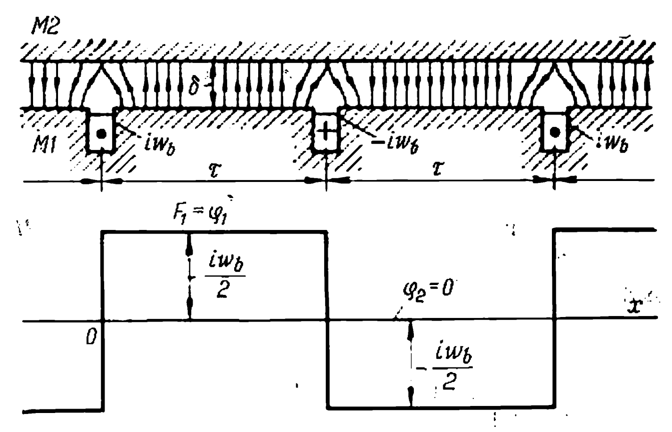


Fig. 24-1. Système périodique de courants.

place d'une distance égale à τ, le courant dans l'encoche change de sens. L'armature magnétique excitée *M1* est séparée de l'armature magnétique non excitée *M2* par l'entrefer δ. Vu la petitesse de l'entrefer δ par rapport à son rayon R ($\delta \ll R$), on peut négliger l'influence de la courbure et remplacer l'entrefer annulaire par un entrefer plan (fig. 24-1). La position d'un point dans l'entrefer plan peut se caractériser commodément par sa distance x à l'axe de l'encoche qui est liée à la coordonnée angulaire γ de ce point dans l'entrefer annulaire par une simple relation $x = \gamma R$, où R est le rayon moyen de l'entrefer.

Pour simplifier l'analyse, remplaçons le courant réparti dans l'encoche montré sur la figure 24-1, par exemple le courant iw_b, par un courant linéaire de même valeur $i_e = iw_b$ concentré sur l'axe de l'encoche près de son fond (fig. 24-2).

Pour déterminer le potentiel magnétique sur les surfaces frontières de la région de l'entrefer qui coïncident avec les surfaces des

armatures magnétiques $M1$ et $M2$, appliquons la loi de courant total au contour $1'2'211'$ symétrique par rapport à l'axe de l'encoche:

$$\oint H_l \, dl = iw_b.$$

Pour une valeur infiniment grande de la perméabilité magnétique et une valeur finie de l'induction magnétique B, l'intensité de champ à l'intérieur des armatures magnétiques

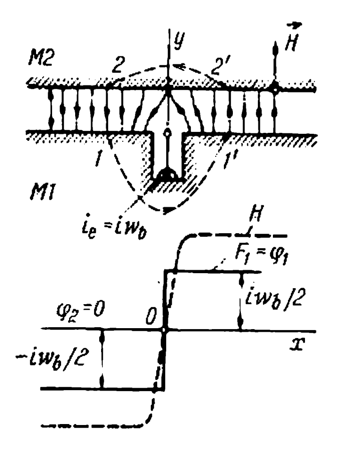


Fig. 24-2. Champ d'induction mutuelle et f.m.m. près de l'encoche parcourue par un courant de la fig. 24-1.

$$H = \frac{B}{\mu_a} = 0,$$

de sorte qu'aucune chute de potentiel magnétique ne se produit à l'intérieur des armatures magnétiques:

$$\int_{2}^{2'} H_l \, dl = \int_{1'}^{1} H_l \, dl = 0. \qquad (24\text{-}1)$$

La circulation du vecteur H peut donc être représentée par la somme des variations du potentiel dans l'entrefer sur les portions $1'2'$ et 21:

$$\oint H_l \, dl = \int_{1'}^{2'} H_l \, dl + \int_{2}^{1} H_l \, dl = $$

$$= \int_{1'2'21} H_l \, dl = iw_b. \qquad (24\text{-}2)$$

Si l'on tient compte du fait que le champ magnétique est symétrique par rapport à l'axe de l'encoche et donc

$$\int_{1'}^{2'} H_l \, dl = \int_{2}^{1} H_l \, dl = \frac{iw_b}{2}, \qquad (24\text{-}3)$$

et l'on pose nul le potentiel magnétique de l'armature magnétique $M2$ non excitée $\varphi_2 = 0$, le potentiel magnétique de l'armature excitée 1 à droite de l'axe de l'encoche (pour $x > 0$) aura pour valeur

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \int_{1'}^{2'} H_l \, dl = \frac{iw_b}{2}$$

et à gauche de l'axe de l'encoche (pour $x < 0$)

$$\varphi_1 = \varphi_2 - \int_{2}^{1} H_l \, dl = -\frac{iw_b}{2}. \qquad (24\text{-}4)$$

Il résulte de cette expression que le potentiel de l'armature magnétique $M1$ à gauche de l'encoche diffère du potentiel à droite de

l'encoche de la valeur du courant dans l'encoche iw_b (le courant est considéré comme positif lorsqu'il circule de l'arrière à l'avant de la feuille).

Le champ régnant dans l'entrefer de la machine dépend de la différence de potentiel entre les surfaces des armatures magnétiques *M1* et *M2* qui est produite sous l'action des courants parcourant l'enroulement. Dans la théorie des machines électriques, cette différence de potentiel magnétique égale à l'intégrale linéaire de l'intensité de champ magnétique dans l'entrefer ou au courant total par l'entrefer est appelée *force magnétomotrice* (f.m.m.).

En considérant le champ dans l'entrefer et la f.m.m. comme positifs s'ils agissent dans le sens de l'armature magnétique intérieure *M1* vers l'armature extérieure *M2*, il faut déterminer la f.m.m. par la formule

$$F = \varphi_1 - \varphi_2. \tag{24-5}$$

Dans le cas considéré où l'armature magnétique intérieure *M1* est excitée, alors que l'armature *M2* ne l'est pas et $\varphi_2 = 0$, la f.m.m. de l'armature excitée *M1* est égale à $F_1 = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1$. Si c'est l'armature extérieure *M2* qui est excitée alors que l'armature *M1* ne l'est pas et $\varphi_1 = 0$, la f.m.m. de l'armature excitée *M2* est égale à $F_2 = \varphi_1 - \varphi_2 = -\varphi_2$.

Le potentiel magnétique dans la région de l'entrefer peut être déterminé à l'aide de (23-8) pour les conditions aux limites (23-3) et (24-4). Lorsque la répartition de potentiel est connue, l'intensité de champ est calculée au moyen de (23-9). Pourtant, à une certaine distance de l'encoche, l'intensité de champ peut être déterminée d'une façon plus simple. Comme on le voit sur la figure 24-1, la configuration du champ n'est complexe qu'au voisinage de l'encoche, alors qu'à une certaine distance assez petite de l'encoche $|x| > \delta$ le champ devient pratiquement uniforme: ses lignes deviennent normales aux surfaces de l'armature magnétique et son intensité est la même en tous les points dans la région de l'entrefer.

En choisissant le chemin d'intégration (*1'2'* ou *12*) de manière qu'il coïncide avec une des lignes du champ (là où ce dernier est uniforme) et en remarquant que

$$H_l = H_y = H = \text{constante}$$

on trouve que

$$F_1 = \varphi_{m1} - \varphi_{m2} = \int_1^2 H_l \, dl = \int_0^\delta H_y \, dy = H\delta.$$

L'intensité de champ magnétique dans l'entrefer a pour expression

$$H = \frac{F_1}{\delta} = F_1\lambda,$$

où $\lambda = 1/\delta$ est le coefficient de conductivité magnétique de l'entrefer pour la région à champ uniforme.

L'induction magnétique dans l'entrefer est

$$B = \mu_0 H = \mu_0 F_1/\delta = \mu_0 F_1 \lambda. \tag{24-6}$$

Dans les machines électriques à circuit magnétique saturée, la f.m.m. comporte plusieurs composantes dont chacune équilibre la tension magnétique sur une portion déterminée du circuit magnétique. Ces composantes de la f.m.m. sont déterminées à la suite du calcul du circuit magnétique, se désignent par le même symbole et s'appellent dans ce qui suit tensions magnétiques.

§ 24-2. Prise en compte de la denture des armatures magnétiques. Coefficient d'entrefer

La figure 24-3 montre le champ magnétique produit par un système périodique de courants iw_b et $(-iw_b)$ circulant dans une partie des encoches de l'armature magnétique *1*. Cette figure représente une encoche parcourue par le courant iw_b et plusieurs encoches dans lesquelles les courants sont nuls. On suppose que la largeur b_e des encoches soit de l'ordre de grandeur de l'entrefer non magnétique δ. Dans ce cas, le champ créé dans la zone des encoches non parcourues par des courants est fortement affaibli et son intensité est de beaucoup inférieure à celle dans la zone des dents.

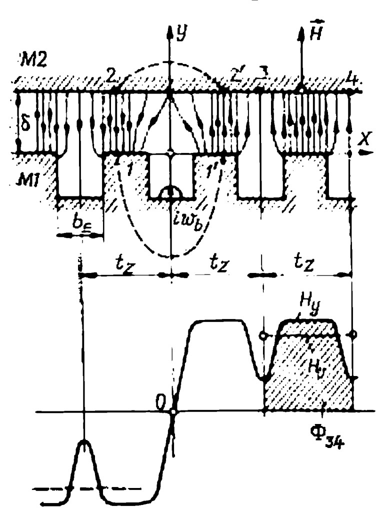


Fig. 24-3. Influence de la denture de l'armature magnétique sur le champ magnétique près d'une encoche non parcourue par un courant.

Le flux magnétique à travers l'entrefer est déterminé par la composante normale de l'intensité du champ dans l'entrefer $H_n = H_y$.

Par exemple, le flux à travers la surface du pas dentaire *34* a pour expression

$$\Phi_{34} = \int_{S_{34}} \mu_0 H_n \, dS = \int_3^4 \mu_0 H_y l_\delta \, dx,$$

où l_δ est la longueur de calcul de la machine.

Pourtant, dans de nombreux cas, il n'est pas nécessaire de connaître dans le détail la répartition de la composante normale du champ sur chacun des pas dentaires. On peut se contenter de déterminer la valeur moyenne de la composante normale de l'intensité du champ H_0 qu'on obtient à partir de la condition de conservation du flux

magnétique à travers la section d'un pas dentaire (non parcouru par un courant) :

$$H_0 = \frac{\Phi_{34}}{\mu_0 t_Z l_\delta} = \frac{\int_3^4 H_y\, dx}{t_Z}. \quad (24\text{-}7)$$

Une analyse détaillée du champ dans l'entrefer a permis de montrer que lorsque la surface dentée de l'armature *M1* est remplacée par une surface lisse placée à une distance $\delta_0 > \delta$ de la surface de l'armature magnétique *M2*, la valeur moyenne de la composante normale de l'intensité du champ magnétique H_0 dans l'entrefer reste la même que dans le cas de l'armature dentée, si

$$\delta_0 = \delta k_\delta. \quad (24\text{-}8)$$

Le coefficient d'entrefer (coefficient de Carter) k_δ par lequel il faut multiplier l'entrefer réel δ pour obtenir l'entrefer de calcul δ_0 est donné par la formule

$$k_\delta = \frac{t_Z}{t_Z - c_e \delta}, \quad (24\text{-}9)$$

où $c_e = \frac{(b_e/\delta)^2}{5 + b_e/\delta}$.

Si l'on doit tenir compte de la denture des deux armatures magnétiques *M1* et *M2*, alors

$$k_\delta = k_{\delta 1} k_{\delta 2}, \quad (24\text{-}10)$$

où $k_{\delta 1}$ et $k_{\delta 2}$ sont les coefficients d'entrefer des armatures *M1* et *M2*, dont chacun est calculé par la formule (24-9) en supposant que la surface de l'armature opposée est lisse :

$$k_{\delta 1} = \frac{t_{Z1}}{t_{Z1} - c_{e1}\delta}; \quad c_{e1} = \frac{(b_{e1}/\delta)^2}{5 + b_{e1}/\delta};$$

$$k_{\delta 2} = \frac{t_{Z2}}{t_{Z2} - c_{e2}\delta}; \quad c_{e2} = \frac{(b_{e2}/\delta)^2}{5 + b_{e2}/\delta}.$$

§ 24-3. Force magnétomotrice d'un système périodique de bobines

Un système périodique de bobines constitue l'élément périodique le plus simple de la phase d'un enroulement (§ 23-2). Aussi, pour déterminer le champ magnétique d'une phase convient-il de calculer d'abord la f.m.m. du système périodique de bobines qui sont parcourues par le courant de voie de la phase i_a.

La valeur instantanée du courant de voie de la phase a pour expression

$$i_a = i/a = \sqrt{2}\, I_a \cos \omega t, \quad (24\text{-}11)$$

où i est le courant instantané de la phase;

I et $I_a = I/a$ sont les valeurs efficaces des courants dans la phase et dans sa voie.

La structure des courants dans un système périodique de bobines se reproduit sur chaque période, ce qui permet de ne considérer la f.m.m. et le champ de ce système que sur une période d'enroulement (sur deux pas polaires τ) représentée par la figure 24-4. Chaque demi-période contient une bobine du système périodique. Le courant instantané dans la phase est supposé circulant dans le sens positif (c'est-à-dire de la fin vers le commencement) et ses sens dans les sections des bobines sont montrés sur la figure.

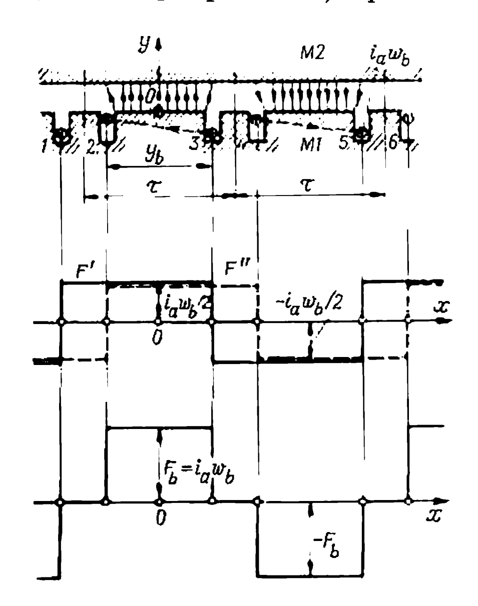


Fig. 24-4. Force magnétomotrice d'un système périodique de bobines.

La force magnétomotrice d'un système périodique de bobines peut être considérée comme la somme des f.m.m. de deux systèmes périodiques de courants : la f.m.m. F' produite par le système périodique de courants circulant dans les encoches de numéros impairs (*1*, *3*, *5*, . . .) et la f.m.m. F'' engendrée par le système périodique de courants dans les encoches paires (*2*, *4*, *6*, . . .). Les f.m.m. dues aux systèmes périodiques de courants ont été déterminées au § 24-1. Leur composition graphique est effectuée sur la figure 24-4.

Dans les limites de la largeur des bobines y_b la f.m.m. $F = F' + F'' = \pm i_a w_b$ et dans l'intervalle entre les bobines $F = 0$.

En se déplaçant dans le sens positif, on constate que sur l'axe de l'encoche la f.m.m. augmente d'une quantité égale au courant dans l'encoche $i_a w_b$ si le courant est dirigé de l'arrière à l'avant de la feuille et diminue de la même quantité si le courant circule dans le sens opposé. On voit aussi que le long de l'entrefer la f.m.m. varie périodiquement avec une période de 2τ. Par suite, en cas de déplacement de 2τ la f.m.m. se reproduit avec le même signe

$$F(x \pm 2\tau) = F(x) \qquad (24\text{-}12)$$

et en cas de déplacement de τ avec le signe opposé

$$F(x \pm \tau) = -F(x). \qquad (24\text{-}13)$$

En considérant comme positif le sens du champ et de la f.m.m. dirigé de l'armature excitée *1* vers l'armature non excitée *2* et en prenant pour origine l'axe de la bobine qui produit une f.m.m. positive lorsque le courant dans la phase est positif, on peut écrire

l'équation de la f.m.m. sur une demi-période:

$$\left.\begin{array}{l} F = F_b = i_a w_b = F_{bm} \cos \omega t \quad \text{pour} \quad -\frac{y_b}{2} < x < \frac{y_b}{2}, \\ F = 0 \quad \text{pour} \quad -\frac{\tau}{2} < x < -\frac{y_b}{2} \text{ et pour } \frac{\tau}{2} > x > \frac{y_b}{2}, \end{array}\right\} \qquad (24\text{-}14)$$

où $F_{bm} = \sqrt{2}\, I_a w_b$ est l'amplitude de la f.m.m. produite par un système périodique de bobines.

La f.m.m. engendrée par un système périodique de bobines parcourues par un courant variant harmoniquement dans le temps i_a, re-

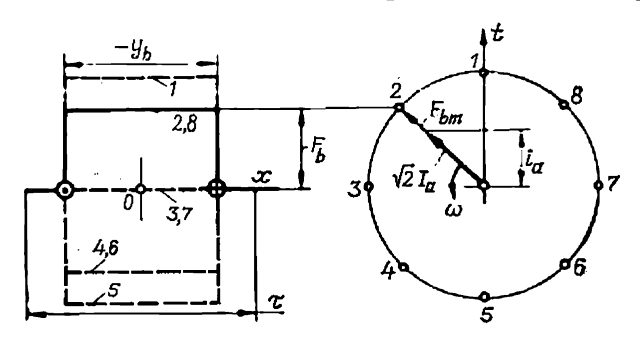


Fig. 24-5. Onde pulsatoire de f.m.m.

présente une onde qui oscille dans le temps avec la pulsation $\omega = 2\pi f$ *mais est fixe dans l'espace.* La position de l'onde dans l'espace est déterminée par la disposition des bobines; la valeur de la f.m.m. dépend du courant i_a dans les bobines. La figure 24-5 montre une série de courbes successives représentant la f.m.m. durant une période de variation du courant. L'équation (24-14) jointe aux expressions (24-12) et (24-13) décrit entièrement la f.m.m. sur toute l'étendue de la périphérie de l'entrefer comportant p périodes.

La répartition de la f.m.m. d'un système périodique de bobines sur toute l'étendue de la périphérie de l'entrefer (pour la machine à $p = 2$ périodes de la figure 22-3) est représentée par la figure 24-6, *a*. La position d'un point quelconque dans la région de l'entrefer peut être caractérisée soit par la distance x à l'origine O le long de la circonférence de l'entrefer, distance qui a été indiquée sur le développement de l'entrefer annulaire suivant une bande (v. fig. 24-4 et autres), soit par l'angle γ entre l'origine et ce point:

$$\gamma = \frac{x}{R} = \frac{x\pi}{\tau p}, \qquad (24\text{-}15)$$

où $R = \tau\, p/\pi$ est le rayon de la circonférence de l'entrefer.

Puisque la f.m.m. se reproduit sur chacune des périodes de la machine, pour avoir une idée complète du champ d'induction mutuelle dans la machine il suffit de connaître la répartition de la f.m.m. dans le modèle de la période de la machine dans lequel on doit con-

server non seulement la structure de l'enroulement comme dans le modèle de la période de l'enroulement (v. § 22-6) mais aussi les dimensions des dents et des encoches le long de la périphérie de l'entrefer (b_e, t_Z, τ, y_b) ainsi que la dimension radiale de l'entrefer δ et sa longueur de calcul l_δ le long de l'axe de la machine.

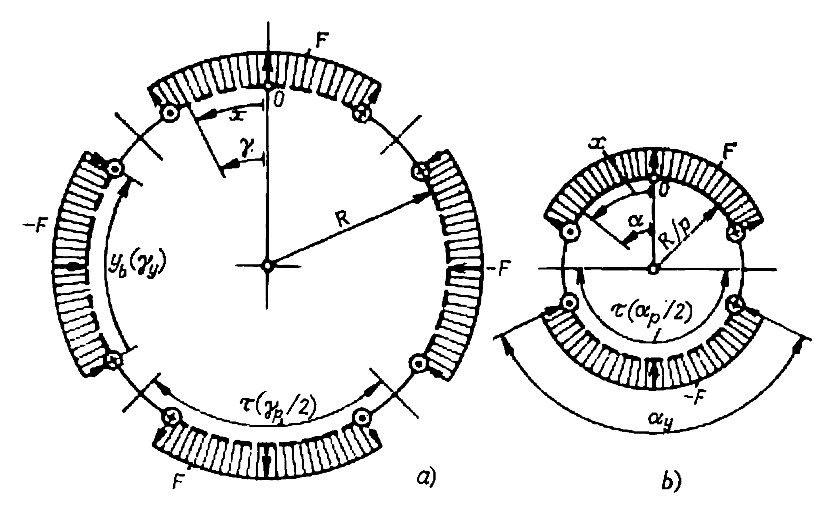


Fig. 24-6. Répartition de la f.m.m. le long de la périphérie de l'entrefer dans une machine à p périodes (a) et dans son modèle (b).

La longueur de la circonférence de l'entrefer dans le modèle de la période de la machine est égale à 2τ. Elle est p fois plus petite que la longueur de la circonférence de l'entrefer dans la machine elle-même. Pour cette raison, le rayon de l'entrefer dans le modèle est également p fois plus petit et égal à R/p. La position d'un point homologue dans les limites de la période de champ se caractérise dans le modèle par la même distance x à l'origine O que dans la machine réelle. L'angle α qui caractérise la position d'un point homologue dans le modèle et qui porte le nom d'*angle électrique* est p fois plus grand que l'angle correspondant γ dans la machine. Compte tenu de (24-15) il résulte de la condition

$$x = \gamma R = \alpha R/p$$

que

$$\alpha = p\gamma = \frac{x}{\tau}\pi. \qquad (24\text{-}16)$$

Dans le même rapport sont augmentés dans le modèle les angles entre tous les éléments caractéristiques de la machine dans les limites d'une période ($\alpha_p = p\gamma_p = 2\pi$, $\alpha_y = p\gamma_y = \frac{y}{\tau}\pi$). De ce qui précède il résulte que *l'angle électrique α entre n'importe quels élé-*

ments dans les limites d'une période de la machine est l'angle entre les mêmes éléments dans le modèle de la période de la machine dans lequel à une période de champ correspond l'angle de 2π.

§ 24-4. Développement de la f.m.m. d'un système périodique de bobines en série de Fourier. Facteur de raccourcissement

Effectuons ce développement pour l'instant $t = 0$ où le courant dans la voie d'enroulement passe par son maximum positif

$$i_a = \sqrt{2}\, I_a.$$

A cet instant, la f.m.m. dans la zone de la bobine $\left(-\frac{y_b}{2} < x < \frac{y_b}{2}\right)$ a pour valeur

$$F_{bm} = \sqrt{2}\, I_a w_b.$$

La courbe de f.m.m. à l'instant $t = 0$ est montrée sur la figure 24-7. Comme le montre cette figure, la f.m.m. est une fonction paire par rapport à l'axe passant par le milieu de la bobine, ce qui signifie que son développement en série ne contiendra que des cosinus. De plus, sur la demi-période suivante la courbe se reproduit avec le signe contraire. Par suite, le développement comportera seulement des harmoniques impairs (v. [14]). La figure 24-7 montre le premier harmonique de la f.m.m. d'amplitude F_{b1} et de demi-période τ_1 et le ν-ième harmonique de la f.m.m. d'amplitude $F_{b\nu}$ et de demi-période $\tau_\nu = \tau/\nu$.

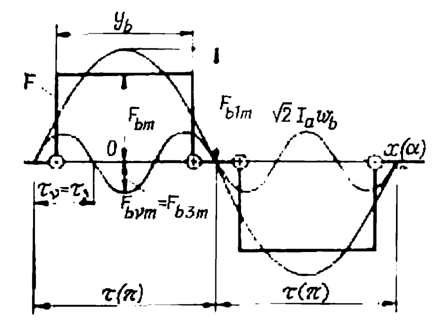


Fig. 24-7. Développement de la f.m.m. d'un système périodique de bobines en série de Fourier ($t = 0$, $i_a = \sqrt{2}\, I_a$).

La force magnétomotrice est représentée par la somme des termes de la série harmonique

$$F_{t=0} = \sum_{\nu=1}^{\infty} F_{b\nu m} \cos \frac{\nu x}{\tau} \pi, \qquad (24\text{-}17)$$

où $\nu = 1 + 2c = 1, 3, 5, 7, \ldots$; $c = 0, 1, 2, 3 \ldots$

En comparant les arguments des cosinus avec (24-16), on peut constater qu'ils représentent des angles électriques augmentés de ν fois, qui caractérisent la position d'un point de coordonnée x

$$\frac{\nu x}{\tau} \pi = \nu\alpha = \alpha_\nu$$

ou, en d'autres termes, que les arguments des cosinus sont égaux aux angles électriques α_ν déterminés suivant le ν-ième harmonique lorsque la période de cet harmonique est prise égale à 2π :

$$\frac{\nu x}{\tau}\pi = \frac{x}{\tau_\nu}\pi = \alpha_\nu.$$

Les coefficients des harmoniques distincts de la série portent le nom d'amplitudes de ces harmoniques et se déterminent, avec des réserves formulées au sujet des particularités de la f.m.m., par la formule

$$F_{b\nu m} = \frac{2}{\tau}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} F_{t=0}\cos\frac{\nu x}{\tau}\pi\, dx = \frac{4}{\pi\nu}F_{bm}k_{r\nu}, \tag{24-18}$$

où

$$F_{t=0} = F_{bm} \quad \text{pour} \quad -\frac{y_b}{2} < x < \frac{y_b}{2};$$

$$F_{t=0} = 0 \quad \text{pour} \quad \frac{\tau}{2} > |x| > \frac{y_b}{2}.$$

Le coefficient

$$k_{r\nu} = \sin\frac{\nu y_b \pi}{2\tau} = \sin\frac{\nu\alpha_y}{2}, \tag{24-19}$$

qui caractérise l'influence du pas d'enroulement y_b de la bobine sur les amplitudes des harmoniques de la f.m.m. s'appelle facteur de raccourcissement de l'enroulement.

Pour le premier harmonique, c'est-à-dire pour $\nu = 1$, on a

$$k_{r1} = \sin\frac{y_b\pi}{2\tau} = \sin\frac{\alpha_y}{2} \leqslant 1. \tag{24-20}$$

Lorsque le pas d'enroulement n'est pas raccourci, c'est-à-dire pour $y_b = \tau$, ce facteur pour le premier harmonique est égal à l'unité

$$k_{r1} = k_r = 1,$$

alors que pour des harmoniques d'ordre plus élevé, c'est-à-dire pour $\nu > 1$, il peut prendre des valeurs

$$k_{r\nu} = \sin\frac{\nu\pi}{2} = \pm 1. \tag{24-21}$$

Le signe du facteur de raccourcissement détermine le signe de l'harmonique correspondant de la f.m.m. sur l'axe de la bobine pour $x = 0$ (sur la figure 24-7, k_{r1} et $F_{b1m} > 0$; k_{r3} et $F_{b3m} < 0$).

De ce qui précède il résulte que *le facteur de raccourcissement peut être défini par le rapport de l'amplitude d'un harmonique de la f.m.m. d'un enroulement donné à pas raccourci à l'amplitude du même harmonique lorsque le pas d'enroulement n'est pas raccourci, c'est-à-dire pour $y_r = \tau$.*

Il résulte de (24-19) que l'influence du raccourcissement du pas sur la f.m.m. dépend de l'angle électrique occupé par la bobine et de

l'ordre de l'harmonique. La plus intense est la première composante harmonique de la f.m.m. (on l'appelle aussi harmonique fondamen-

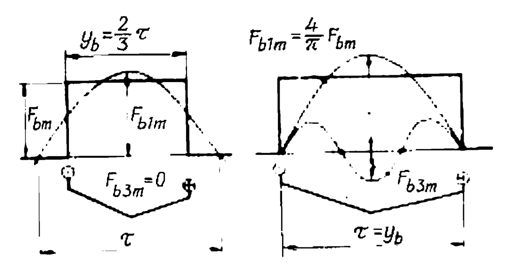


Fig. 24-8. Influence du raccourcissement du pas sur les harmoniques de la f.m.m.

tal) dont l'amplitude est

$$F_{b1m}=\frac{4}{\pi}F_{bm}k_{r1}. \qquad (24\text{-}22)$$

Les amplitudes des harmoniques d'ordre plus élevé de la f.m.m. sont de beaucoup plus faibles (on a en vue leurs valeurs absolues)

$$\frac{|F_{b\nu m}|}{|F_{b1m}|}=\frac{|k_{r\nu}|}{\nu|k_{r1}|}.$$

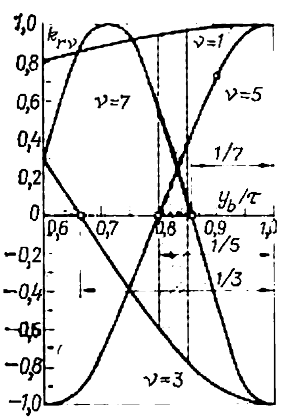


Fig. 24-9. Variation des facteurs de raccourcissement $k_{r\nu}$ en fonction du pas d'enroulement y_b.

Si le pas de la bobine est choisi égal à $y_r=\frac{\nu-1}{\nu}\tau$, *la composante harmonique d'ordre* ν *sera nulle dans le développement de la f.m.m.* On peut s'en assurer facilement à l'aide de (24-19) en se rappelant que ν est un nombre impair et donc $\nu-1$ est toujours un nombre pair. En effet, avec un tel pas le facteur de raccourcissement pour le ν-ième harmonique est nul :

$$k_{r\nu}=\sin \nu\tau\frac{(\nu-1)\pi}{\nu\cdot 2\tau}=\sin k\pi=0,$$

où k est un nombre entier.

Par exemple, pour $y_r=\frac{\nu-1}{\nu}\tau=\frac{2}{3}\tau$, c'est le troisième harmonique de la f.m.m. qui sera nul comme le montre la figure 24-8 ($F_{b3m}=$ $=k_{r3}=0$).

Pour améliorer les conditions de fonctionnement de la machine, il est souhaitable que la f.m.m. soit à répartition spatiale harmonique (sinusoïdale ou cosinusoïdale). Il est donc avantageux de choisir un raccourcissement de pas pour lequel les harmoniques supérieurs de

la f.m.m. soient affaiblis. Il est impossible de le faire pour tous les harmoniques supérieurs ($\nu > 1$) à la fois parce que pour supprimer un harmonique donné il faut avoir un raccourcissement de pas bien déterminé. On est donc amené à consentir à un compromis en choisissant $y_b = (0,82$ à $0,85)\ \tau$. L'examen de la figure 24-9 montre qu'avec une telle solution le premier harmonique de la f.m.m. reste presque le même que dans l'enroulement à pas normal ($k_{r1} = 0,96$ à 0,98), alors que le cinquième et le septième harmoniques sont fortement atténués ($k_{r5} = 0,16$ à 0,35, $k_{r7} = 0,35$ à 0,08). Il est vrai que le troisième harmonique reste notable, mais il est supprimé dans la courbe de f.m.m. par d'autres moyens (v. § 25-4). Quant aux harmoniques d'ordre plus élevé ($\nu = 11$, 13, 15, etc.), leurs amplitudes sont très inférieures à l'amplitude de la composante fondamentale. Même dans le cas des coefficients d'enroulement élevés on a pour ces harmoniques

$$F_{b\nu m} = \frac{4F_{bm}}{\pi\nu} k_{r\nu} \ll F_{b1m} = \frac{4}{\pi} F_{bm} k_{r1}. \qquad (24\text{-}23)$$

§ 24-5. Force magnétomotrice d'une phase. Facteur de distribution

Pour un nombre quelconque q de bobines dans le groupe, une phase de l'enroulement peut être imaginée comme l'ensemble constitué par q systèmes périodiques de bobines (phases élémentaires), examinés dans le paragraphe précédent, qui ne comportent qu'une seule bobine sur chaque pas polaire. Un tel système périodique de bobines (phase élémentaire) a $q = 1$. Par exemple, la phase A de l'enroulement de la figure 22-3 comporte $q = 3$ systèmes périodiques de bobines (phases élémentaires), à savoir: le système périodique de bobines tracées en traits forts et comprenant les bobines *1*, *10*, *19*, *28*, le système de bobines *2*, *11*, *20*, *29* et le système de bobines *3*, *12*, *21*, *30*. La f.m.m. d'une phase peut donc être calculée pour un nombre quelconque q comme la somme des f.m.m. produites par les systèmes périodiques de bobines. Pour pouvoir effectuer cette sommation sous forme analytique, il est commode de trouver d'abord les diverses composantes harmoniques de la f.m.m. de la phase sous la forme de la somme des harmoniques correspondants des f.m.m. des systèmes périodiques de bobines. Effectuons cette sommation d'abord pour les premiers harmoniques et ensuite pour des harmoniques d'ordre quelconque de la f.m.m. de la phase en considérant comme précédemment que le courant dans la phase est maximal, c'est-à-dire que $i_a = \sqrt{2} I_a$. Les premiers harmoniques des f.m.m. produites par q systèmes périodiques de bobines, ayant des amplitudes F_{b1m}, sont montrés sur la figure 24-10. Le système périodique de bobines d'indice 1 est constitué par les premières bobines sur chaque pas polaire. Le système d'indice 2 comprend les deuxièmes bobines, et ainsi de suite. Deux systèmes périodiques consécutifs sont déplacés l'un

par rapport à l'autre d'un pas dentaire t_Z suivant la périphérie de l'entrefer, alors que les premiers harmoniques des f.m.m. des phases élémentaires sont décalés de l'angle électrique $\alpha_Z = \frac{t_Z}{\tau}\pi = \frac{2\pi}{Z}p$ (pour simplifier la représentation, les bobines sont figurées sans raccourcissement de pas). En faisant la somme des premiers harmoniques des f.m.m. des systèmes périodiques de bobines, il faut tenir compte

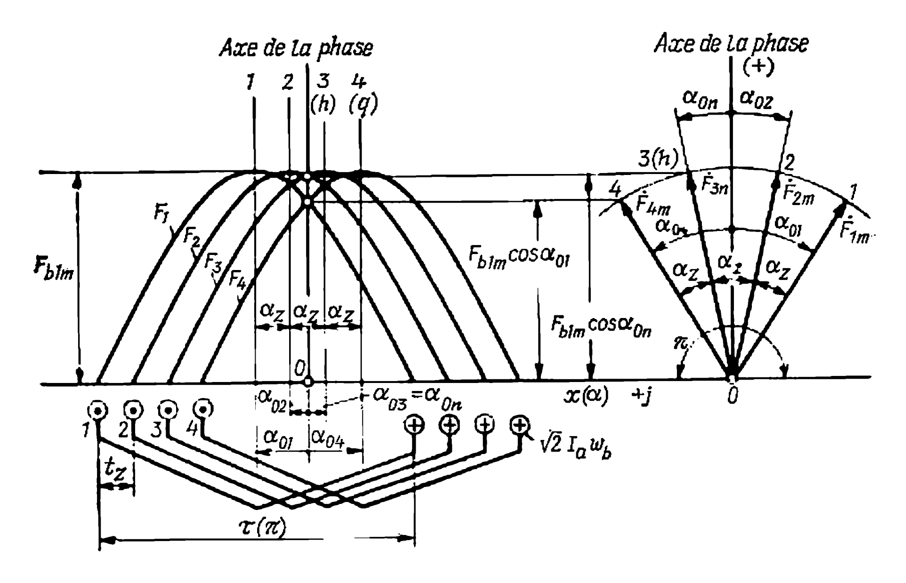


Fig. 24-10. Premiers harmoniques de la f.m.m. des systèmes périodiques de bobines constituant une phase de l'enroulement pour $q = 4$.

du fait qu'ils sont décalés l'un par rapport à l'autre de l'angle α_Z et que leurs axes *1*, *2*, *3*, *4* menés par des points correspondant aux valeurs maximales des f.m.m. à répartition cosinusoïdale sont décalés des angles α_{01}, α_{02}, $\alpha_{03} = \alpha_{0n}$, $\alpha_{04} = \alpha_{0q}$ par rapport à l'axe de la phase (c'est-à-dire par rapport à l'axe de symétrie du groupe de bobines sur le pas polaire considéré).

L'angle électrique entre l'axe du n-ième système périodique de bobines et l'axe de la phase a pour expression

$$\alpha_{0n} = \alpha_Z (n-1) - \alpha_Z \frac{(q-1)}{2} \qquad (24\text{-}24)$$

(c'est-à-dire que $\alpha_{01} = -\frac{3}{2}\alpha_Z$, $\alpha_{02} = -\frac{1}{2}\alpha_Z$, $\alpha_{03} = +\frac{1}{2}\alpha_Z$, $\alpha_{04} = +\frac{3}{2}\alpha_Z$).

La force magnétomotrice de la phase égale à la somme des f.m.m. produites par les systèmes périodiques de bobines sera caractérisée par une répartition cosinusoïdale sur chaque pas polaire $F =$

$= F_{\text{ph}1m} \cos \alpha$. La f.m.m. de la phase a sa valeur maximale ($F_{\text{ph}1m}$) sur l'axe de la phase. Cette valeur maximale peut être calculée comme la somme des f.m.m. des systèmes périodiques composants sur l'axe de la phase:

$$F_{\text{ph}1m} = \sum_{n=1}^{q} F_{\text{b}1m} \cos \alpha_{0n}. \tag{24-25}$$

Pour obtenir une formule analytique donnant l'amplitude de la f.m.m. de la phase, il est commode d'utiliser les f.m.m. des systèmes périodiques de bobines en notation complexe:

$$\dot{F}_{nm} = F_{\text{b}1m} e^{j\alpha_{0n}} \tag{24-26}$$

montrées pour $n = 1, 2, 3, 4$ (q) sur la figure 24-10. Si l'on fait coïncider l'axe de la phase avec l'axe réel du plan complexe, la f.m.m. produite par le n-ième système périodique sur l'axe de la phase sera égale à la partie réelle de la $\dot{F}_{nm}$ complexe

$$\dot{F}_{\text{b}1m} \cos \alpha_{0n} = \text{Re}\, \dot{F}_{nm}, \tag{24-27}$$

car $e^{j\alpha_{0n}} = \cos \alpha_{0n} + j \sin \alpha_{0n}$.

Alors, l'amplitude de la f.m.m. d'une phase aura pour valeur

$$F_{\text{ph}1m} = \sum_{n=1}^{q} \text{Re}\, \dot{F}_{nm} = \text{Re} \sum_{n=1}^{q} \dot{F}_{nm} = \text{Re}\, \dot{F}_{\text{ph}1m}.$$

On voit que la f.m.m. complexe d'une phase

$$\dot{F}_{\text{ph}1m} = \sum_{n=1}^{q} \dot{F}_{nm}$$

est égale à la somme des f.m.m. complexes des systèmes périodiques de bobines.

La sommation des f.m.m. complexes des systèmes périodiques de bobines est effectuée à une échelle réduite sur la figure 24-11. En remarquant que le polygone constitué par les $\dot{F}_{1m}$, $\dot{F}_{2m}$, $\dot{F}_{3m}$, $\dot{F}_{4m} = \dot{F}_{qm}$ complexes à additionner s'inscrit dans une circonférence de rayon

$$OA = OB = \frac{F_{\text{b}1m}}{2 \sin \frac{\alpha_Z}{2}},$$

on peut déterminer l'amplitude $F_{\text{ph}1m}$ de la f.m.m. de la phase à partir du triangle rectangle ODA

$$F_{\text{ph}1m} = 2(OA) \sin \frac{q\alpha_Z}{2} = qF_{\text{b}1m} k_{\text{d}1} = \frac{2\sqrt{2}\, Iwk_{\text{e}1}}{\pi p}, \tag{24-28}$$

où $I = aI_a$ est le courant efficace de la phase;

$w = \frac{2p}{a} w_{\text{b}} q$, le nombre de spires par voie d'enroulement de la phase;

$k_{e1} = k_{r1}k_{d1}$, le coefficient d'enroulement pour le premier harmonique de la f.m.m.

Le coefficient

$$k_{d1} = \frac{\sin \frac{q\alpha_Z}{2}}{q \sin \frac{\alpha_Z}{2}}, \tag{24-29}$$

qui caractérise l'influence que la répartition des bobines de phase par encoches exerce sur l'amplitude de la f.m.m. de la phase s'ap-

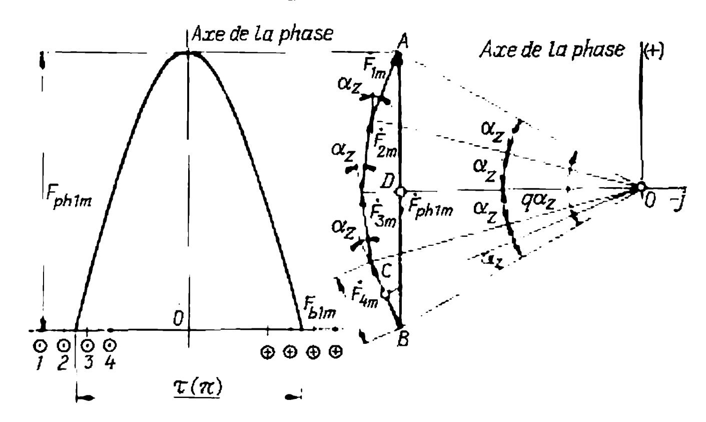


Fig. 24-11. Composition des f.m.m. des systèmes périodiques de bobines de la figure 24-10 constituant une phase de l'enroulement.

pelle *facteur de distribution de l'enroulement* pour la composante harmonique fondamentale.

Le facteur de distribution $k_{d1} = F_{ph1m}/qF_{b1m}$ *est égal au rapport de l'amplitude du premier harmonique de la f.m.m. de la phase* F_{ph1m} *à la somme arithmétique des amplitudes des premiers harmoniques des f.m.m. des systèmes périodiques de bobines constituant la phase* qF_{b1m}.

En déterminant l'amplitude $F_{ph\nu m}$ du ν-ième harmonique de la f.m.m. de la phase, on doit tenir compte du fait que les angles électriques $\alpha_{Z\nu}$ sont augmentés de ν fois:

$$\alpha_{Z\nu} = \frac{t_Z}{\tau_\nu}\pi = \frac{\nu t_Z}{\tau}\pi = \nu\alpha_Z. \tag{24-30}$$

C'est pourquoi l'amplitude de la ν-ième composante harmonique de la phase a pour expression

$$F_{ph\nu m} = qE_{b\nu m}k_{d\nu} = \frac{2\sqrt{2}\,Iwk_{r\nu}k_{d\nu}}{\pi p\nu}, \tag{24-31}$$

où le coefficient

$$k_{d\nu}=\frac{\sin\frac{\nu q\alpha_Z}{2}}{q\sin\frac{\nu\alpha_Z}{2}}, \qquad (24\text{-}32)$$

s'appelle *facteur de distribution pour le ν-ième harmonique.*

Dans un enroulement symétrique à m phases, le groupe de bobines occupe $1/m$ du pas polaire ou un angle électrique $\pi/m = q\alpha_Z$ par rapport à la composante harmonique fondamentale, de sorte que

$$k_{d\nu}=\frac{\sin\frac{\nu\pi}{2m}}{q\sin\frac{\nu\pi}{2mq}}, \qquad (24\text{-}33)$$

et dans un enroulement triphasé ($m = 3$)

$$k_{d\nu}=\frac{\sin\frac{\nu\pi}{6}}{q\sin\frac{\nu\pi}{6q}}.$$

En utilisant les relations (24-31) et (24-33), il est facile d'élucider comment une augmentation du nombre q de bobines dans le groupe influe sur la forme de la courbe de f.m.m. de la phase.

Les facteurs de distribution pour le premier harmonique et les harmoniques supérieurs de la f.m.m. de la phase sont représentés pour différentes valeurs de q sur la figure 24-12. Pour $q = 1$ tous les facteurs de distribution $k_{d\nu}$ sont égaux à l'unité.

Lorsqu'on fait croître le nombre q, le facteur de distribution k_{d1} pour le premier harmonique n'accuse qu'une baisse peu sensible (pour $q = 2$ il est égal à 0,969 et pour $q = \infty$, $k_{d1} = 0{,}955$). En même temps, les facteurs de distribution pour des harmoniques supérieurs diminuent brusquement et lorsque $q = \infty$, tous ces facteurs deviennent égaux à

$$|k_{d\nu}|=\frac{2}{\nu}k_{d1}$$

pour les harmoniques multiples de trois et à

$$|k_{d\nu}|=\frac{1}{\nu}k_{d1}$$

pour tous les autres harmoniques.

De plus, même pour des valeurs pas très élevées de q (par exemple, $q = 3$ ou 4), les facteurs de distribution sont presque les mêmes que pour $q = \infty$. C'est seulement pour des harmoniques supérieurs dits de denture, dont l'ordre est déterminé par la formule

$$\nu=\frac{kZ}{p}\pm 1=2mqk\pm 1, \qquad (24\text{-}34)$$

où k est un entier quelconque, que le facteur de distribution est égal à celui pour le premier harmonique ($k_{d\nu} = k_{d1}$) [1]. Par exemple, pour $q = 2$, jouissent de cette propriété les composantes harmoniques d'ordre $\nu = 2mqk \pm 1 = 2 \cdot 3 \cdot 2k \pm 1 = 11, 13, 23, 25$. On peut

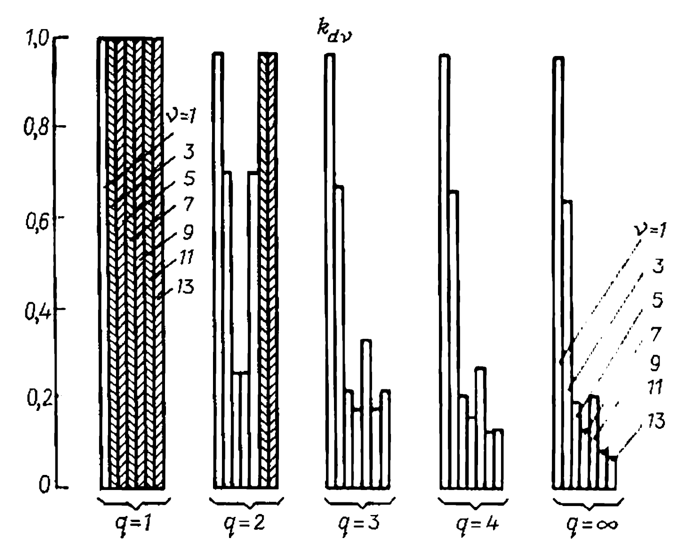


Fig. 24-12. Variation des facteurs de distribution $k_{d\nu}$ en fonction du nombre d'encoches par pôle et par phase (pour un enroulement triphasé).

s'en assurer aisément en examinant la figure 24-12 sur laquelle les facteurs de distribution pour les harmoniques de denture sont hachurés.

Plus grand est le nombre q, plus faibles sont les harmoniques supérieurs (sauf les harmoniques de denture) de la f.m.m. de la phase. De plus, une chose particulièrement importante est que dans la f.m.m. de la phase ces harmoniques sont moins intenses que dans la f.m.m. d'un système périodique de bobines [v. (24-29) et (24-31)]:

$$\frac{F_{\mathrm{ph}\nu m}}{F_{\mathrm{ph}1m}} = \frac{F_{\mathrm{b}\nu m} k_{\mathrm{d}\nu}}{F_{\mathrm{b}1m} k_{\mathrm{d}1}} < \frac{F_{\mathrm{b}\nu m}}{F_{\mathrm{b}1m}} .$$

A la limite, pour un enroulement uniformément réparti (pour ν non multiple de trois et pour des harmoniques autres que ceux de denture) on a

$$\frac{F_{\mathrm{ph}\nu m}}{F_{\mathrm{ph}1m}} = \frac{k_{\mathrm{r}\nu}}{k_{\mathrm{r}1}\nu^2} .$$

Puisque les harmoniques de denture se manifestent dans la f.m.m. de la phase dans la même mesure que dans les f.m.m. du système

[1] Le facteur de raccourcissement obtenu pour les harmoniques de denture d'ordre supérieur est le même que pour le premier harmonique ($k_{\mathrm{r}\nu} = k_{\mathrm{r}1}$).

périodique de bobines [v. (24-26), (24-31)], on a

$$\frac{F_{\text{ph}\nu m}}{F_{\text{ph}1m}}=\frac{k_{r\nu}k_{d\nu}}{\nu k_{r1}k_{d1}}=\frac{1}{\nu},$$

de sorte que pour réduire leur rôle il convient d'éviter des nombres $q<3$. Pourtant, même pour $q=3$, l'ordre des harmoniques de denture est si élevé ($\nu=2mq\pm1=2\cdot3\cdot3\pm1=17,\ 19$), que

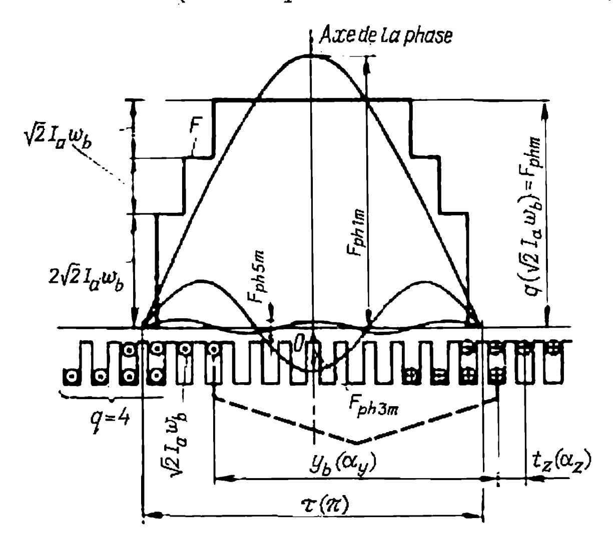


Fig. 24-13. F.m.m. d'une phase d'un enroulement triphasé ($m=3$, $q=4$, $y_b/\tau=0{,}835$).

même pour $k_{d\nu}=k_{d1}$ et $k_{r\nu}=k_{r1}$ ces harmoniques sont faiblement représentés dans la courbe de f.m.m. de la phase

$$\left(F_{\text{ph}17m}=\frac{F_{\text{ph}1m}}{17};\quad F_{\text{ph}19m}=\frac{F_{\text{ph}1m}}{19}\right).$$

Lorsque le pas de bobine y_b est correctement choisi et le nombre q de bobines par pôle et par phase est suffisamment grand, la forme de la courbe de f.m.m. de la phase est voisine de la sinusoïde. Avec le pas de raccourcissement $y_b/\tau\approx0{,}8$ recommandé pour les enroulements triphasés, la f.m.m. de la phase peut contenir un troisième harmonique assez fort, ce qui est d'ailleurs sans importance parce que dans la f.m.m. résultante de l'enroulement triphasé le troisième harmonique est nul. La figure 24-13 montre la f.m.m. de la phase et les composantes harmoniques de la f.m.m. de la phase d'un enroulement triphasé ayant $q=4$, $y_b/\tau=0{,}835$. Il convient d'avoir en vue que l'amplitude de la f.m.m. de la phase et les amplitudes des composantes harmoniques peuvent être exprimées à l'aide de (24-31) par l'amplitude du courant dans le côté de bobine $\sqrt{2}I_a w_b$, à savoir

$F_{\text{ph}\,m} = q\sqrt{2} I_a w_b$:

$$F_{\text{ph}\nu m} = \frac{4qk_{r\nu}k_{d\nu}}{\pi\nu} \sqrt{2}\, I_a w_b. \qquad (24\text{-}35)$$

Les amplitudes des f.m.m. calculées d'après cette formule pour les conditions de la figure 24-13 ont les valeurs suivantes:

$$F_{\text{ph}\,m} = 4\sqrt{2}\, I_a w_b;$$

$$F_{\text{ph}\,1m} = 4{,}74\sqrt{2}\, I_a w_b;$$

$$F_{\text{ph}\,3m} = -0{,}805\sqrt{2}\, I_a w_b;$$

$$F_{\text{ph}\,5m} = +0{,}05\sqrt{2}\, I_a w_b;$$

$$F_{\text{ph}\,7m} = -0{,}028\sqrt{2}\, I_a w_b.$$

§ 24-6. Composantes harmoniques pulsatoires de la f.m.m. d'une phase

Nous avons établi la répartition spatiale de la f.m.m. d'une phase pour $t = 0$ lorsque le courant dans la phase passe par son maximum $i = \sqrt{2}\, I$. Puisque le courant de la phase $i = \sqrt{2}\, I \cos \omega t$, il est clair qu'en tout point x (α) de l'entrefer la f.m.m. est proportionnelle à la valeur instantanée du courant. La répartition spatiale de la f.m.m. conserve la même forme que pour $t = 0$ (v. plus haut). La figure 24-14 montre en trait continu le premier harmonique de la f.m.m. de la phase à l'instant $t = 0$. A un instant t, cet harmonique est tracé en traits interrompus. La variation de la première composante harmonique de la f.m.m. dans l'espace se décrit par l'équation

$$F(\alpha, t) = F(0, t) \cos \alpha = F_{\text{ph}\,1m} \cos \omega t \cos \alpha. \qquad (24\text{-}36)$$

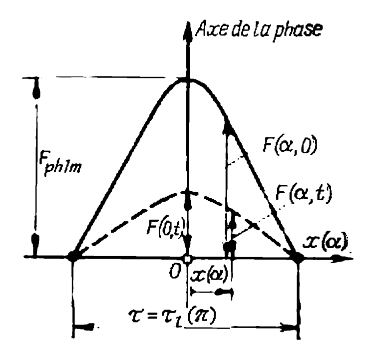


Fig. 24-14. Oscillation du premier harmonique de la f.m.m. d'une phase.

Ici, $\alpha = x\pi/\tau$ [v. (24-16)] est l'angle électrique qui caractérise la position du point considéré par rapport à l'axe de la phase; $F(0, t)$ est la f.m.m. sur l'axe de la phase pour $\alpha = 0$ à l'instant t:

$$F(0, t) = F_{\text{ph}\,1m} \cos \omega t.$$

L'équation (24-36) permet de déterminer la première composante harmonique de la f.m.m. en tout point sur la périphérie de l'entrefer

et à tout instant de temps. C'est l'*équation d'une onde pulsatoire*. L'équation pour le ν-ième harmonique de la f.m.m. s'écrit de façon analogue:

$$F(\alpha, t) = F_{\text{ph } \nu m} \cos \omega t \cos \alpha_{\nu}, \tag{24-37}$$

où $\alpha_{\nu} = x\pi/\tau_{\nu}$.

L'axe de l'onde pulsatoire de f.m.m. est immobile dans l'espace et coïncide avec l'axe de la phase (v. fig. 25-3 montrant l'onde pulsatoire de f.m.m.).

CHAPITRE 25

CHAMP MAGNÉTIQUE D'INDUCTION MUTUELLE D'UN ENROULEMENT POLYPHASÉ

§ 25-1. Représentation des composantes harmoniques pulsatoires de la f.m.m. d'une phase par une somme des f.m.m. tournantes

Le champ magnétique d'induction mutuelle d'un enroulement à m phases est constitué par la somme des f.m.m. des phases. Les composantes harmoniques pulsatoires des f.m.m. des phases sont représentées sous la forme d'une somme des ondes tournantes de f.m.m. En représentant le produit des cosinus figurant dans (24-36) par une somme des cosinus, on obtient

$$F(\alpha,\ t) = {}^1/_2 F_{\text{ph}1m} \cos(\omega t - \alpha) + {}^1/_2 F_{\text{ph}1m} \cos(\omega t + \alpha) = \\ = F'_{\text{ph}1m} \cos(\omega t - \alpha) + F''_{\text{ph}1m} \cos(\omega t + \alpha) = F'(\alpha,\ t) + F''(\alpha,\ t). \tag{25-1}$$

Le premier terme de (25-1) traduit une *onde tournante directe* de f.m.m. et le deuxième une *onde tournante inverse*. Les ondes tournantes de f.m.m. sont écrites par rapport à l'axe de la phase immobile dans l'espace. Pour étudier les principales propriétés de ces ondes, représentons l'équation (25-1) dans un système de coordonnées tournant. L'équation de l'onde tournante directe de f.m.m. par rapport à son axe qui tourne à la vitesse angulaire électrique ω et coïncide pour $t = 0$ avec l'axe de la phase (fig. 25-1, *a*) sera déterminée par l'angle $\alpha_0 = \alpha - \omega t$ et peut être représentée sous la forme

$$F'(\alpha,\ t) = F'_{\text{ph}1m} \cos(-\alpha_0) = F'_{\text{ph}1m} \cos \alpha_0. \tag{25-2}$$

L'onde tournante directe de f.m.m. est montrée pour l'instant t sur la figure 25-1, *a*. Il résulte de (25-2) que pour $\alpha_0 = 0$ la f.m.m. passe par son maximum ($F'(\alpha,\ t) = F'_{\text{ph}\,1m}$). En un point décalé d'un angle α_0 par rapport à l'axe de la f.m.m. elle reste toujours constante. Ainsi, l'onde de f.m.m. reste immobile par rapport à l'axe de la f.m.m. et tourne avec cet axe à la vitesse électrique ω dans le sens des angles positifs. Pour $t = 0$, le maximum positif de l'onde de f.m.m. se situe sur l'axe de la phase ($\omega t = 0$). La figure 25-1, *b* montre l'onde tournante de f.m.m. dans une machine électrique à $p = 2$ périodes. C'est pourquoi tous les angles sont diminués de p fois et la vitesse angulaire mécanique de la f.m.m. est égale à

$$\Omega'_1 = \Omega = \omega/p. \tag{25-3}$$

La vitesse angulaire mécanique de la f.m.m. est p fois plus petite que sa vitesse angulaire électrique égale à la pulsation du courant de la phase.

La période circonférentielle de la f.m.m. tournante est égale à

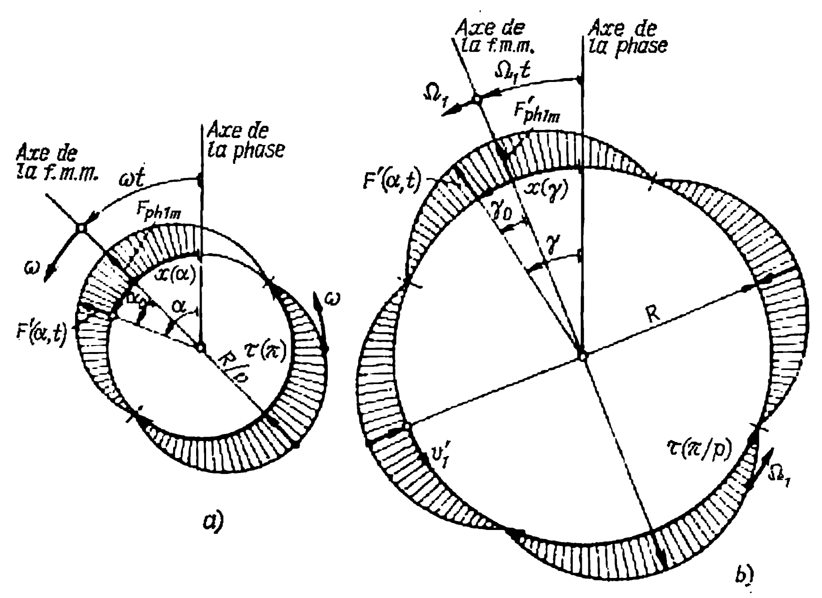


Fig. 25-1. Représentation de l'onde tournante directe de f.m.m. d'une phase dans le modèle bipolaire (*a*) de la machine électrique et dans la machine électrique réelle à $p = 2$ (*b*).

la période circonférentielle de l'enroulement

$$2\tau = 2\frac{\pi R}{p}.$$

La vitesse circonférentielle linéaire de l'onde directe de f.m.m. a pour valeur

$$v = v'_1 = \Omega R = 2f\tau, \qquad (25\text{-}4)$$

où f est la fréquence du courant.

L'angle électrique est calculé par la formule

$$\alpha = \gamma p = \frac{x}{\tau}\pi,$$

où x (γ) est la distance à l'axe de la phase.

En raisonnant de la même façon et en exprimant l'équation pour l'onde inverse de f.m.m. $F''(\alpha, t)$ par rapport à son axe tournant dans le sens négatif avec la vitesse ω et décalé de l'angle ωt par rapport à l'axe de la phase, on peut s'assurer que la f.m.m. $F''(\alpha, t)$ représente une onde tournante inverse de f.m.m. qui présente des

propriétés analogues (fig. 25-2). Les deux ondes ont mêmes amplitudes

$$F'_{\text{ph}1m} = F''_{\text{ph}1m} = \frac{1}{2} F_{\text{ph}1m}$$

et tournent avec les vitesses angulaires mécaniques $\Omega'_1 = \omega/p$ et $\Omega''_1 = -\omega/p$. Les vitesses angulaires électriques des ondes directe

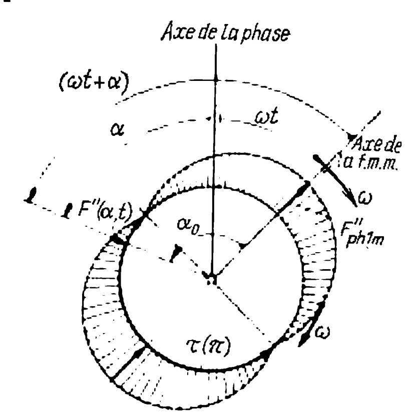


Fig. 25-2. Représentation de l'onde tournante inverse de f.m.m. dans le modèle de la machine électrique.

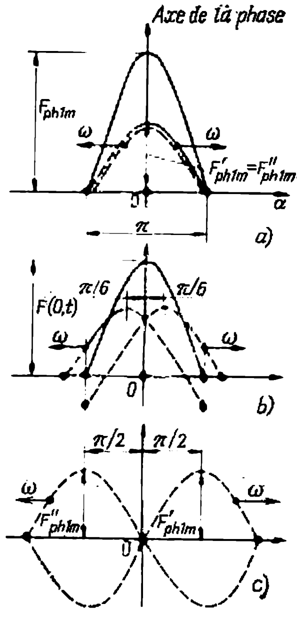


Fig. 25-3. Représentation de l'onde harmonique pulsatoire de f.m.m. par la somme des ondes tournantes directe et inverse de f.m.m.

et inverse sont elles aussi les mêmes en valeur absolue et égales à la pulsation du courant dans la phase

$$\omega'_1 = \Omega'_1 p = \omega ;$$

$$\omega''_1 = \Omega''_1 p = -\omega.$$

Pour $t = 0$ les deux ondes coïncident avec l'espace avec l'axe de la phase (fig. 25-3, *a*). A partir de cet instant, l'onde directe se déplace dans le sens positif et l'onde inverse dans le sens négatif. Les figures 25-3, *b*, *c* montrent les positions des ondes respectivement pour $\omega t = \pi/6$ et $\omega t = \pi/2$.

§ 25-2. Représentation des harmoniques de la f.m.m. d'une phase par des fonctions complexes de l'espace et du temps

La force magnétomotrice d'une phase $F(\alpha, t)$ agissant en un point α à un instant t peut être considérée comme étant égale à la partie réelle de la somme de certaines f.m.m. complexes à variation

dans l'espace et dans le temps

$$F(\alpha, t) = F'(\alpha, t) + F''(\alpha, t) =$$
$$= \mathrm{Re}\,[F'_{\mathrm{ph1}m} e^{j\omega t} e^{-j\alpha}] + \mathrm{Re}\,[F''_{\mathrm{ph1}m} e^{-j\omega t} e^{-j\alpha}]. \quad (25\text{-}5)$$

La fonction complexe de l'espace et du temps $\tilde{F}'_{\mathrm{ph1}} = F'_{\mathrm{ph1}m} e^{j\omega t}$ représente la f.m.m. directe de la phase. La fonction complexe $\tilde{F}''_{\mathrm{ph1}} = F''_{\mathrm{ph1}m} e^{-j\omega t}$ traduit la f.m.m. inverse de la phase. C'est

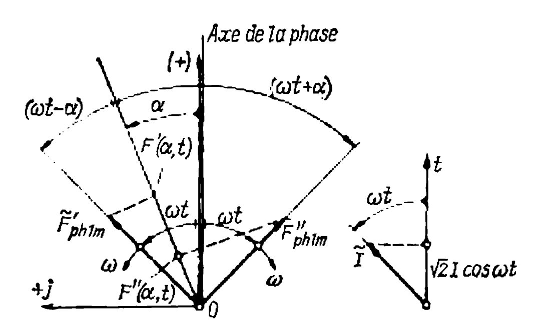


Fig. 25-4. Diagramme des f.m.m. d'une phase dans le plan complexe du modèle bipolaire.

pourquoi l'expression (25-5) peut s'écrire aussi sous la forme

$$F(\alpha, t) = F'(\alpha, t) + F''(\alpha, t) = \mathrm{Re}\,[\tilde{F}_{\mathrm{ph1}m} e^{-j\alpha}] + \mathrm{Re}\,[\tilde{F}''_{\mathrm{ph1}m} e^{-j\alpha}].$$

En plaçant les fonctions complexes $\tilde{F}'_{\mathrm{ph\,1}m}$ et $\tilde{F}''_{\mathrm{ph\,1}m}$ dans le plan spatio-temporel du modèle bipolaire dont l'axe réel coïncide avec l'axe de la phase sur la figure 25-4, et l'axe imaginaire est tourné de l'angle $\pi/2$ dans le sens des angles positifs, on peut remarquer que l'angle entre le rayon du point situé sous l'angle α et la f.m.m. $\tilde{F}''_{\mathrm{ph\,1}m}$ est égal à $(\omega t - \alpha)$. Respectivement, l'angle entre le point dont la position est déterminée par l'angle α et la f.m.m. $\tilde{F}''_{\mathrm{ph\,1}m}$ est égal à $(-\omega t - \alpha)$. Aussi, comme il en résulte de (25-1), les projections des f.m.m. $\tilde{F}'_{\mathrm{ph\,1}m}$ et $\tilde{F}''_{\mathrm{ph\,1}m}$ sur la direction menée sous l'angle α représentent-elles respectivement la f.m.m. directe $F'(\alpha, t)$ ou la f.m.m. inverse $F''(\alpha, t)$ au point considéré.

La fonction complexe $\tilde{F}'_{\mathrm{ph\,1}m}$ tourne dans le sens direct (dans le sens des angles positifs) avec la vitesse angulaire ω, alors que la fonction complexe $\tilde{F}''_{\mathrm{ph\,1}m}$ tourne avec la même vitesse dans le sens opposé. C'est ainsi que sont représentées les f.m.m. si l'angle α est compté à partir de l'axe de la phase donnée coïncidant avec l'axe réel du plan complexe et le temps est compté à partir de l'instant $t = 0$ où le courant dans la phase a sa valeur maximale ($i = \sqrt{2}\,I$). Or, dans ce qui suit il nous faudra déterminer la f.m.m. d'un enroulement polyphasé en faisant la somme des f.m.m. de ses phases.

Pour pouvoir résoudre un tel problème, il faut savoir écrire l'équation de la f.m.m. pour une phase quelconque dont l'axe est situé sous un angle α_{ph} par rapport à l'axe réel du plan complexe (fig. 25-5) et dont le courant se décrit par l'équation $i = \sqrt{2}\, I \cos(\omega t - \varphi_{ph})$ et est égal, à l'instant $t = 0$, à $i = \sqrt{2} \cos(-\varphi_{ph})$. L'équation de la f.m.m. d'une phase quelconque peut s'écrire, sous forme trigonométrique ou complexe, par analogie avec (25-1) ou (25-5) si on remarque que le rôle de l'angle ωt est joué maintenant par l'angle $(\omega t - \varphi_{ph})$, et celui de l'angle α par l'angle $(\alpha - \alpha_{ph})$ compté à partir de l'axe de la phase

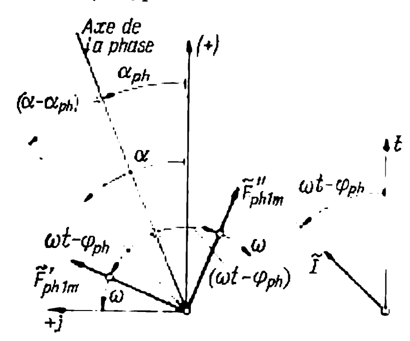


Fig. 25-5. Diagramme des f.m.m. d'une phase quelconque parcourue par un courant quelconque dans le plan complexe du modèle bipolaire.

$$F(\alpha, t) = F'_{ph1m} \cos[(\omega t - \varphi_{ph}) - (\alpha - \alpha_{ph})] + F''_{ph1m} \cos[-(\omega t - \varphi_{ph}) - (\alpha - \alpha_{ph})]$$

ou

$$F(\alpha, t) = \mathrm{Re}\,[F'_{ph1m} e^{j(\omega t - \varphi_{ph})} e^{j\alpha_{ph}} e^{-j\alpha}] + \mathrm{Re}\,[F''_{ph1m} e^{-j(\omega t - \varphi_{ph})} e^{j\alpha_{ph}} e^{-j\alpha}];$$

$$F(\alpha, t) = \mathrm{Re}\,[\tilde{F}_{ph1m} e^{-j\alpha}] = \mathrm{Re}\,[\tilde{F}'_{ph1m} e^{-j\alpha}] + \mathrm{Re}\,[\tilde{F}''_{ph1m} e^{-j\alpha}]. \qquad (25\text{-}6)$$

Le diagramme de la f.m.m. construit dans le plan complexe pour une phase quelconque est représenté par la figure 25-5.

La fonction complexe

$$\tilde{F}_{ph1m} = \tilde{F}'_{ph1m} + \tilde{F}''_{ph1m}$$

représente la f.m.m. de la phase, la fonction complexe

$$\tilde{F}'_{ph1m} = F'_{ph1m} e^{j(\omega t - \varphi_{ph})} e^{j\alpha_{ph}}$$

traduit l'onde tournante directe de f.m.m. de la phase et la fonction complexe

$$\tilde{F}''_{ph1m} = F''_{ph1m} e^{-j(\omega t - \varphi_{ph})} e^{j\alpha_{ph}}$$

exprime l'onde tournante inverse de f.m.m. de la phase.

§ 25-3. Complexes temporels et spatio-temporels et fonctions complexes des grandeurs caractérisant les phénomènes dans une machine polyphasée

On convient de représenter les grandeurs scalaires à variation harmonique dans le temps (courants, tensions, f.é.m., flux embrassés) qui caractérisent les phénomènes intervenant dans les circuits électriques par des fonctions complexes dont les projections sur l'axe des temps correspondent aux valeurs instantanées de ces gran-

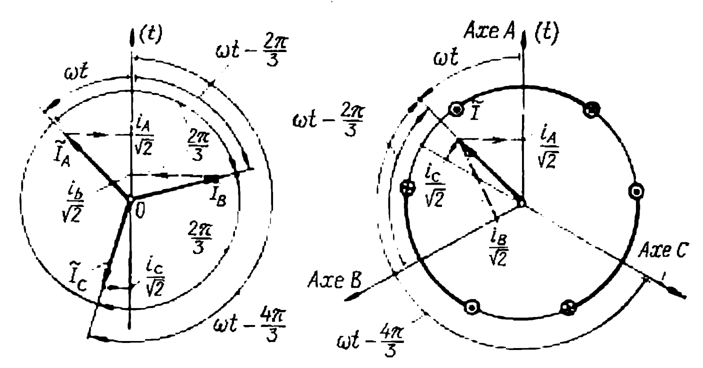


Fig. 25-6. Représentation des courants d'une machine triphasée dans le plan complexe temporel (à gauche) et dans le plan complexe spatial (à droite) du modèle bipolaire.

deurs. Par exemple, comme l'indique la figure 25-6 (à gauche), *la valeur instantanée* i_A *du courant de la phase A, diminuée de* $\sqrt{2}$ *fois, est égale à la projection de la fonction harmonique complexe du courant de la phase A* $\tilde{I}_A = \dot{I}_A e^{j\omega t}$ *sur l'axe des temps t* confondu avec l'axe réel du plan complexe temporel ou, autrement dit, à la partie réelle de la fonction complexe du courant

$$\frac{i_A}{\sqrt{2}} = \mathrm{Re}\,[\tilde{I}_A] = I_A \cos \omega t,$$

où $\dot{I}_A = I_A e^{j\omega t}$ est la valeur complexe du courant de la phase A;
I_A, la valeur efficace du courant de la phase A.

Les grandeurs relatives à d'autres phases d'une machine triphasée fonctionnant en régime équilibré sont représentées par des fonctions complexes décalées d'un angle $-2\pi/3$ (pour la phase B) et $-4\pi/3$ (pour la phase C). Par exemple, les courants dans les phases B et C sont représentés par les fonctions complexes

$$\tilde{I}_B = \dot{I}_B e^{j\omega t}, \quad \tilde{I}_C = \dot{I}_C e^{j\omega t},$$

où $\dot{I}_B = I_B e^{-j2\pi/3}$; $\dot{I}_C = I_C e^{-j4\pi/3}$ sont les courants complexes des phases B et C.

Remarquons que les valeurs efficaces des courants des phases étant les mêmes, les modules des courants complexes ne diffèrent pas l'un de l'autre

$$I_A = I_B = I_C = I.$$

Les valeurs instantanées des courants des phases peuvent être calculées par les formules suivantes

$$\left.\begin{aligned}\frac{i_A}{\sqrt{2}} &= \mathrm{Re}\,[\tilde{I}_A] = \mathrm{Re}\,[\dot{I}e^{j\omega t}]\,;\\ \frac{i_B}{\sqrt{2}} &= \mathrm{Re}\,[\tilde{I}_B] = \mathrm{Re}\,[\dot{I}e^{j(\omega t-2\pi/3)}]\,;\\ \frac{i_C}{\sqrt{2}} &= \mathrm{Re}\,[\tilde{I}_C] = \mathrm{Re}\,[\dot{I}e^{j(\omega t-4\pi/3)}],\end{aligned}\right\} \quad (25\text{-}7)$$

où $\dot{I} = \dot{I}_A$ représentent les projections des fonctions complexes correspondantes du courant sur l'axe réel du plan temporel complexe (fig. 25-6).

Dans la théorie des machines électriques, on utilise aussi un autre procédé de représentation des grandeurs caractérisant les systèmes polyphasés fonctionnant aux régimes équilibrés. *Les grandeurs scalaires (courants, tensions, etc.) qui caractérisent les phénomènes intervenant dans les diverses phases sont représentées dans le plan complexe du modèle bipolaire par une fonction complexe commune à toutes les phases.*

Pour les courants des phases déterminés par les expressions (25-7) et montrés sur la figure 25-6 à gauche, une telle fonction complexe du courant s'écrit sous la forme suivante

$$\tilde{I} = \dot{I}e^{j\omega t}, \quad \text{où} \quad \dot{I} = \dot{I}_A,$$

et se représente dans le plan complexe du modèle bipolaire (fig. 25-6, à droite).

Les enroulements des phases sont représentés dans le modèle bipolaire par une seule bobine parcourue par un courant positif. Les axes des phases A, B, C sont menés par les milieux des groupes de bobines représentés par une seule bobine. Les phénomènes dans la phase B étant en retard sur ceux dans la phase A, l'axe de la phase B est décalé dans le sens des angles positifs d'un angle électrique $2\pi/3$, respectivement, l'axe de la phase C est décalé d'un angle $4\pi/3$. *La valeur instantanée du courant dans la phase (diminuée de $\sqrt{2}$ fois) est déterminée par la projection de la fonction complexe du courant $\tilde{I}$ sur l'axe de la phase correspondante.*

Puisque la fonction complexe du courant $\tilde{I}$ est disposée par rapport à l'axe de la phase donnée exactement de la même manière que la fonction complexe du courant de cette phase par rapport à l'axe réel du plan complexe temporel (fig. 25-6, à gauche), la valeur ins-

tantanée du courant dans la phase est la même dans les deux procédés de représentation. En effet, les projections de la fonction complexe du courant $\widetilde{I}$ sur les axes des phases correspondantes du plan complexe spatial

$$\left.\begin{aligned} \frac{i_A}{\sqrt{2}} &= \operatorname{Re}[\widetilde{I}] = \operatorname{Re}[\dot{I}e^{j\omega t}]\,; \\ \frac{i_B}{\sqrt{2}} &= \operatorname{Re}[\widetilde{I}e^{-j2\pi/3}] = \operatorname{Re}[\dot{I}e^{j(\omega t-2\pi/3)}]\,; \\ \frac{i_C}{\sqrt{2}} &= \operatorname{Re}[\widetilde{I}e^{-j4\pi/3}] = \operatorname{Re}[\dot{I}e^{j(\omega t-4\pi/3)}] \end{aligned}\right\} \quad (25\text{-}8)$$

coïncident avec les projections des fonctions complexes $\widetilde{I}_A$, $\widetilde{I}_B$, $\widetilde{I}_C$ sur l'axe des temps (v. (25-7) et fig. 25-6 à gauche). On peut représenter de même dans le plan complexe spatial les modèles des f.é.m. des tensions et des flux embrassés des phases. Ces grandeurs seront représentées elles aussi par des fonctions complexes communes à toutes les phases.

Nous avons vu plus haut la représentation des grandeurs scalaires réparties dans l'espace et variables dans le temps par des fonctions complexes de l'espace et du temps dans le plan complexe spatial du modèle. Cette représentation a été faite pour l'onde tournante de f.m.m. variant harmoniquement dans le temps et dans l'espace qui est une grandeur scalaire. La valeur de la f.m.m. par exemple de $F'(\alpha, t)$ en un point donné de l'entrefer, déplacé d'un angle α par rapport à l'origine se déterminait à chaque instant comme étant égale à la projection de la fonction complexe tournante $\widetilde{F}'_{\text{ph }1m}$ sur la direction passant sous l'angle α (v. fig. 25-4, 25-5).

Maintenant nous avons réussi à représenter les grandeurs scalaires caractérisant les phases par des fonctions complexes dans un même plan complexe spatial. Pourtant, à la différence des fonctions complexes qui représentent des grandeurs scalaires réparties dans l'espace (f.m.m. et, comme nous le verrons plus loin, la composante normale de l'induction magnétique dans l'entrefer), *les fonctions complexes qui représentent les grandeurs caractérisant les phases ne sont projetées que sur les axes de ces phases.* Leurs projections sur une direction arbitraire α n'ont aucun sens physique.

Pour souligner cette différence, les fonctions complexes des grandeurs réparties dans l'espace (f.m.m. et composante normale de l'induction du champ magnétique dans l'entrefer) sont appelées *fonctions complexes de l'espace et du temps*, alors que les fonctions complexes des grandeurs de phase qui ne varient qu'en fonction du temps (courants, tensions, f.é.m., flux embrassés) sont appelées *fonctions complexes du temps.*

§ 25-4. Force magnétomotrice d'un enroulement polyphasé. Composantes harmoniques tournantes de cette f.m.m.

Considérons un enroulement polyphasé symétrique à m phases. Pour simplifier l'écriture des formules posons $m = 3$. Déterminons la f.m.m. de l'enroulement polyphasé comme la somme des f.m.m. des diverses phases. Ce faisant, tenons compte du fait que les axes des phases sont déplacés dans l'espace d'un angle électrique $2\pi/m = 2\pi/3$ et les courants dans les phases sont décalés du même angle dans le temps. Supposons que les phases soient alimentées par un système symétrique de courants directs, c'est-à-dire avec des courants représentés sur la figure 25-6 et calculés au moyen des expressions (25-7) ou (25-8). Remarquons qu'un système triphasé de courants est dit direct si le courant dans la phase B est en retard de $2\pi/3$ sur le courant dans la phase A, et l'indice B est attribué à la phase dont l'axe est déplacé par rapport à l'axe de la phase A d'un angle électrique $\alpha_{AB} = 2\pi/3$ dans le sens des angles positifs (v. fig. 25-7).

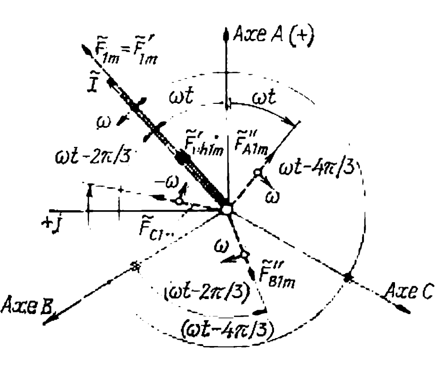


Fig. 25-7. Création d'une f.m.m. tournante par un enroulement triphasé alimenté avec des courants directs.

Effectuons la sommation des f.m.m. des diverses phases en utilisant la notation complexe, en faisant coïncider l'axe de la phase A avec l'axe réel et en comptant les angles positifs α dans le sens antihoraire. Après avoir décomposé les f.m.m. des phases en f.m.m. directes et inverses et en tenant compte du déphasage φ_{ph} des courants et du déplacement relatif α_{ph} des axes des phases dans l'espace suivant (25-6), on peut trouver la formule pour la f.m.m. directe résultante d'un enroulement triphasé

$$\tilde{F}_{1m} = \tilde{F}'_{1m} = \tilde{F}'_{A1m} + \tilde{F}'_{B1m} + \tilde{F}'_{C1m} =$$
$$= F'_{\text{ph}\,1m} e^{j(\omega t - 0)} e^{j0} + F'_{\text{ph}\,1m} e^{j(\omega t - 2\pi/3)} e^{j\cdot 2\pi/3} + F'_{\text{ph}\,1m} e^{j(\omega t - 4\pi/3)} e^{j\cdot 4\pi/3} =$$
$$= 3\tilde{F}'_{\text{ph}\,1m} = 3F'_{\text{ph}\,1m} e^{j\omega t} = F'_{1m} e^{j\omega t}.$$

L'examen de cette formule montre que les f.m.m. de toutes les phases coïncident et peuvent donc être représentées dans le diagramme par une seule et même fonction complexe. L'amplitude de la f.m.m. d'un enroulement à m phases a pour expression

$$F'_{1m} = F_{1m} = mF'_{\text{ph}\,1m} = m\,\frac{F_{\text{ph}\,1m}}{2},$$

où $F_{\text{ph}\,1m}$ est l'amplitude de l'onde pulsatoire de f.m.m. de la phase.

Après la substitution correspontante (v. (24-28)) on obtient

$$F'_{1m} = F_{1m} = \frac{m\sqrt{2}}{\pi} \frac{Iwk_{r1}k_{d1}}{p}. \qquad (25\text{-}9)$$

La somme des ondes inverses de f.m.m. des phases est nulle [v. fig. 25-7 et (25-6)]

$$\tilde{F}''_{1m} = \tilde{F}''_{A1m} + \tilde{F}''_{B1m} + \tilde{F}''_{C1m} = F''_{\text{ph}1m}e^{-j(\omega t - 0)}e^{j0} +$$
$$+ F''_{\text{ph}1m}e^{-j(\omega t - 2\pi/3)}e^{j\cdot 2\pi/3} + F''_{\text{ph}1m}e^{-j(\omega t - 4\pi/3)}e^{j\cdot 4\pi/3} = 0.$$

Ainsi, *la fondamentale de la f.m.m. d'un enroulement triphasé (dans le cas général, d'un enroulement polyphasé) alimenté par un système de courants directs représente une f.m.m. directe tournante d'amplitude donnée par* (25-9). Elle tourne dans le sens positif avec la vitesse angulaire électrique ω et la vitesse angulaire mécanique $\Omega_1 = \frac{\omega}{p}$.

Dans le plan complexe spatial, cette f.m.m. coïncide en direction avec la fonction complexe $\tilde{I}$ représentant les courants directs dans les phases (fig. 25-7). Ayant en vue que cette f.m.m. est proportionnelle au courant ($F_{1m} = k_F I$), on peut écrire (25-9) en notation complexe

$$\tilde{F}_{1m} = k_F \tilde{I},$$

où $k_F = \frac{m\sqrt{2}wk_{e1}}{\pi p}$.

La répartition de la f.m.m. fondamentale, produite par les courants directs, sur la périphérie de l'entrefer (v. (25-1), (25-5)) s'exprime par l'équation

$$F(\alpha, t) = F_{1m} \cos(\omega t - \alpha) = \text{Re}\,[\tilde{F}_{1m}e^{-j\alpha}], \qquad (25\text{-}10)$$

où $\alpha = \gamma p = x\pi/\tau$ est l'angle électrique qui caractérise la position du point considéré dans l'entrefer;

γ, l'angle entre l'origine (l'axe de la phase principale A parcourue par le courant $i_A = \sqrt{2}\, I \cos \omega t$) et le point considéré;

x, la distance suivant la périphérie de l'entrefer entre l'axe de la phase principale et le point considéré;

τ, le pas polaire pour la composante harmonique fondamentale;

p, le nombre de périodes de la composante harmonique fondamentale suivant la périphérie de l'entrefer.

Dans le cas où un enroulement polyphasé est alimenté par des courants inverses, ce sont les fonctions complexes des f.m.m. inverses des phases qui coïncident, alors que les f.m.m. directes s'annulent.

Il en résulte la formation d'une f.m.m. inverse tournante décrite par l'équation

$$F(\alpha, t) = F_{1m} \cos(-\omega t - \alpha) = \mathrm{Re}\,[F_{1m} e^{-j\omega t} e^{-j\alpha}]. \quad (25\text{-}11)$$

En procédant de la même façon, on peut effectuer la composition des ondes directes et inverses de composantes harmoniques supérieures des f.m.m. de chacune des phases. Dans la somme de ces ondes pour le ν-ième harmonique peuvent s'annuler soit les ondes directes, soit les ondes inverses, soit enfin les deux à la fois. La courbe de f.m.m. ne contient donc que certains harmoniques de la f.m.m. donnés par la formule $\nu = 2\,mc \pm 1$, où $c = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Les ondes tournantes de f.m.m. qui se forment dans un enroulement triphasé ($m = 3$) sont d'ordre $\nu = 1, 5, 7, 11, 13, \ldots$

Le sens de rotation du ν-ième harmonique du champ tournant est direct (coïncide avec le sens positif choisi pour les angles), si en calculant l'ordre de l'harmonique par la formule sus-indiquée on utilise le signe $(+)$ et inverse si on utilise le signe $(-)$.

L'amplitude du ν-ième harmonique tournant de la f.m.m. est donnée par une formule analogue à (25-11)

$$F_{\nu m} = \frac{m\sqrt{2}\, I w k_{d\nu} k_{r\nu}}{\pi \nu p}, \quad (25\text{-}12)$$

où $\nu p = p_\nu$ est le nombre de périodes du ν-ième harmonique.

La vitesse angulaire mécanique du ν-ième harmonique de la f.m.m. est

$$\Omega_\nu = \omega / p_\nu = \omega / \nu p. \quad (25\text{-}13)$$

La vitesse angulaire

$$\omega_\nu = \Omega_\nu p_\nu = \omega, \quad (25\text{-}14)$$

obtenue en multipliant la vitesse mécanique par le nombre de périodes du ν-ième harmonique du champ (de la même façon que l'angle électrique pour le ν-ième harmonique $\alpha_\nu = \gamma p_\nu$) peut être considérée comme la *vitesse angulaire électrique du ν-ième harmonique de la f.m.m.* C'est précisément à cette vitesse que tourne la fonction complexe du ν-ième harmonique de la f.m.m. [v. (25-10)]

$$\tilde{F}_{\nu m} = F_{\nu m} e^{\pm j\omega t}.$$

La vitesse angulaire $\Omega_\nu = \Omega_1/\nu$ du ν-ième harmonique est ν fois plus petite que la vitesse de la f.m.m. fondamentale. La répartition du ν-ième harmonique de la f.m.m. suivant la périphérie de l'entrefer se décrit par une équation établie par analogie avec (25-10) (pour un harmonique tournant dans le sens direct) ou par analogie avec (25-11) (pour un harmonique tournant dans le sens négatif):

$$F_\nu(\alpha, t) = F_{\nu m} \cos(\pm\omega t - \alpha_\nu) = \mathrm{Re}\,[F_{\nu m} e^{\pm j\omega t} e^{-j\alpha_\nu}], \quad (25\text{-}15)$$

où le signe $(+)$ se rapporte à des ondes harmoniques tournant dans le sens direct et le signe $(-)$ à des ondes harmoniques tournant dans

le sens inverse;

$$\alpha_\nu = p_\nu \gamma = \nu p \gamma = \frac{x}{\tau_\nu} \pi = \frac{\nu x \pi}{\tau}$$

est l'angle électrique qui détermine la position du point considéré pour le champ dû au ν-ième harmonique; $p_\nu = p\nu$, le nombre de périodes de la ν-ième onde harmonique sur la périphérie de l'entrefer; $\tau_\nu = \tau/\nu$, le pas polaire du ν-ième harmonique.

Dans le cas général, l'amplitude de la ν-ième onde harmonique n'est pas grande parce que le produit $k_{d\nu} k_{r\nu}$ est petit et ne constitue que quelques centièmes alors que pour l'onde fondamentale ce produit est voisin de l'unité. De plus, plusieurs harmoniques s'annulent (par exemple, dans un enroulement triphasé tous les harmoniques dont l'ordre est multiple de trois, c'est-à-dire les harmoniques d'ordre $\nu = 3, 9, 15$, etc.). Par suite, la f.m.m. d'un enroulement polyphasé (triphasé) dont le pas des bobines ($y_b = 0{,}83\tau$) et le nombre de bobines par groupe ($q \geqslant 2$) sont correctement choisis diffère très peu de sa fondamentale, ne contient que des harmoniques supérieurs peu intenses et représente l'onde fondamentale tournante. La vitesse angulaire de cette onde est $\Omega = \Omega_1 = \omega/p$. L'amplitude de l'onde fondamentale est donnée par (25-9) et lorsque l'enroulement polyphasé (triphasé) est alimenté par des courants directs tels que le courant dans la phase A est égal à

$$i_A = \sqrt{2} I \cos \omega t,$$

cette amplitude est décalée à l'instant t d'un angle $\gamma = \omega t/p$ (ou d'un angle électrique $\alpha = \omega t$) par rapport à l'axe de la phase A.

Les particularités énumérées ci-dessus que présente la f.m.m. d'un enroulement triphasé sont illustrées sur la figure 25-8. Les phases de l'enroulement représenté par cette figure ne diffèrent en rien des phases de la figure 24-13. En comparant la f.m.m. de l'enroulement triphasé (fig. 25-8) à la f.m.m. produite par une seule phase de cet enroulement (fig. 24-13), on peut s'assurer que la forme de la f.m.m. s'est notablement améliorée et s'est approchée de la sinusoïde. Quant aux troisièmes harmoniques qui sont assez forts dans les f.m.m. des phases, ils s'annulent par suite de l'addition (v. fig. (24-13)). Remarquons que la f.m.m. F est construite sur la figure 25-8 pour l'instant $t = 0$ où le courant dans la phase A est maximal

$$i_A = \sqrt{2} I_a \cos \omega t = \sqrt{2} I_a,$$

et les courants dans les phases B et C ont pour valeurs

$$i_B = \sqrt{2}\, I_a \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} I_a;$$

$$i_C = \sqrt{2}\, I_a \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} I_a.$$

Rappelons que $I_a = I/a$ est le courant d'une voie d'enroulement. La courbe de f.m.m. résultante est construite de la même façon que la courbe de f.m.m. d'une seule phase de la figure 24-13, en tenant compte du fait que dans les phases B et C les courants circulent dans le sens opposé aux sens positifs des courants dans les

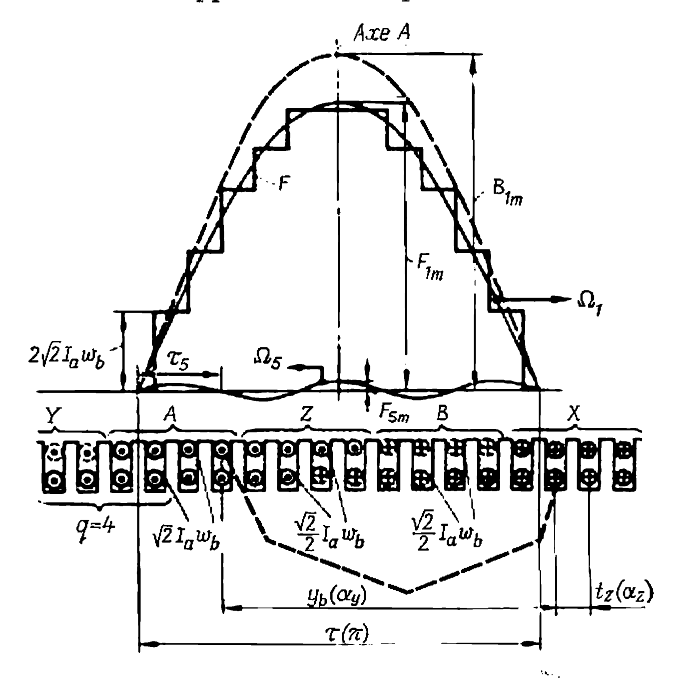


Fig. 25-8. Force magnétomotrice (F) d'un enroulement triphasé ($q = 4$, $y_b/\tau = 0,835$).

phases. Pour exprimer les amplitudes des harmoniques de la f.m.m. par les amplitudes des courants dans le côté de bobine on utilise la formule obtenue à partir de (24-35):

$$F_{\nu m} = \frac{m}{2} F_{\text{ph}\,\nu m} = \frac{2qmk_{r\nu}k_{d\nu}}{\pi\nu} (\sqrt{2}\, I_a w_b). \tag{25-16}$$

En se reportant à cette formule, on trouve aisément que

$$F_{1m} = 7,12 \sqrt{2} I_a w_b;$$
$$F_{5m} = 0,075 \sqrt{2} I_a w_b;$$
$$F_{7m} = -0,042 \sqrt{2} I_a w_b.$$

§ 25-5. Premier harmonique de l'induction de champ magnétique d'un enroulement polyphasé (champ tournant)

Le pas polaire pour le premier harmonique de la f.m.m. d'un enroulement polyphasé $\tau_1 = \tau$ est généralement très grand devant les pas dentaires des armatures magnétiques t_{Z1} et t_{Z2} ($\tau_1/t_{Z1} =$

$= q_1 m_1 \gg 1$; $\tau_1/t_{Z2} \gg 1$). Cette circonstance permet, lors du calcul du champ produit par le premier harmonique de la f.m.m. $F(\alpha, t) = F_{1m}\cos(\omega t - \alpha)$, de tenir compte de l'influence due à la denture des armatures magnétiques en moyenne à l'aide du facteur d'entrefer k_δ. En procédant de cette manière, on obtient pour la conductivité de l'entrefer une même valeur moyenne que lors d'une magnétisation unipolaire que l'on calcule par la formule

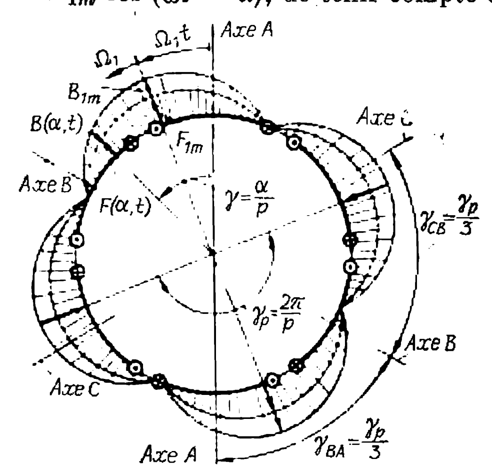


Fig. 25-9. Champ magnétique tournant dans l'entrefer d'une machine polyphasée à p périodes.

$$\lambda_0 = 1/\delta k_\delta, \quad (25\text{-}17)$$

où $k_\delta = k_{\delta 1} k_{\delta 2}$ d'après (24-10).

En vertu de la définition de la f.m.m. (§ 24-3), le premier harmonique de la composante radiale de l'induction dans l'entrefer peut être calculé par la formule (25-17)

$$B(\alpha, t) = \mu_0 \lambda_0 F(\alpha, t) = B_{1m}\cos(\omega t - \alpha), \quad (25\text{-}18)$$

où $B_{1m} = \mu_0 \lambda_0 F_{1m}$ est l'amplitude du premier harmonique de l'induction.

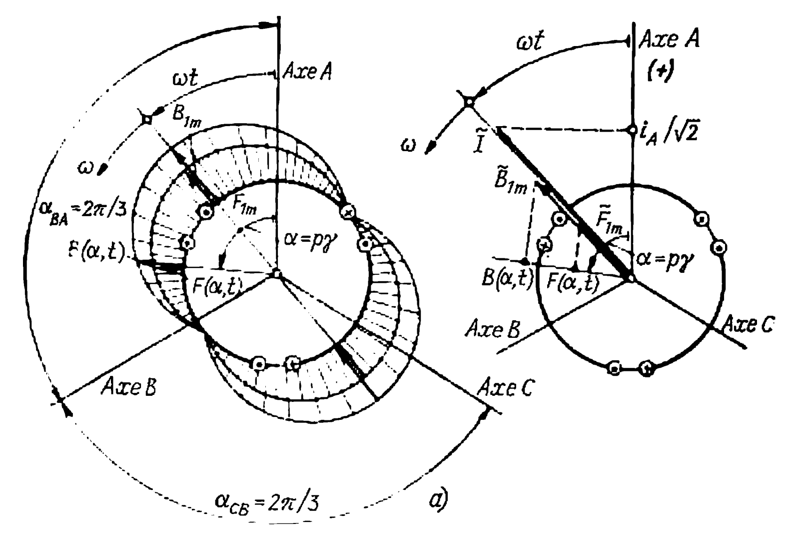


Fig. 25-10. Représentation du champ magnétique tournant dans le modèle bipolaire de la machine de la figure 25-9.

Le premier harmonique de l'induction de champ magnétique dans l'entrefer d'une machine polyphasée représente une onde tournante qui se déplace avec la même vitesse angulaire $\Omega = \Omega_1 = \omega/p$, a le même nombre p de périodes, la même période spatiale ($\tau = \tau_1$) et la même période angulaire $\gamma_p = 2\pi/p$ que l'onde fondamentale de f.m.m. (fig. 25-9). L'induction $B(\alpha, t)$ de même que la f.m.m. peut être représentée dans le modèle bipolaire de la machine (fig. 25-10), soit par une onde tournante à répartition cosinusoïdale (fig. 25-10, *a*), soit par une fonction complexe de l'espace et du temps

$$\widetilde{B}_1 = B_{1m} e^{j\omega t}, \tag{25-19}$$

qui est en phase avec la f.m.m. $\widetilde{F}_1$ et le courant $\widetilde{I}$. La projection de la fonction complexe $\widetilde{B}_1$ sur une direction quelconque passant sous un angle électrique $\alpha = p\gamma$ par rapport à l'origine dans le modèle (fig. 25-10, *b*) est égale à la composante radiale de l'induction produit par le premier harmonique au point situé sous l'angle γ par rapport à l'origine dans la machine réelle (fig. 25-9). Pour origine on prend généralement l'axe de la phase principale (phase A) dont le courant $i_A = \sqrt{2} I_a \cos \omega t$ est maximal à l'instant $t = 0$.

§ 25-6. Harmoniques supérieurs de l'induction du champ magnétique tournant d'un enroulement polyphasé

Les harmoniques supérieurs de l'induction du champ magnétique d'un enroulement polyphasé dépendent tant de la répartition spatiale de la f.m.m. de l'enroulement que de la denture des armatures magnétiques. Pourtant, étant donné que la denture se manifeste différemment pour les divers harmoniques, l'introduction d'un facteur d'entrefer, comme dans le calcul du premier harmonique du champ (§ 25-5), ne permet pas de déterminer les harmoniques supérieurs avec une précision suffisante.

C'est pourquoi, pour déterminer avec toute la précision désirable le champ magnétique d'un enroulement polyphasé, il faut commencer par construire une courbe en escalier de la f.m.m. F de cet enroulement. Au préalable, il convient de calculer pour un instant donné t, les courants instantanés i_A, i_B, i_C dans les phases de l'enroulement, les courants dans les côtés de bobines $\pm i_A w_b/a$, $\pm i_B w_b/a$, $\pm i_C w_b/a$ et les courants dans les encoches $i_{e(k-1)}$, $i_{e(k)}$, $i_{e(k+1)}$, . . ., ce qui est facile à faire si le schéma de l'enroulement est connu.

Une telle courbe de la f.m.m. F est construite par exemple sur la figure 25-8 dans les limites de τ.

Dans la figure 25-11 la même courbe est construite sur le tronçon $\tau/2$. Pour sa construction, il faut se donner arbitrairement le potentiel magnétique sur un des pas dentaires, par exemple $\varphi'_k = 0$ sur le pas dentaire k. Alors le potentiel φ'_{k+1} du pas dentaire voisin $k + 1$

qui commence après l'encoche $(k+1)$ parcourue par le courant $i_{e(k+1)}$ est $\varphi'_{k+1} = \varphi'_k + i_{e(k+1)}$ (rappelons que le courant dans l'encoche est considéré comme positif s'il est dirigé de l'arrière à l'avant de la figure). Après avoir déterminé les potentiels des pas dentaires situés sur une période de champ ou sur deux pas polaires, il convient de calculer la valeur moyenne du potentiel

$$\varphi_{\text{moy}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \varphi'_k$$

et ensuite la f.m.m. F de l'enroulement polyphasé sur tous les pas dentaires. Cette f.m.m., comptée à partir du potentiel moyen φ_{moy},

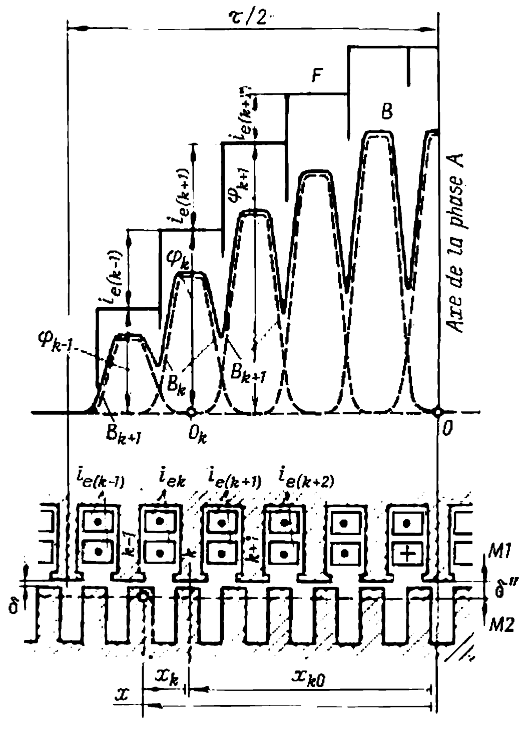


Fig. 25-11. Champ magnétique d'un enroulement polyphasé, donné par la répartition des courants instantanés dans les phases.

est égale à $\varphi_{k-1} = \varphi'_{k-1} - \varphi_{\text{moy}}$ pour le $(k-1)$-ième pas dentaire, à $\varphi_k = \varphi'_k - \varphi_{\text{moy}}$ pour le k-ième pas dentaire, à $\varphi_{k+1} = \varphi'_{k+1} - \varphi_{\text{moy}}$ pour le $(k+1)$-ième pas dentaire, et ainsi de suite.

Une telle f.m.m. est montrée sur la figure 25-11. On peut considérer qu'elle représente la somme des f.m.m. $\varphi_k(x)$ des pas dentaires. Respectivement, le champ d'un enroulement polyphasé peut être considéré comme la somme des champs élémentaires produits par

les f.m.m. $\varphi_k(x)$ des pas dentaires. La répartition de la f.m.m. $\varphi_k(x)$ du k-ième pas dentaire est montrée séparément sur la figure 25-12. Elle présente une forme rectangulaire si bien que $\varphi_k(x) = \varphi_k$ sur l'étendue du pas dentaire et $\varphi_k(x) = 0$ à son extérieur. Cela signifie que pour résoudre le problème de la détermination du champ il convient de prendre les conditions aux limites suivantes: le potentiel $\varphi = 0$ pour l'armature magnétique *2*; le potentiel $\varphi = \varphi_k$ pour le k-ième pas dentaire de l'armature magnétique *1* et le potentiel $\varphi = 0$ pour les $(k+1)$ et $(k-1)$-ièmes pas dentaires de l'armature magnétique *1*. Le champ résultant dépend fortement de la configuration des encoches et de l'entrefer. Pour simplifier le calcul, on ne reproduit fidèlement que la forme de l'armature excitée *1* dont les encoches renferment l'enroulement considéré. L'armature magnétique *2*, qui n'est pas excitée, est supposée lisse et l'influence de sa denture sur la conductivité de l'entrefer est prise en compte de façon approchée en introduisant un entrefer équivalent $\delta'' = \delta k_{\delta 2}$ [v. (24-10)].

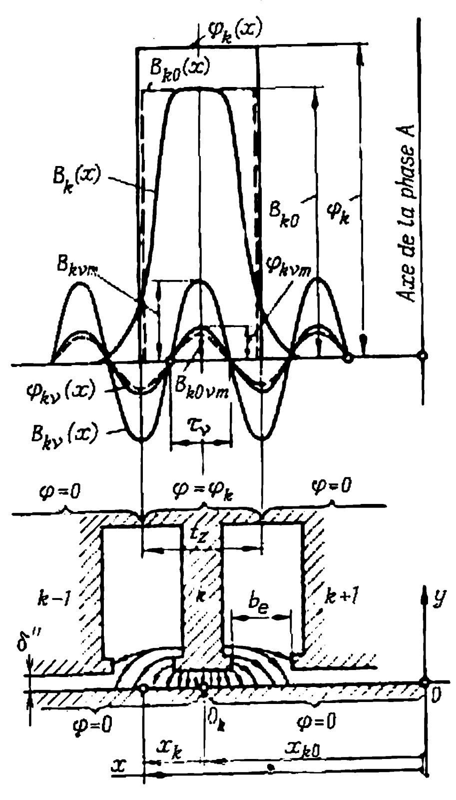


Fig. 25-12. Champ produit par la f.m.m. du k-ième pas dentaire.

Le potentiel magnétique scalaire $\varphi(x, y)$ dans la région du champ est déterminé analytiquement à l'aide de (23-8). Puis, on calcule l'induction de champ magnétique sur la surface lisse de l'armature magnétique *2* produite par la f.m.m. $\varphi_k(x)$:

$$B_k(x) = -\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \mu_0.$$

La courbe de l'induction $B_k(x)$ est montrée sur la figure. Sa forme dépend du rapport qui existe entre les dimensions dans les limites du pas dentaire: b_e/δ'' et t_Z/δ'', ce qui explique pourquoi les courants de l'induction sur tous les autres pas dentaires, par exemple $B_{k+1}(x)$ ou $B_{k-1}(x)$, ont une forme analogue à celle de la courbe de $B_k(x)$ et les ordonnées de ces courbes sont respectivement augmentées de φ_{k+1}/φ_k et de φ_{k-1}/φ_k fois. La figure 25-11 montre comment par la

composition des champs des divers pas dentaires $B_k(x)$, $B_{k+1}(x)$, $B_{k-1}(x)$, . . . on peut obtenir le champ résultant B engendré par la f.m.m. F d'un enroulement polyphasé.

Les composantes harmoniques de l'induction de champ résultant B peuvent être trouvées elles aussi par la composition des composantes harmoniques de l'induction de champs de divers pas dentaires $B_k(x)$, $B_{k+1}(x)$, . . . Les courbes de $B_k(x)$, $B_{k+1}(x)$ ayant des formes similaires, il suffit de procéder à l'analyse harmonique de l'une de ces courbes, de $B_k(x)$ par exemple. Par raison de symétrie de la courbe de $B_k(x)$ par rapport au milieu du pas dentaire (v. fig. 25-12), le développement de cette induction ne contient qu'une composante constante et des cosinus

$$B_k(x) = B_{k(c)} + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{k\nu m} \cos \frac{\nu x_k \pi}{\tau},$$

où $\nu = 1, 2, 3 \ldots$

L'amplitude du ν-ième harmonique dans ce développement a pour expression

$$B_{k\nu m} = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau}^{\tau} B_k(x) \cos \frac{\nu x_k \pi}{\tau} \, dx_k.$$

Vu la complexité de l'expression analytique de $B_k(x)$, l'intégration numérique ne peut être réalisée que sur ordinateur. Pour s'affranchir dans la pratique d'ingénieurs des calculs numériques compliqués, T. G. Soroker [1]) a proposé d'exprimer l'amplitude du ν-ième harmonique $B_{k\nu m}$ du développement de $B_k(x)$ par l'amplitude du ν-ième harmonique $B_{k0\nu m}$ du développement d'une courbe idéalisée de forme rectangulaire de l'induction $B_{k0}(x)$ de valeur maximale $B_{k0} = \mu_0 \varphi_k / \delta''$. Par raison de symétrie de la courbe de la $B_{k0}(x)$ par rapport au milieu du pas dentaire (fig. 25-12), son développement ne contient qu'une composante constante et des cosinus

$$B_{k0}(x) = B_{k0(c)} + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{k0\nu m} \cos \frac{\nu x_k \pi}{\tau}, \quad \text{où } \nu = 1, 2, 3 \ldots$$

Les amplitudes des divers termes du développement de $B_{k0}(x)$ sont faciles à calculer analytiquement

$$B_{k0\nu m} = \frac{1}{\tau} \int_{x_k=-\tau}^{\tau} B_{k0}(x) \cos \frac{\nu x_k \pi}{\tau} \, dx_k = \frac{\mu_0}{\delta''} \varphi_{k\nu m},$$

[1]) Soroker T. G. *Influence des encoches sur les harmoniques du champ magnétique dans l'entrefer des moteurs asynchrones à denture unilatérale.* Electrotechnický Obzor, 1972, n° 10.

où

$$\varphi_{k\nu m}=\frac{1}{\tau}\int_{x_k=-0,5t_Z}^{0,5t_Z}\varphi_k\cos\frac{\nu x_k\pi}{\tau}\,dx_k=\frac{2\varphi_k}{\nu\pi}\sin\frac{\nu t_Z\pi}{2\tau}$$

est l'amplitude du ν-ième harmonique de la f.m.m. $\varphi_k(x)$ du k-ième pas dentaire.

La figure 25-12 montre les ν-ièmes harmoniques des courbes des $B_k(x)$ et $B_{k0}(x)$. Comme on le voit sur cette figure, elles ont les mêmes pas polaires $\tau_\nu = \tau/\nu$, mais des amplitudes différentes $B_{k\nu m}$ et $B_{k0\nu m}$. Le rapport des amplitudes des ν-ièmes harmoniques de l'induction trouvées avec et sans prise en compte de l'influence due à la denture s'appelle facteur d'influence des encoches pour le ν-ième harmonique

$$C_\nu = B_{k\nu m}/B_{k0\nu m}. \qquad (25\text{-}20)$$

Le facteur d'influence des encoches C_ν est le même pour tous les pas dentaires d'une armature magnétique donnée ne dépend que du rapport entre les dimensions des encoches et l'ordre de l'harmonique

$$C_\nu=f\left(\frac{b_e}{\delta''};\ \frac{b_e}{t_Z};\ \frac{Z}{\nu p}\right),$$

où Z est le nombre d'encoches sur l'armature magnétique;

p, le nombre de périodes du premier harmonique;

b_e, la largeur de l'encoche près de l'entrefer.

Le traitement des résultats des calculs numériques de C_ν effectués pour différents rapports entre les dimensions a permis de proposer la méthode suivante pour le calcul approché de ce facteur.

Le facteur d'influence des encoches pour le ν-ième harmonique est calculé par la formule

$$C_\nu=D_\nu-A_\nu/\mathrm{tg}\,\frac{\pi p\nu}{Z}, \qquad (25\text{-}21)$$

où D_ν et A_ν sont déterminés suivant le rapport b_e/δ'' et la valeur de

$$\varepsilon_\nu=\frac{\pi p\nu}{Z}\,\frac{b_e}{t_Z};$$

a) pour $\varepsilon_\nu \leqslant 2$

$$A_\nu=\frac{\varepsilon_\nu}{1+5\delta''/b_e}\,[1-\varphi_{mA}\varepsilon_\nu^2\delta''/b_e],$$

où

$$\varphi_{mA}=0{,}4845-0{,}0255b_e/\delta''+0{,}0142\,(b_e/\delta'')^2;$$

$$D_\nu=1-\varphi_{mB}\varepsilon_\nu^2\,(1-\varphi_{mB}\varepsilon_\nu^2/6)$$

avec

$$\varphi_{mB}=0{,}5+\frac{2}{3}\left(\frac{\delta''}{b_e}\right)^2-\frac{1}{3\,(1+0{,}08b_e/\delta'')};$$

b) pour $\varepsilon_\nu > 2$

$$A_\nu=e^{-1{,}46\varepsilon_\nu\delta''/b_e}\sin\,(0{,}95\varepsilon_\nu-\varphi_{mC}),$$

$$D_\nu=e^{-1{,}46\varepsilon_\nu\delta''/b_e}\cos\,(0{,}95\varepsilon_\nu-\varphi_{mC}),$$

où

$$\varphi_{mC} = 0{,}7484 - 0{,}05037 b_e/\delta'' - 0{,}001195\,(b_e/\delta'')^2.$$

Indiquons à titre d'exemple les résultats du calcul de C_ν relativement aux armatures magnétiques de la figure 25-11 ou 25-12:

$$\delta = 1\ \text{mm};\quad b_e = b_{e1} = 5\ \text{mm};\quad t_Z = t_{Z1} = 10\ \text{mm};$$
$$b_{e2} = 3{,}75\ \text{mm};\quad t_{Z2} = 7{,}5\ \text{mm};\quad Z = 24;\ p = 1.$$

Effectuons ce calcul pour le premier harmonique de denture d'ordre

$$\nu = Z/p - 1 = 24/1 - 1 = 23.$$

Le facteur d'entrefer pour la deuxième armature magnétique [v. (24-10)] est

$$k_{\delta 2} = 7{,}5/(7{,}5 - 1{,}607\cdot 1) = 1{,}272,$$

où

$$\gamma = (3{,}75/1)^2/(5 + 3{,}75/1) = 1{,}607.$$

L'entrefer équivalent est

$$\delta'' = \delta k_{\delta 2} = 1\cdot 1{,}272 = 1{,}272\ \text{mm}.$$

Les autres valeurs obtenues moyennant les formules données plus haut sont

$$\varepsilon_\nu = 1{,}5053 < 2;\ \operatorname{tg}\frac{\pi p \nu}{Z} = -0{,}13165;$$

$$\varphi_{mA} = 0{,}60367;\quad \varphi_{mB} = 0{,}28955;\quad A_\nu = 0{,}43198;\quad D_\nu = 0{,}41564;$$
$$C_\nu = 3{,}713.$$

Après avoir déterminé le facteur C_ν, il n'est pas difficile de calculer, en tenant compte de la denture, l'amplitude du ν-ième harmonique de l'induction produite par la f.m.m. $\varphi_k(x)$ du k-ième pas dentaire

$$B_{k\nu m} = C_\nu B_{k0\nu m} = \frac{\mu_0 C_\nu}{\delta''}\varphi_{k\nu m}, \tag{25-22}$$

où $\varphi_{k\nu m}$ est l'amplitude du ν-ième harmonique de la f.m.m. du k-ième pas dentaire (v. plus haut).

Connaissant la répartition spatiale du ν-ième harmonique de la f.m.m. du k-ième pas dentaire

$$\varphi_{k\nu}(x) = \varphi_{k\nu m}\cos\frac{\nu x_k \pi}{\tau}$$

et en utilisant (25-22), il est facile d'écrire l'équation pour la répartition du ν-ième harmonique de l'induction compte tenu de la denture:

$$B_{k\nu}(x) = B_{k\nu m}\cos\frac{\nu x_k \pi}{\tau}.$$

Pour pouvoir faire la somme des inductions, il est nécessaire d'écrire cette équation dans un système de coordonnées, commun à tous les contours, dont l'origine coïncide avec l'axe de la phase A (fig. 25-11 et 25-12):

$$B_{k\nu}(x) = B_{k\nu m}\cos(x - x_{k0})\frac{\nu\pi}{\tau}.$$

Dans cette dernière équation, $(x - x_{k0}) = x_k$ est la distance entre l'axe de la k-ième dent et le point considéré dans l'entrefer;

x_{k0} la distance entre l'axe de la phase A et l'axe de la k-ième dent;
x la distance entre l'axe de la phase A et le point considéré.

En remarquant que $x\pi/\tau = \alpha$ est l'angle électrique, suivant le premier harmonique, entre l'axe de la phase A et le point considéré et $x_{k0}\,\pi/\tau = \alpha_{k0}$ est l'angle électrique entre l'axe de la phase A et l'axe de la k-ième dent, on peut mettre l'équation décrivant la répartition spatiale des ν-ièmes harmoniques de la f.m.m. et de l'induction sous la forme suivante:

$$\left.\begin{array}{l}\varphi_{k\nu}(\alpha) = \varphi_{k\nu m}\cos\nu(\alpha - \alpha_{k0});\\ B_{k\nu}(\alpha) = B_{k\nu m}\cos\nu(\alpha - \alpha_{k0}).\end{array}\right\} \qquad (25\text{-}23)$$

Les phases de l'enroulement étant parcourues par des courants alternatifs de pulsation ω, on peut affirmer que la f.m.m. du k-ième pas dentaire variera dans le temps avec la même pulsation

$$\varphi_k = \varphi_{km}\cos(\omega t - \beta_k),$$

où φ_{km} est l'amplitude temporelle de la f.m.m. du k-ième pas dentaire;

β_k, la phase temporelle de la f.m.m. du k-ième pas dentaire.

Les amplitudes des ν-ièmes harmoniques spatiaux de la f.m.m. et de l'induction du k-ième pas dentaire subissent des variations respectives dans le temps:

$$B_{k\nu m} = \frac{\mu_0 C_\nu}{\delta''}\varphi_{k\nu m},$$

où $\varphi_{k\nu m} = \dfrac{2\varphi_k}{\nu\pi}\sin\dfrac{\nu t_Z\pi}{2\tau}$ est l'amplitude du ν-ième harmonique de la f.m.m. à l'instant t;

$\varphi_{k\nu mm} = \dfrac{2\varphi_{km}}{\nu\pi}\sin\dfrac{\nu t_Z\pi}{2\tau}$, l'amplitude du ν-ième harmonique de la f.m.m. à l'instant où $\varphi_k(t) = \varphi_{km}$.

En tenant compte du fait que $\varphi_{k\nu m}$ et $B_{k\nu m}$ intervenant dans (25-23) varient en fonction du temps, on obtient des équations donnant les ν-ièmes harmoniques de la f.m.m. et de l'induction agissant à un instant t quelconque en un point quelconque de l'entrefer situé sous l'angle α par rapport à l'axe de la phase:

$$\left.\begin{array}{l}\varphi_{k\nu}(\alpha,\ t) = \varphi_{k\nu mm}\cos(\omega t - \beta_k)\cos\nu(\alpha - \alpha_{k0});\\ B_{k\nu}(\alpha,\ t) = \dfrac{\mu_0 C_\nu}{\delta''}\varphi_{k\nu mm}\cos(\omega t - \beta_k)\cos\nu(\alpha - \alpha_{k0}).\end{array}\right\} \qquad (25\text{-}24)$$

En comparant les équations obtenues et l'équation (24-37) on peut constater qu'elles sont des équations des ondes pulsatoires.

Le ν-ième harmonique résultant de l'induction d'un enroulement polyphasé est obtenu en faisant la somme des inductions engendrées par les f.m.m. des pas dentaires:

$$B_\nu(\alpha,\ t) = \sum_{k=1}^{Z} B_{k\nu}(\alpha,\ t) = \frac{\mu_0 C_\nu}{\delta''}\sum_{k=1}^{Z}\varphi_{k\nu}(\alpha,\ t).$$

La somme des ν-ièmes harmoniques des f.m.m. de tous les pas dentaires $\sum_{k=1}^{Z} \varphi_{k\nu}(\alpha, t)$ donne le ν-ième harmonique de la f.m.m. $F_\nu(\alpha, t)$ de l'enroulement polyphasé.

Nous avons vu précédemment (v. § 25-4) que pour $\nu = 2mc \pm 1$ où $c = 0, 1, 2, 3, \ldots$, un enroulement à m phases produit un ν-ième harmonique de la f.m.m. sous la forme d'une onde tournante décrite par l'équation (25-15), c'est pourquoi

$$\sum_{k=1}^{Z} \varphi_{k\nu}(\alpha, t) = F_\nu(\alpha, t) = F_{\nu m} \cos(\pm \omega t - \nu\alpha)$$

et par conséquent le ν-ième harmonique de l'induction d'un enroulement polyphasé a pour valeur

$$B_\nu(\alpha, t) = B_{\nu m} \cos(\pm \omega t - \nu\alpha), \tag{25-25}$$

où $B_{\nu m} = \mu_0 C_\nu F_{\nu m}/\delta''$ est l'amplitude de l'onde tournante du ν-ième harmonique de l'induction de l'enroulement polyphasé.

Ainsi, *l'induction d'un enroulement polyphasé obtenue en tenant compte de l'influence des encoches contient des composantes harmoniques de même ordre que la f.m.m. L'influence des encoches sur l'amplitude des harmoniques de l'induction est prise en compte à l'aide du facteur C_ν calculé au moyen de* (25-21).

Le facteur C_ν peut être positif ou négatif. Respectivement, l'onde d'induction peut être en phase ou en opposition de phase avec l'onde de f.m.m. Pour des harmoniques présentant de grands pas polaires et satisfaisant à la condition $\tau_\nu = \tau/\nu \gg t_{Z1}$ le facteur $C_\nu \approx 1/k_{\delta 1}$. Etant donné que pour le premier harmonique cette condition est généralement réalisée, $\tau_1 \gg t_Z = \tau_1/(m_1 q_1)$ l'amplitude de son induction définie par (25-25) est $B_1 = F_{1m}\mu_0 C_1/\delta'' = F_{1m}\mu_0/(\delta k_{\delta 1} k_{\delta 2})$, ce qui coïncide avec (25-18).

Le nombre de périodes, le pas polaire, le sens de rotation, la vitesse angulaire mécanique et la vitesse angulaire électrique de l'harmonique d'ordre ν de l'induction de champ tournant coïncident avec les paramètres homologues de l'harmonique de même ordre de la f.m.m. [v. (25-13)]. Les harmoniques supérieurs d'ordre ν ne diffèrent du premier harmonique de l'induction du champ tournant que par des amplitudes beaucoup plus faibles, un autre nombre de périodes et des vitesses angulaires différentes.

Comme chacun des harmoniques du champ se déplace avec sa vitesse angulaire Ω_ν, la position relative des harmoniques change constamment et le champ magnétique résultant varie périodiquement en forme. Cette propriété du champ est illustrée par la figure 25-13 dans laquelle l'induction est représentée par la somme du premier et du cinquième harmoniques. La valeur de l'induction est déterminée pour deux instants: $t = 0$, lorsque le courant dans la phase A d'un enroulement triphasé est maximal (fig. 25-13, *a*) et

$t = \pi/2\omega$, lorsque $\omega t = \pi/2$ et le courant dans la phase A est nul (fig. 25-13, *b*). Pour $t = 0$, les amplitudes des harmoniques se situent sur l'axe de la phase. Pendant le temps $t = \pi/2\omega$ l'onde

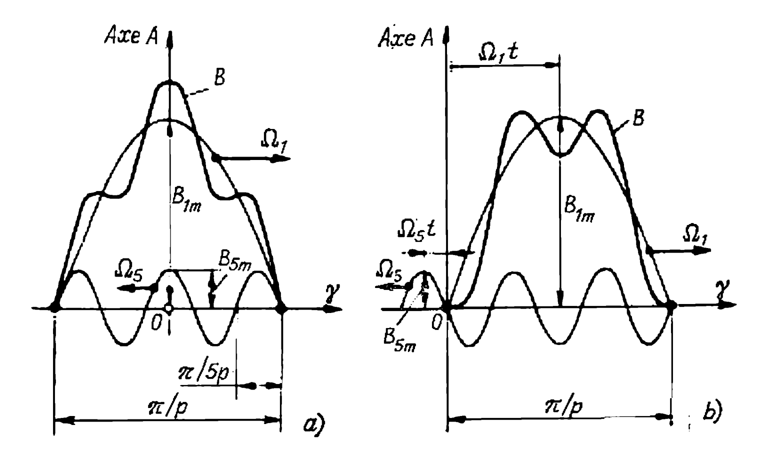


Fig. 25-13. Influence des harmoniques supérieurs sur la forme du champ tournant d'un enroulement polyphasé:
a) champ pour $t = 0$; *b*) champ pour $t = \pi/2\omega$.

fondamentale se déplace dans le sens positif d'un angle

$$\Omega_1 t = \frac{\omega}{p} \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2p}$$

ou d'un angle électrique $\pi/2$, alors que l'onde de cinquième harmonique se déplace dans le sens opposé d'un angle

$$\Omega_5 t = \frac{\omega}{5p} \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2(5p)}$$

ou d'un angle électrique

$$(5p) \cdot (\Omega_5 t) = \frac{\pi}{2}.$$

Comme le montre la figure, la forme de la courbe d'induction pour $t = 0$ est différente de la forme pour $t = \pi/2\omega$ parce que la position relative a changé. Par souci de clarté le cinquième harmonique est figuré avec une amplitude plusieurs fois plus grande que sa valeur habituelle.

Cette variation de la forme est peu notable si les harmoniques supérieurs sont faibles.

Les particularités étudiées des harmoniques supérieurs sont caractéristiques des champs tournants produits par des enroulements polyphasés lorsqu'ils sont alimentés avec des courants symétriques directs ou inverses de pulsation ω. *Les harmoniques du champ d'un enroulement polyphasé tournent avec les mêmes vitesses angulaires électriques* $\omega_\nu = \omega$ *qui coïncident avec la pulsation des courants mais leurs vitesses angulaires mécaniques* $\Omega_\nu = \omega/\nu p$ *sont différentes.*

CHAMP MAGNÉTIQUE D'UN ENROULEMENT D'EXCITATION TOURNANT

§ 26-1. Champ magnétique d'un enroulement d'excitation concentré

Un champ magnétique tournant peut également être créé par un autre procédé, à l'aide d'un enroulement d'excitation placé sur un rotor tournant. Lorsque cet enroulement est alimenté par un courant continu i, il engendre un champ magnétique, fixe par rapport au rotor, comportant une composante radiale d'induction B (fig. 26-1). Si le rotor portant l'enroulement est mis en rotation avec une vitesse angulaire mécanique Ω, le champ magnétique produit par l'enroulement sera animé lui aussi d'un mouvement de rotation avec la même vitesse angulaire.

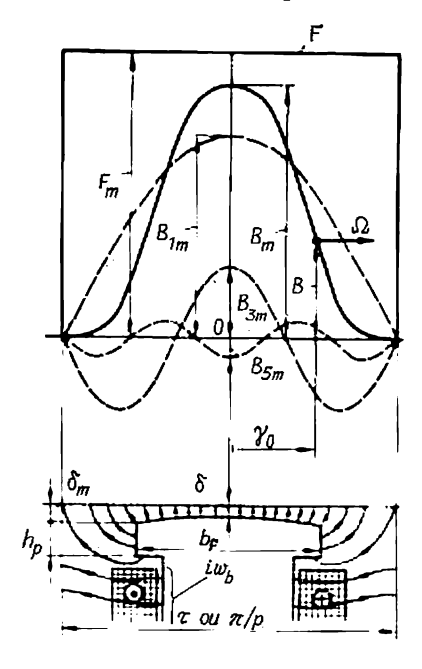


Fig. 26-1. Champ magnétique d'un enroulement d'excitation concentré.

La force magnétomotrice F produite par un enroulement d'excitation concentré se présente sous la forme d'une courbe de forme rectangulaire (§ 24-1). Sur l'étendue du pas polaire, sa valeur reste constante et égale à $F_m = iw_b$, sur l'axe de l'encoche, elle subit une variation brusque d'une quantité égale au courant $2iw_b$ dans l'encoche et inverse sa polarité en devenant $-F_m$. L'amplitude de la f.m.m. peut être calculée comme dans le cas d'un enroulement monophasé à deux couches à pas normal, présentant $q = 1$, $y_b = \tau$ et alimenté par un courant continu $i = \sqrt{2} I_a$

$$F_m = q (\sqrt{2} I_a)\, w_b = iw_b.$$

Le champ dans l'entrefer, engendré par la f.m.m. F, est calculé sur une portion de $0{,}5\tau$ à l'aide de l'équation de Laplace (23-8) pour

le potentiel magnétique scalaire, les conditions aux limites étant les suivantes: le potentiel sur la surface de l'épanouissement polaire est égal à φ; le potentiel sur la surface de l'armature magnétique lisse et sur l'axe de l'encoche est nul.

La forme que présente la courbe de la composante radiale de l'induction B sur la surface de l'armature lisse dépend du rapport

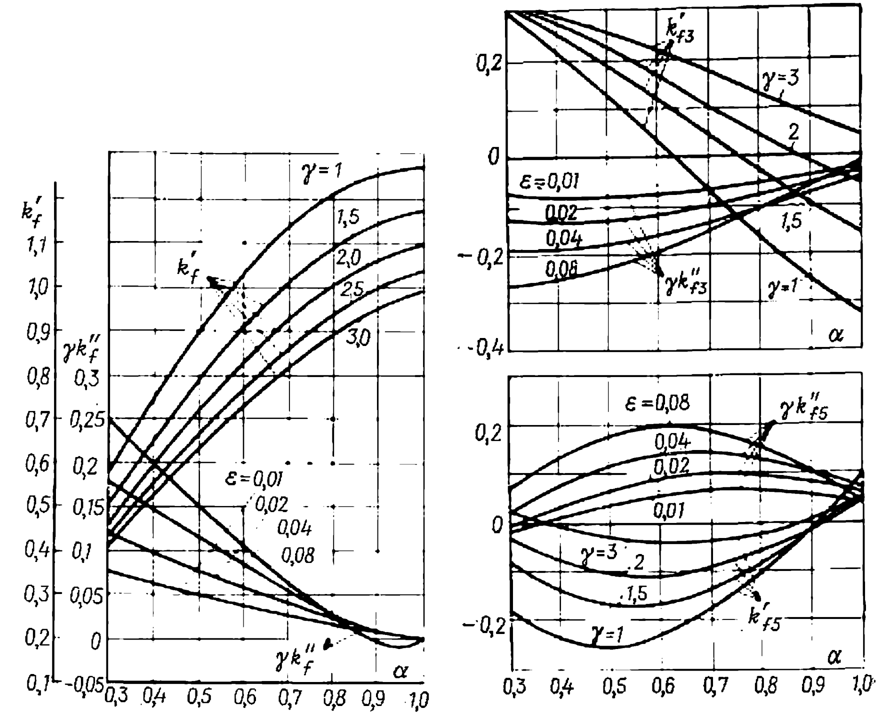


Fig. 26-2. Coefficients du champ d'excitation déterminant la valeur moyenne de l'induction $\alpha_f = \alpha'_f + \alpha''_f = B_{moy}/B_m$ et son onde fondamentale $k_f = k'_f + k''_f$.

Fig. 26-3. Coefficients du champ d'excitation déterminant les harmoniques de l'induction $k_{f\nu} = k'_{f\nu} + k''_{f\nu}$.

des dimensions dans la région de l'entrefer et de l'épanouissement polaire, à savoir de l'arc polaire relatif $\alpha = b_p/\tau$; de l'entrefer relatif sous la corne polaire $\gamma = \delta_m/\delta$; de l'entrefer relatif sur l'axe de la pièce polaire $\varepsilon = \delta/\tau$.

La courbe de l'induction représentée par la figure 26-1 correspond à $\alpha = 0{,}55$; $\gamma = 2$ et $\varepsilon = 0{,}01$. Les courbes de l'induction B calculées sur ordinateur pour différentes valeurs de α, γ et ε sont soumises à une analyse harmonique et les amplitudes de diverses harmoniques sont exprimées en fractions d'induction B_m sous la

forme des taux d'harmoniques du champ excitateur:

$$k_f = B_{1m}/B_m \text{ pour le premier harmonique;} \quad (26\text{-}1)$$

$$k_{f\nu} = B_{\nu m}/B_m \text{ pour un harmonique supérieur d'ordre } \nu. \quad (26\text{-}2)$$

Par induction $B_m = \mu_0 F_m/\delta$ on entend dans ce cas l'induction engendrée sous l'effet d'une f.m.m. constante F_m [1]) dans un entrefer uniforme.

Les calculs les plus précis des taux k_f et $k_{f\nu}$ ont été effectués par I. I. Talalov et leurs résultats pour $\nu = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ sont indiqués dans [38]. Ici, nous ne reproduisons que des courbes nécessaires au calcul du taux k_f pour le premier harmonique (fig. 26-2) et des taux k_{f3} et k_{f5} pour le troisième et le cinquième harmoniques (fig. 26-3). En se servant de ces figures, on détermine les composantes des taux indiqués k'_f et k''_f, k'_{f3} et k''_{f3}, k'_{f5} et k''_{f5} (remarquons que sur les figures sont donnés $\gamma k''_f$, $\gamma k''_{f3}$, $\gamma k''_{f5}$). Les taux eux-mêmes sont obtenus en faisant la somme des composantes pour des valeurs données de α, γ et ε, $k_f = k'_f + k''_f$; $k_{f\nu} = k'_{f\nu} + k''_{f\nu}$.

La forme de la courbe de l'induction B diffère de celle de la courbe de la f.m.m. et si les rapports entre les dimensions dans la région de l'entrefer sont correctement choisis, elle peut être rendue voisine de la sinusoïde. La courbe d'induction peut être développée en une série harmonique en écrivant l'équation pour le ν-ième harmonique par rapport à l'axe de l'enroulement

$$B(\alpha) = B_{\nu m} \cos \alpha_{0\nu}, \quad (26\text{-}3)$$

où

$$\alpha_{0\nu} = \nu\alpha_0 = \nu p \gamma_0;$$

α_0, γ_0 sont les angles électrique et géométrique qui déterminent la position du point considéré par rapport à l'axe de l'enroulement.

§ 26-2. Champ magnétique d'un enroulement d'excitation réparti

La force magnétomotrice engendrée par un enroulement d'excitation réparti se présente sous la forme d'une courbe en escalier (fig. 26-4) qui rappelle celle de la f.m.m. d'une phase d'un enroulement à deux couches. Pour déterminer les amplitudes des harmoniques de la f.m.m. produite par un enroulement réparti à une couche, lorsque le courant dans l'encoche est iw_b et le nombre d'encoches bobinées par pôle est q, on peut utiliser les formules (24-35) obtenues pour une phase d'un enroulement à deux couches, à condition de prendre un enroulement sans raccourcissement du pas ($y_b = \tau$) [2]) et de poser le courant maximal dans la bobine de l'enrou-

[1]) Dans le cas considéré, le potentiel magnétique scalaire $\varphi = F_m$.

[2]) En ce qui concerne la production du champ, l'enroulement d'excitation réparti doit être considéré comme un enroulement à pas normal parce que la distance entre deux groupes voisins d'encoches bobinées est égale au pas polaire τ.

lement à deux couches ($\sqrt{2} I_a w_b$) égal à la moitié du courant dans l'encoche de l'enroulement d'excitation iw_b, c'est-à-dire

$$\sqrt{2} I_a w_b = iw_b/2.$$

Ayant en vue que pour $y_b = \tau$ le facteur $k_{r\nu} = 1$, on obtient à partir de (24-35) pour l'amplitude du ν-ième harmonique de la f.m.m.

$$F_\nu = \frac{2qk_{d\nu}}{\pi\nu}(iw_b) = \frac{4k_{d\nu}}{\pi\nu}(iw), \quad (26\text{-}4)$$

où $w = w_b q/2$ est le nombre de spires par pôle de l'enroulement d'excitation;

$k_{d\nu} = \dfrac{\sin \frac{q\nu\gamma_Z}{2}}{q \sin \frac{\nu\gamma_Z}{2}}$ le facteur de distribution pour le ν-ième harmonique;

$\gamma_Z = t_Z\pi/\tau = \rho\pi/q$, l'angle électrique entre deux encoches bobinées consécutives;

t_Z, le pas dentaire;

$\rho = b/\tau$, la longueur relative de la partie bobinée de la pièce polaire;

b, la longueur de la partie bobinée du pas polaire.

Fig. 26-4. Champ magnétique d'un enroulement d'excitation réparti ($q = 6$, $b/\tau = 2/3$).

Le coefficient de conductivité de l'entrefer peut être considéré dans ce cas comme constant sur toute l'étendue du pas polaire et égal à

$$\lambda_0 = 1/\delta.$$

C'est pourquoi la forme de la courbe de l'induction $B = \mu_0 F \lambda_0$ reproduit celle de la courbe de la f.m.m. et les amplitudes des harmoniques de l'induction sont proportionnelles aux amplitudes des harmoniques de la f.m.m.

$$B_\nu = \mu_0 F_\nu \lambda_0.$$

L'équation pour le ν-ième harmonique de l'induction écrite par rapport à l'axe de l'enroulement ne diffère pas de l'équation correspondante obtenue pour un enroulement concentré (26-3).

§ 26-3. Ondes harmoniques tournantes du champ d'excitation

Lorsque le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω, *le champ d'excitation du rotor et ses harmoniques* (sur la figure 26-5 ne sont montrés que le premier et le cinquième harmoniques) *tournent avec les mêmes*

vitesses angulaires $\Omega_\nu = \Omega$. C'est pourquoi, à la différence du champ tournant produit par un enroulement polyphasé, *le champ d'un enroulement d'excitation conserve sa forme lors de la rotation. Les vitesses angulaires électriques des divers harmoniques sont différentes*

$$\omega_\nu = p_\nu \Omega_\nu = \nu p \Omega$$

et d'autant plus grandes que l'ordre de l'harmonique est plus élevé (comparer avec le champ produit par un enroulement polyphasé

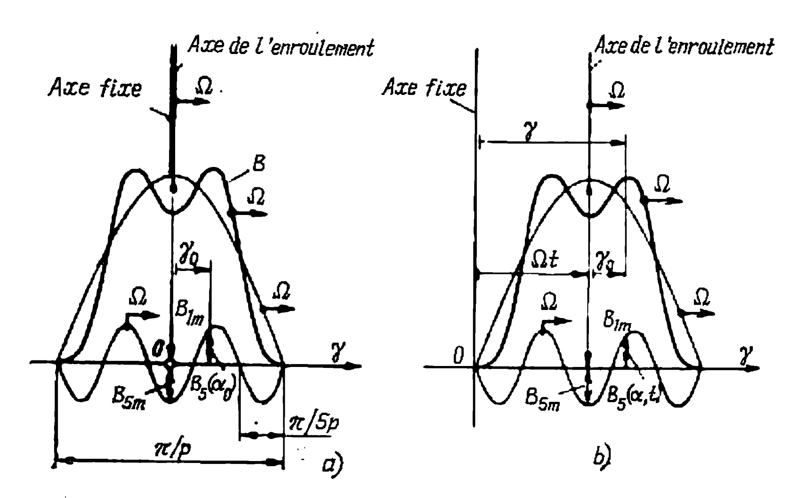


Fig. 26-5. Harmoniques supérieurs du champ magnétique d'un enroulement d'excitation:

a) champ pour $t = 0$; b) champ à un instant t quelconque.

dans lequel les vitesses angulaires électriques sont les mêmes alors que les vitesses angulaires mécaniques sont différentes).

L'équation de l'onde tournante d'induction de champ d'excitation d'ordre ν, écrite par rapport à l'axe fixe, peut être obtenue à partir de l'équation (26-3) pour l'harmonique du même ordre. Si l'on suppose qu'à l'instant $t = 0$ l'axe de l'enroulement tournant avec la vitesse angulaire Ω coïncide avec l'axe fixe (v. fig. 26-5, *a*), la relation entre les coordonnées angulaires d'un point quelconque par rapport à l'axe γ_0 de l'enroulement et par rapport à l'axe fixe à l'instant quelconque t est définie par l'équation

$$\gamma = \gamma_0 + \Omega t.$$

En considérant cette équation conjointement avec l'équation (26-3), on obtient l'équation de l'onde tournante d'induction d'ordre ν:

$$B_\nu(\alpha, t) = B_{\nu m} \cos[\nu p \Omega t - \nu p \gamma] = B_{\nu m} \cos[\omega_\nu t - \nu \alpha]. \quad (26\text{-}5)$$

Cette équation a la même forme que l'équation de l'onde directe tournante d'ordre ν produite par un enroulement polyphasé (25-10), (25-20).

Le coefficient de l'angle γ dans cette équation est égal au nombre de périodes de l'harmonique considéré: $\nu p = p_\nu$.

Le coefficient du temps t est égal à la vitesse angulaire électrique de l'harmonique: $\nu p\Omega = p_\nu\Omega = \omega_\nu$.

Le rapport du coefficient du temps au coefficient de l'angle est égal à la vitesse angulaire mécanique:

$$\frac{\nu p\Omega}{\nu p} = \Omega.$$

CHAPITRE 27

FLUX DE CHAMPS TOURNANTS COUPLÉS AVEC LES ENROULEMENTS. FORCES ÉLECTROMOTRICES INDUITES PAR LES CHAMPS TOURNANTS

§ 27-1. Remarques préliminaires

La circulation de courants dans les enroulements des machines électriques a pour effet de provoquer l'apparition de champs magnétiques variant dans le temps et dans l'espace. Comme il a été montré dans les chap. 25, 26, quel que soit le mode de leur production, les champs d'induction mutuelle s'exerçant dans l'entrefer peuvent être décomposés en série de Fourier et représentés par une somme de champs tournants caractérisés par des amplitudes différentes de la composante radiale de l'induction $B_{\nu m}$, un nombre p_ν différent de périodes et se déplaçant avec des vitesses angulaires Ω_ν différentes.

Un des problèmes importants qui se pose devant la théorie des machines électriques est la détermination des flux engendrés par les champs tournants et embrassés par l'enroulement d'une phase et des f.é.m. induites dans une phase de l'enroulement lors du déplacement de ces champs. Etant donné que les enroulements polyphasés et les enroulements d'excitation tournants qui engendrent ces champs sont toujours réalisés de façon telle que les amplitudes des harmoniques supérieurs de l'induction décroissent rapidement lorsque l'ordre de l'harmonique s'élève, le champ d'un enroulement peut être représenté avec une bonne approximation par le premier terme ($\nu = 1$) de la série harmonique. L'onde d'induction d'un tel champ tournant d'amplitude B_{1m} est montrée par exemple sur les figures 25-9, 25-13, 26-1.

Relativement à un axe de référence fixe, l'induction de champ tournant direct est déterminée par (25-18):

$$B(\alpha, t) = B_{1m} \cos(\omega t - \alpha) = B_{1m} \cos(p\Omega t - p\gamma). \qquad (27\text{-}1)$$

La force électromotrice induite dans une phase de l'enroulement par le champ tournant peut être calculée comme la somme des f.é.m. induites dans ses éléments élémentaires, c'est-à-dire dans les bobines. Il convient donc de commencer par déterminer le flux embrassé par les spires d'une bobine de l'enroulement et la f.é.m.

§ 27-2. Flux embrassé et f.é.m. d'une bobine d'enroulement

Considérons une bobine déplacée suivant la circonférence d'une distance égale à x_b à partir de l'origine O. L'axe de cette bobine est tourné d'un angle $\gamma_b = x_b/R$ par rapport à l'axe fixe où $R =$

$= \tau p/\pi$ est le rayon de la circonférence de l'entrefer (fig. 27-1). Dans le cas général, le pas circonférentiel de la bobine y_b est rendu un peu inférieur au pas polaire τ. L'angle occupé par la bobine ou pas angulaire de la bobine est calculé par la formule

$$\gamma_y = y_b/R.$$

L'onde d'induction tournante décrite par l'expression (27-1) se déplace par rapport à la bobine avec la vitesse angulaire Ω. A un instant t, l'axe du champ tournant est déplacé par rapport à l'axe fixe initial d'un angle Ωt et se dispose à peu près comme l'indique la figure. La composante radiale de l'induction B est déterminée en tout point sur la circonférence ayant une coordonnée angulaire γ par rapport à l'axe fixe par l'expression (27-1) pour t donné.

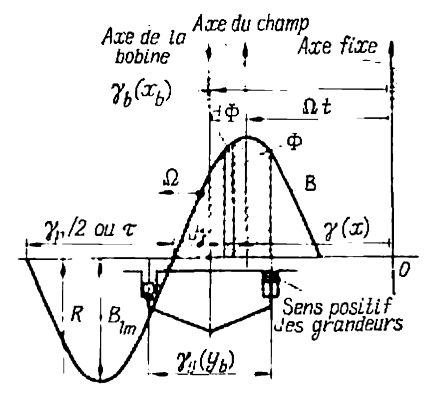


Fig. 27-1. Détermination du flux embrassé par une spire.

Les spires de la bobine sont embrassées par le flux magnétique Φ passant par la portion de la surface cylindrique S_y de rayon R dont la dimension suivant l'arc est y_b et la dimension suivant la génératrice est égale à la longueur de calcul l_δ de l'armature magnétique (v. § 23-5) :

$$\Phi = \int_{S_y} B_n \, dS = \int_{S_y} d\Phi.$$

Ayant en vue que sur l'étendue de la longueur de calcul l'induction sur l'axe de la machine reste constante et que dans un système de coordonnées cylindriques la composante normale sur la surface cylindrique est égale à la composante radiale $B_n = B_R = B$, on peut passer de l'intégration sur la surface à l'intégration le long de la circonférence sur laquelle la position d'un point est déterminée par la coordonnée angulaire γ.

Un élément de surface dS peut être exprimé par un élément de longueur de la circonférence $dx = R\,d\gamma$ de la manière suivante:

$$dS = l_\delta \, dx = l_\delta R \, d\gamma.$$

Dès lors, l'élément de flux aura pour expression

$$d\Phi = B l_\delta R \, d\gamma,$$

et l'intégration devra s'effectuer sur la largeur de la bobine, c'est-à-dire de $\gamma_b' = \gamma_b - \gamma_y/2$ à $\gamma_b'' = \gamma_b + \gamma_y/2$:

$$\Phi_{(t=\text{const})} = \int_{S_y} d\Phi = \int_{\gamma_b'}^{\gamma_b''} B l_\delta R \, d\gamma =$$

$$= B_{1m} l_\delta R \int_{\gamma_b'}^{\gamma_b''} \cos(\omega t - p\gamma) \, d\gamma = \frac{B_{1m} l_\delta R}{p} \sin(p\gamma - \omega t) \Big|_{\gamma_b'}^{\gamma_b''} .$$

Après avoir mis les limites d'intégration et effectué les transformations trigonométriques (décomposition des sinus de la somme et de la différence des angles, à savoir $\sin\left[(\alpha_b - \omega t) + \frac{\alpha_y}{2}\right]$ et $\sin\left[(\alpha_b - \omega t) - \frac{\alpha_y}{2}\right]$), on obtient

$$\Phi = \Phi_{ym} \cos(\omega t - \alpha_b) = k_r \Phi_m \cos(\omega t - \alpha_b), \tag{27-2}$$

où $\Phi_{ym} = k_r \Phi_m$ est le flux maximal qui peut être embrassé par les spires de la bobine donnée dont le pas est y_b;

$\Phi_m = \frac{2}{\pi} \tau l_\delta B_{1m}$, le flux maximal embrassé par les spires d'une bobine réalisée à pas normal $y_b = \tau$;

$k_r = \sin \frac{\alpha_y}{2} = \sin \frac{y_b \pi}{\tau \cdot 2}$, le coefficient de raccourcissement du pas de la bobine (pour le premier harmonique du champ);

$\alpha_y = p\gamma_y = y_b \pi / \tau$, l'angle électrique occupé par la bobine;

$\alpha_b = p\gamma_b = x_b \pi / \tau$, l'angle électrique caractérisant la position de l'axe de la bobine par rapport à l'axe initial (origine).

Il résulte de (27-2) que la pulsation du flux embrassé par les spires de la bobine $\omega = p\Omega$ est égale à la vitesse angulaire électrique de l'onde. La *fréquence de variation du flux est*

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\Omega p}{2\pi} .$$

Respectivement, la *période temporelle de variation du flux est*

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\Omega p} = \frac{\gamma p}{\Omega} .$$

L'expression (27-2) montre (v. aussi fig. 27-2) que le flux embrassé par une spire passe par son maximum positif $\Phi = \Phi_{ym}$ pour $\omega t - \alpha_b = 0$, c'est-à-dire à l'instant

$$t = \frac{\alpha_b}{\omega} = \frac{p\gamma_b}{p\Omega} = \frac{\gamma_b}{\Omega} ,$$

lorsque l'axe du champ coïncide avec l'axe de la bobine

$$\Omega t = \Omega \left(\frac{\gamma_b}{\Omega} \right) = \gamma_b$$

Dans ces conditions, le retard du flux dépend de l'angle électrique $\alpha_b = p\gamma_b$ qui caractérise la position de la bobine par rapport à l'origine.

Le flux maximal de la bobine se mesure par la surface hachurée de la figure 27-2, *a*.

Le flux de champ tournant embrassé par une bobine est calculé en multipliant le flux (27-2) par le nombre de spires w_b de la bobine

$$\Psi = w_b\Phi = \Psi_{bm} \cos(\omega t - \alpha_b), \qquad (27\text{-}3)$$

où $\Psi_{bm} = w_b k_y \Phi_m = w_b \Phi_{ym}$ est le *flux maximal embrassé par la bobine.*

La force électromotrice de la bobine a pour expression

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = \omega\Psi_{bm} \sin(\omega t - \alpha_b) = \sqrt{2}\, E_b \sin(\omega t - \alpha_b). \qquad (27\text{-}4)$$

La valeur efficace de la f.é.m. de la bobine est

$$E_b = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \Psi_{bm} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_b k_r \Phi_m. \qquad (27\text{-}5)$$

Le flux embrassé et la f.é.m. peuvent être représentés dans le diagramme vectoriel temporel (fig. 27-3) par des fonctions complexes

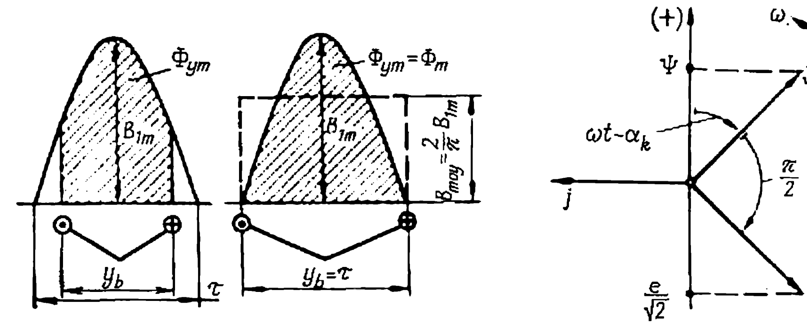


Fig. 27-2. Influence du raccourcissement du pas sur la valeur maximale du flux couplé avec une bobine.

Fig. 27-3. Diagramme vectoriel du flux embrassé et de la f.é.m. d'une bobine.

$\tilde{\Psi}_{bm}$ et $\tilde{E}_b$ dont les projections sur l'axe réel du plan complexe temporel confondu avec l'axe des temps, sont égales aux valeurs instantanées des grandeurs correspondantes:

$$\left.\begin{aligned} \Psi &= \mathrm{Re}\,(\tilde{\Psi}_b) = \mathrm{Re}\,[\Psi_{bm} e^{j(\omega t - \alpha_b)}]; \\ e &= \mathrm{Re}\,(\sqrt{2}\, \tilde{E}_b) = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\, E_b e^{j(\omega t - \alpha_b - \pi/2)}]. \end{aligned}\right\} \qquad (27\text{-}6)$$

Sur la figure 27-3, la position des grandeurs complexes correspond au champ magnétique de la figure 27-1. Dans cette position, le flux embrassé $\Psi > 0$ parce qu'il est dirigé suivant l'axe de la bobine; la f.é.m. $e < 0$, ce qui signifie que son sens est opposé au sens positif dans la bobine qui est lié à la direction de son axe par la règle de la vis normale.

La force électromotrice de la bobine est

$$\tilde{E}_b = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \tilde{\Psi}_{bm}. \qquad (27\text{-}7)$$

§ 27-3. Flux embrassé et f.é.m. d'un groupe de bobines

Sur chaque pas polaire d'un enroulement à deux couches sont placées q bobines d'une phase donnée (sur la figure 27-4, $q = 3$).

Le diagramme temporel des flux embrassés et des f.é.m. des bobines du groupe de la figure 27-4, construit à l'aide de (27-3), (27-4)

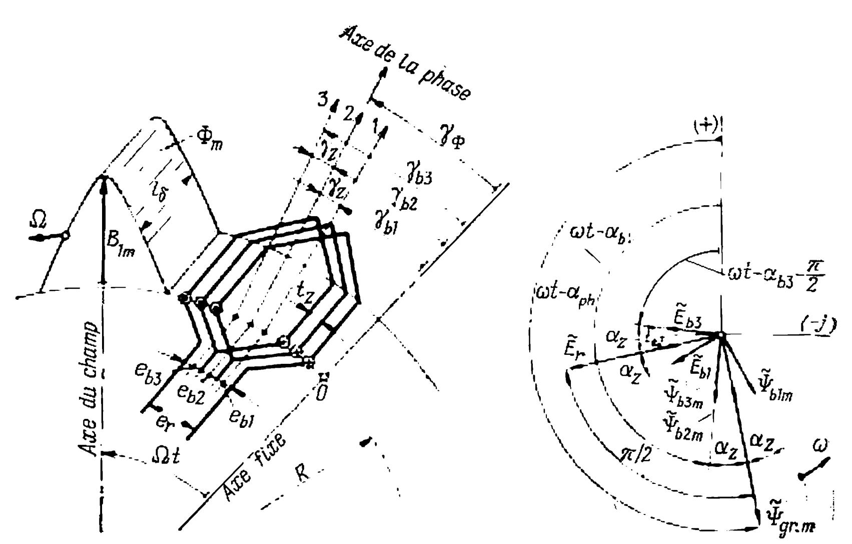


Fig. 27-4. F.é.m. induites dans un groupe de bobines.

Fig. 27-5. Diagramme vectoriel du flux embrassé et de la f.é.m. d'un groupe de bobines.

ou (27-6), est représenté par la figure 27-5. Les bobines du groupe étant déplacées les unes par rapport aux autres d'un angle électrique

$$\alpha_Z = p\gamma_Z = \frac{t_Z}{\tau}\pi = \alpha_{b2} - \alpha_{b1} = \alpha_{b3} - \alpha_{b2} = \ldots,$$

les fonctions complexes des flux embrassés et des f.é.m. sont déplacées de mêmes angles.

Les phénomènes qui se déroulent dans la $(k + 1)$-ième bobine (par exemple dans la deuxième) présentent par rapport aux phénomènes dans la k-ième bobine (par exemple dans la première) un retard égal au temps que l'onde d'induction met pour se déplacer de l'angle γ_Z, c'est-à-dire au temps

$$t = \frac{\gamma_Z}{\Omega} = \frac{p\gamma_Z}{p\Omega} = \frac{\alpha_Z}{\omega}.$$

On doit tenir compte de ce retard lors de la sommation des flux embrassés (et des f.é.m.) des bobines dans les limites d'un groupe.

Les fonctions complexes du flux embrassé et de la f.é.m. du groupe $\widetilde{\Psi}_{gr}$ et $\widetilde{E}_{gr}$ sont données par la somme des fonctions complexes des flux et des f.é.m. $\widetilde{\Psi}_{b1}$, $\widetilde{\Psi}_{b2}$, $\widetilde{\Psi}_{b3}$ ($\widetilde{E}_{b1}$, $\widetilde{E}_{b2}$, $\widetilde{E}_{b3}$) des bobines. En revenant au § 24-5 (24-29) et aux figures 24-10 et 24-11, on peut se rappeler que le problème de la sommation de plusieurs grandeurs complexes de même module $\Psi_{b1m} = \Psi_{b2m} = \Psi_{b3m} = \Psi_{bm}$ ou $E_{b1} = E_{b2} = E_{b3} = E_b$ déplacés de mêmes angles α_Z a été déjà résolu à l'occasion de la détermination de la f.m.m. de l'enroulement. On peut donc écrire pour le flux embrassé et la f.é.m. d'un groupe de bobines

$$\Psi_{grm} = q\Psi_{bm}k_d = qw_bk_rk_d\Phi_m; \quad E_{gr} = qE_dk_d. \qquad (27\text{-}8)$$

La fonction complexe du flux couplé avec un groupe de bobines se confond en direction avec l'axe de symétrie des fonctions complexes des flux couplés avec les bobines et comme le montre la comparaison des figures 27-5 et 27-4, elle est tournée par rapport à l'axe réel du plan complexe d'un angle $(\omega t - \alpha_{ph})$ où $\alpha_{ph} = p\gamma_{ph}$ est l'angle électrique de l'axe du groupe de bobines ou de l'axe de la phase. Remarquons que l'axe du groupe de bobines (l'axe de la phase) est l'axe de symétrie du groupe de bobines. L'angle qui détermine la position de cet axe est égal à la moyenne arithmétique des angles des bobines du groupe

$$\gamma_{ph} = \frac{\gamma_{b1} + \gamma_{b2} + \ldots + \gamma_{bq}}{q} = \frac{\alpha_{b1} + \alpha_{b2} + \ldots + \alpha_{bq}}{pq} = \frac{\alpha_{ph}}{p}. \qquad (27\text{-}9)$$

La force électromotrice d'un groupe de bobines est en retard de $\pi/2$ sur le flux couplé avec ce groupe et peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\widetilde{E}_{gr} = -j\frac{\omega}{\sqrt{2}}\widetilde{\Psi}_{gr\,m}. \qquad (27\text{-}10)$$

§ 27-4. Flux embrassé et f.é.m. d'une phase de l'enroulement

Une phase de l'enroulement est constituée par des groupes de bobines mis en série-parallèle (v. § 22-3). La phase d'un enroulement à deux couches comporte $2p$ groupes de bobines identiques (un groupe sur chaque pas polaire). La figure 27-6 montre à titre d'exemple les groupes de bobines de la phase A d'un enroulement triphasé tétrapolaire ($2p = 4$) dont le schéma complet est représenté par la figure 22-5. Les groupes de bobines consécutifs d'une même phase sont déplacés l'un par rapport à l'autre d'un pas polaire τ ou d'une période angulaire

$$\gamma_p/2 = 2\pi/2p = \pi/p,$$

c'est-à-dire d'un angle électrique

$$\frac{\alpha_p}{2} = p\frac{\gamma_p}{2} = \pi.$$

C'est pourquoi les flux embrassés et les f.é.m. des groupes de bobines inverses d'une phase $\widetilde{\Psi}_{grXm}$ et $\widetilde{E}_{grX}$ sont en opposition de phase avec les flux embrassés et les f.é.m. des groupes de bobines directs $\widetilde{\Psi}_{grAm}$ et $\widetilde{E}_{grA}$. Si la phase de l'enroulement est constituée de a voies identiques, chacune des voies comprend $2p/a$ groupes de

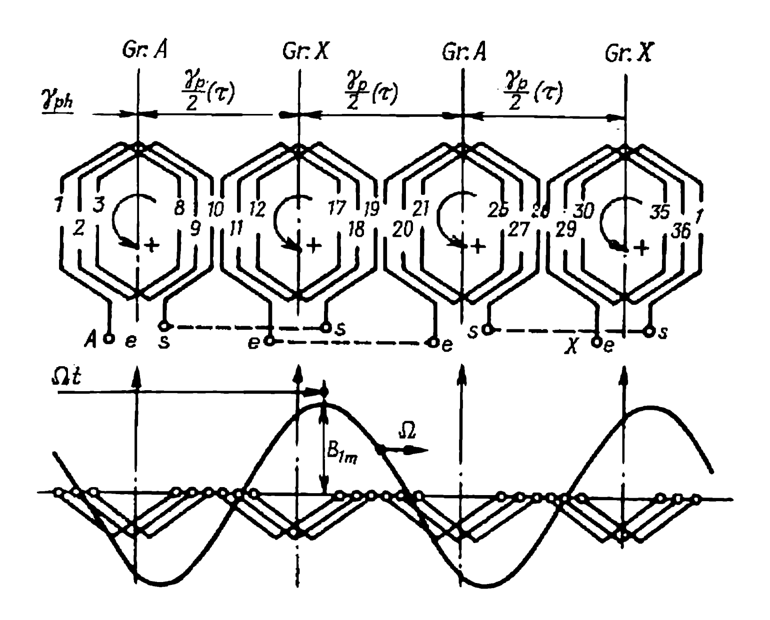


Fig. 27-6. F.é.m. induites par le champ tournant dans un groupe de bobines d'une phase.

bobines et les groupes de bobines directs sont branchés en accord avec le sens positif choisi pour la phase (la sortie du groupe à la sortie de la phase), alors que les groupes de bobines inverses sont montés en opposition (l'entrée du groupe est connectée à la sortie de la phase). C'est de cette façon que les groupes de bobines sont réunis en voies d'enroulement sur les figures 22-5 et 22-6. Dans ce cas, le sens positif de parcours de la voie d'enroulement (de sa sortie X vers son entrée A) est le même que le sens positif de parcours du groupe de bobines (de sa sortie « s » vers son entrée « e ») pour tous les groupes de bobines directs montés en accord (A) et opposé au sens positif de parcours pour tous les groupes de bobines inverses (X).

Avec un tel mode de couplage des groupes de bobines on obtient l'addition arithmétique de leurs flux et des f.é.m. dans les limites de la voie d'enroulement ainsi que des flux embrassés identiques et des f.é.m. identiques dans toutes les voies d'enroulement (fig. 27-7).

Le flux embrassé et la f.é.m. d'une phase sont égaux respectivement au flux embrassé et à la f.é.m. d'une voie d'enroulement

$$\tilde{\Psi}_{\text{ph}m} \quad \frac{p\tilde{\Psi}_{\text{gr }Am} - p\tilde{\Psi}_{\text{gr }Xm}}{a} = \frac{2p}{a}\tilde{\Psi}_{\text{gr }Am}; \tag{27-11}$$

$$\tilde{E}_{\text{ph}} = \frac{p\tilde{E}_{\text{gr }A} - p\tilde{E}_{\text{gr }X}}{a} = \frac{2p}{a}\tilde{E}_{\text{gr }A}. \tag{27-12}$$

La force électromotrice d'une phase peut être exprimée directement par le flux embrassé par cette phase

$$\tilde{E}_{\text{ph}} = \frac{2p}{a}\tilde{E}_{\text{gr }A} = -j\frac{2p\omega}{a\sqrt{2}}\tilde{\Psi}_{\text{gr }Am} = -j\frac{\omega}{\sqrt{2}}\tilde{\Psi}_{\text{ph }m}. \tag{27-13}$$

Le sens du flux embrassé par une phase (v. fig. 27-6, 27-7) est celui du flux embrassé par le groupe principal de l'enroulement dont l'axe est pris pour celui de la phase et se situe sous un angle $\alpha_{\text{ph}} = p\gamma_{\text{ph}}$ par rapport à l'origine.

La force électromotrice de la phase est en retard de $\pi/2$ sur le flux embrassé de la phase (fig. 27-7, 27-8).

Le module du flux ou de la f.é.m. d'une phase est $2p/a$ fois plus grand que celui du flux embrassé ou de la f.é.m. d'un groupe de bobines. Les diagrammes vectoriels des figures 27-7 et 27-8 sont construits pour la phase A constituée par les groupes de bobines de la figure 27-6. Dans la figure 27-7, le nombre de voies d'enroulement $a = 1$, $2p/a = 4$ (v. les connexions en traits interrompus sur les figures 27-6 et 22-5) ; dans la figure 27-8, *a*, le nombre de voies d'enroulement $a = 2$, $2p/a = 2$; dans la figure 27-8, *b*, $a = 4$, $2p/a = 1$ (v. fig. 22-6, *b*).

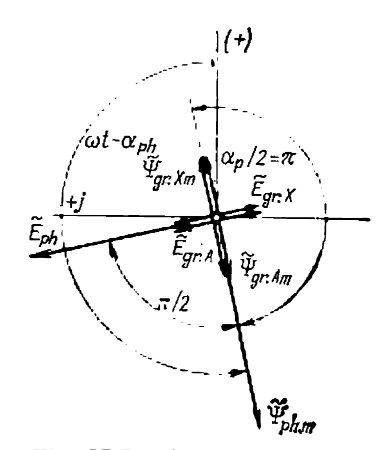


Fig. 27-7. Diagramme temporel des flux embrassés et des f.é.m. d'une phase d'un enroulement à deux couches.

L'amplitude du flux embrassé par une phase a pour expression (27-8, 27-11)

$$\Psi_{\text{ph }m} = \frac{2p}{a}\Psi_{\text{gr }m} = wk_e\Phi_m, \tag{27-14}$$

où $w = 2pw_b q/a$ est le nombre de spires connectées en série d'une phase ;

$k_e = k_r k_d$, le coefficient d'enroulement de la phase (pour le premier harmonique du champ);

Φ_m, l'amplitude du flux magnétique sur une demi-période.

Fig. 27-8. Diagrammes vectoriels des flux embrassés et des f.é.m. des phases et des groupes de bobines d'un enroulement triphasé:

a) nombre de voies d'enroulement d'une phase $a=2$; *b*) nombre de voies d'enroulement d'une phase $a=4$.

La valeur efficace de la f.é.m. d'une phase (27-13) est

$$E_{\text{ph}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \Psi_{\text{ph}\,m} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w k_e \Phi_m. \qquad (27\text{-}15)$$

§ 27-5. Flux embrassé et f.é.m. d'un enroulement polyphasé. Diagramme spatio-temporel des flux et des f.é.m.

Toutes les phases d'un enroulement polyphasé symétrique ont même structure. Les phases consécutives, par exemple A et B, dont la position des axes dans l'espace est déterminée par rapport à l'axe fixe par les angles γ_A et γ_B, sont déplacées l'une par rapport à l'autre de l'angle géométrique (fig. 22-6)

$$\gamma_{BA} = \gamma_B - \gamma_A = \frac{2\pi}{mp} = \frac{\gamma_p}{m}$$

ou de l'angle électrique

$$\alpha_{BA} = \alpha_B - \alpha_A = p\gamma_{BA} = \frac{2\pi}{m}.$$

C'est pourquoi les modules des flux embrassés $\tilde{\Psi}_{Am}$, $\tilde{\Psi}_{Bm}$, $\tilde{\Psi}_{Cm}$ et des f.é.m. $\tilde{E}_A$, $\tilde{E}_B$, $\tilde{E}_C$ des phases sont identiques (fig. 27-8):

$$\Psi_{Am} = \Psi_{Bm} = \Psi_{Cm} = \Psi_m;$$

$$E_A = E_B = E_C = E.$$

Si l'on considère un champ tournant direct, c'est-à-dire un champ qui se déplace de la phase A vers la phase B et puis vers la phase C,

les flux et les f.é.m. de l'enroulement polyphasé forment dans le plan complexe une étoile symétrique à m branches dans laquelle les branches consécutives font un angle de $2\pi/m$ ($2\pi/3$ dans le cas d'un enroulement triphasé, fig. 27-8).

Prenons l'axe fixe initial pour celui de la phase A ($\alpha_A = p\gamma_A = 0$). Alors, les valeurs instantanées des flux embrassés s'expriment sous la forme suivante:

$$\Psi_A = \Psi_{Am} \cos(\omega t - \alpha_A) = \Psi_{Am} \cos \omega t;$$
$$\Psi_B = \Psi_{Bm} \cos(\omega t - \alpha_{BA}) = \Psi_{Bm} \cos(\omega t - 2\pi/3);$$
$$\Psi_C = \Psi_{Cm} \cos(\omega t - \alpha_{CA}) = \Psi_{Cm} \cos(\omega t - 4\pi/3),$$

ou encore, en notation complexe,

$$\Psi_A = \mathrm{Re}\,[\widetilde{\Psi}_{Am}] = \mathrm{Re}\,[\Psi_{Am} e^{j\omega t}];$$
$$\Psi_B = \mathrm{Re}\,[\widetilde{\Psi}_{Bm}] = \mathrm{Re}\,[\widetilde{\Psi}_{Am} e^{-j2\pi/3}];$$
$$\Psi_C = \mathrm{Re}\,[\widetilde{\Psi}_{Cm}] = \mathrm{Re}\,[\widetilde{\Psi}_{Am} e^{-j4\pi/3}].$$

Les valeurs instantanées des f.é.m. des phases s'expriment de manière analogue:

$$e_A = \sqrt{2} E_A \cos(\omega t - \pi/2);$$
$$e_B = \sqrt{2} E_B \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{BA}) = \sqrt{2} E_B \cos(\omega t - \pi/2 - 2\pi/3)$$

ou sous la forme de la partie réelle des fonctions complexes correspondantes

$$e_A = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\widetilde{E}_A] = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,E_A e^{j(\omega t - \pi/2)}];$$
$$e_B = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\widetilde{E}_B] = \mathrm{Re}\,[\sqrt{2}\,\widetilde{E}_A e^{-j2\pi/3}].$$

Pareillement à ce que l'on a fait pour les courants de phase (v. § 25-3, fig. 25-6), *les flux (f.é.m.) des phases peuvent être représentés dans le plan complexe spatial du modèle bipolaire par des fonctions complexes communes à toutes les phases.*

Dans le cas d'un enroulement triphasé dont les flux embrassés et les f.é.m. sont représentés dans le plan complexe temporel (fig. 27-8, a) les fonctions complexes du flux embrassé $\widetilde{\Psi}_m = \Psi_m e^{j\omega t}$ et de la f.é.m. $\widetilde{E} = E_{\mathrm{ph}} e^{j(\omega t - \pi/2)}$ correspondant aux mêmes grandeurs de phase sont montrées dans le plan complexe spatial du modèle de la figure 27-9. Les enroulements de la phase sont représentés dans le modèle bipolaire conventionnellement par une seule bobine avec le sens positif indiqué sur sa section. Les axes des phases sont menés par les milieux des groupes de bobines représentés par une seule bobine. Les valeurs instantanées des flux (ou les valeurs instantanées des f.é.m. diminuées de $\sqrt{2}$ fois) sont déterminées par des projections de la fonction complexe $\widetilde{\Psi}_m = \widetilde{\Psi}_{Am}$ ou $\widetilde{E} = \widetilde{E}_A$ sur l'axe de la phase correspondante.

Puisque le flux embrassé $\tilde{\Psi}_m$ ou la f.é.m. $\tilde{E}$ se placent par rapport à l'axe d'une phase donnée sur la figure 27-9 exactement de la même façon que le flux (f.é.m.) de cette phase par rapport à l'axe réel du plan complexe temporel, les valeurs instantanées obtenues dans les deux modes de représentation sont identiques.

Fig. 27-9. Représentation de l'induction de champ tournant, des flux embrassés et des f.é.m. des phases dans le plan complexe spatial du modèle bipolaire.

Dans le plan complexe spatial de la figure 27-9 on voit aussi la fonction complexe

$$\tilde{B}_{1m} = \dot{B}_{1m} e^{j\omega t},$$

qui représente l'induction de champ tournant considéré [v. (27-1)]. Elle est représentée comme dans la figure 25-10 (rappelons que l'axe de la phase A est supposé confondu avec l'axe fixe initial).

L'examen de la figure 27-9 et des équations correspondantes montre que les fonctions complexes de l'induction de champ tournant et du flux engendré par ce champ ont même sens. Cela s'explique par le fait que le flux embrassé de la phase passe par son maximum à l'instant où l'induction sur l'axe de la phase est maximale (v. plus haut).

§ 27-6. Flux embrassés et f.é.m. produits par les harmoniques supérieurs des champs tournants non sinusoïdaux

Comme il a été établi dans les chap. 25 et 26, le champ tournant comporte en plus de l'onde fondamentale (premier harmonique) encore des harmoniques supérieurs plus ou moins intenses.

Un champ tournant contenant des harmoniques supérieurs s'appelle *champ tournant non sinusoïdal*. Les flux et les f.é.m. produits par les harmoniques supérieurs peuvent être calculés par des formules obtenues pour le premier harmonique à condition d'introduire dans ces formules les paramètres valables pour les harmoniques supérieurs (amplitude de l'induction $B_{\nu m}$, pas polaire τ_ν, vitesse angulaire de l'onde d'induction Ω_ν).

Il résulte de (27-14) que le flux engendré par le ν-ième harmonique du champ tournant et embrassé par une phase de l'enroulement a pour valeur (on a en vue la valeur maximale)

$$\Psi_{\mathrm{ph}\nu m} = wk_{e\nu}\Phi_{\nu m}, \tag{27-16}$$

où $k_{e\nu} = k_{r\nu}k_{d\nu}$ est le coefficient d'enroulement de la phase pour le ν-ième harmonique;

$k_{r\nu}$, le facteur de raccourcissement de l'enroulement pour le ν-ième harmonique (24-27);

$k_{d\nu}$, le facteur de distribution de l'enroulement pour le ν-ième harmonique (24-32, 24-33);

$\Phi_{\nu m} = \frac{2}{\pi} \tau_\nu l_\delta B_{\nu m}$, le flux magnétique du ν-ième harmonique du champ magnétique sur une demi-période (27-2).

Comme il ressort de (27-15), la valeur efficace de la f.é.m. induite dans une phase par le ν-ième harmonique a pour expression

$$E_{\text{ph}\,\nu} = \frac{\omega_\nu}{\sqrt{2}} \Phi_{\text{ph}\,\nu m} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_\nu w k_{e\nu} \Phi_{\nu m} =$$

$$= 2\sqrt{2} f_\nu w k_{e\nu} \left(\frac{\tau}{\nu}\right) l_\delta B_{\nu m}, \qquad (27\text{-}17)$$

où $\omega_\nu = \Omega_\nu p_\nu = \Omega_\nu p\nu$ est la vitesse angulaire électrique de l'harmonique égale à la pulsation de la f.é.m. induite;

$f_\nu = \omega_\nu / 2\pi$, la fréquence de la f.é.m. induite.

Les forces électromotrices induites par les harmoniques supérieurs du champ se superposent à la f.é.m. induite par le premier harmonique et influent sur la f.é.m. résultante de la phase et finalement sur les propriétés de fonctionnement de la machine électrique. L'influence des harmoniques supérieurs du champ tournant non sinusoïdal sur la f.é.m. induite se manifeste de façon différente suivant le mode de formation de ce champ. Considérons cette influence pour deux champs tournants non sinusoïdaux les plus typiques: le champ magnétique engendré par un enroulement polyphasé (chap. 25) et le champ magnétique produit par un enroulement d'excitation tournant (chap. 26).

1. Le champ magnétique non sinusoïdal engendré par un enroulement polyphasé se caractérise par une variation continue de la forme, ce qui s'explique par le fait que les ondes harmoniques tournantes de ce champ se déplacent avec des vitesses angulaires différentes (v. § 25-6, fig. 25-13):

$$\Omega_\nu = \frac{\omega}{p_\nu} = \frac{\omega}{p\nu},$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation des courants qui alimentent l'enroulement polyphasé.

Il n'est pas difficile de se convaincre [v. (27-17)] que toutes les ondes harmoniques tournantes de ce champ induisent dans l'enroulement des f.é.m. de même pulsation ω qui est égale à la pulsation du courant dans l'enroulement

$$\omega_\nu = 2\pi f_\nu = \Omega_\nu p\nu = \omega = 2\pi f.$$

Une analyse plus détaillée montre que les f.é.m. induites par les harmoniques supérieurs du champ sont en phase avec la f.é.m. produite par le premier harmonique du champ et s'ajoutent arithmétiquement à cette dernière. La courbe de la f.é.m. ne comporte pas de déformations dues aux harmoniques supérieurs du champ: la f.é.m. résultante est sinusoïdale.

L'influence que le ν-ième harmonique exerce sur la valeur efficace de la f.é.m. dépend du rapport

$$\frac{E_{\text{ph}\,\nu}}{E_{\text{ph}}}=\frac{k_{e\nu}B_{\nu m}}{\nu k_e B_{1m}}=\frac{k_{e\nu}\Phi_{\nu m}}{k_e\Phi_m}$$

et même dans un enroulement concentré ($q=1$) à pas normal ($y_b=\tau$), lorsque $k_{e\nu}=k_e=1$, elle est ν fois plus petite que l'influence du ν-ième harmonique de l'induction (d'amplitude $B_{\nu m}$) sur le premier harmonique de l'induction (d'amplitude B_{1m}).

Il est vrai que la f.é.m. totale produite par tous les harmoniques supérieurs

$$E_{\sigma\,\text{dif}}=\sum_{\nu\neq 1}E_{\text{ph}\,\nu}=2\sqrt{2}\,fw\tau l_\delta\sum_{\nu\neq 1}\frac{k_{e\delta}B_{\nu m}}{\nu}$$

peut avoir une valeur notable surtout dans des enroulements à pas non raccourci et pour de faibles valeurs de q.

Dans les machines pratiquement réalisables le rapport

$$\frac{E_{\sigma\,\text{dif}}}{E_{\text{ph}}}=\frac{\sum\limits_{\nu\neq 1}E_{\text{ph}\,\nu}}{E_{\text{ph}}}=\sum_{\nu\neq 1}\frac{k_{e\nu}B_{\nu m}}{\nu k_e B_{1m}}$$

peut être compris entre 0,005 et 0,05 (les valeurs plus faibles sont valables pour des enroulements à pas raccourci $y_b\approx 0{,}83\tau$ et à grand nombre d'encoches par pôle et par phase $q\gg 1$ pour lesquels le rapport $\frac{k_{e\nu}}{\nu k_e}\ll 1$; v. chap. 24).

Le phénomène de transformation de l'énergie dans les machines électriques étant lié principalement au premier harmonique du champ magnétique, on convient de considérer les champs engendrés par les harmoniques supérieurs comme des champs de fuites et de les appeler champs de fuites de dispersion différentielle car la somme de ces champs peut être considérée comme la différence entre le champ résultant d'un enroulement polyphasé et le champ du premier harmonique.

La f.é.m. totale induite par les champs des harmoniques supérieurs $E_{\sigma\text{dif}}=\sum\limits_{\nu\neq 2}E_{\text{ph}\nu}$ est appelée *force électromotrice de dispersion différentielle* et considérée séparément de la f.é.m. E_{ph} induite par le premier harmonique (v. § 28-7).

2. Le champ magnétique non sinusoïdal produit par un enroulement d'excitation tournant se caractérise par le fait que lors de son déplacement la courbe d'induction conserve sa forme (v. § 26-3, fig. 26-5).

Cela signifie que tous ses harmoniques tournent avec une seule et même vitesse angulaire égale à la vitesse angulaire de l'enroulement d'excitation

$$\Omega_\nu=\Omega.$$

La pulsation des f.é.m. induites par des harmoniques du champ est proportionnelle à l'ordre de ces harmoniques [v. (27-17)]

$$\omega_\nu = 2\pi f_\nu = \Omega_\nu p\nu = \Omega p\nu = \omega\nu = 2\pi f\nu,$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation de la f.é.m. induite par le premier harmonique du champ.

Ainsi, la f.é.m. induite par le ν-ième harmonique spatial du champ représente le ν-ième harmonique temporel de la courbe de variation de la f.é.m. dans le temps. Le rôle de divers harmoniques de la f.é.m. dépend du rapport

$$\frac{E_{\mathrm{ph}\,\nu}}{E_{\mathrm{ph}}} = \frac{k_{e\nu} B_{\nu m}}{k_e B_{1m}}, \qquad (27\text{-}18)$$

qui est calculé en tenant compte du fait que $f_\nu = \nu f$.

Plus grands sont ces rapports pour les divers harmoniques, plus grand est l'écart de la courbe de la f.é.m. résultante par rapport à la sinusoïde. Or, il est connu que les phénomènes de transformation de l'énergie, tant dans les machines électriques que dans les transformateurs, s'effectuent de la façon la plus économique (avec des pertes minimales) lorsque les tensions (f.é.m.) et les courants sont de forme sinusoïdale. Une des causes qui déterminent l'augmentation des pertes, lorsque la forme de la tension est non sinusoïdale, est l'apparition de courants de circulation provoqués par les harmoniques supérieurs de la f.é.m. lors du fonctionnement en parallèle de plusieurs machines électriques.

Lorsqu'on établit les projets de machines électriques, on cherche toujours à obtenir dans leurs enroulements des tensions dont la forme soit aussi proche que possible de la sinusoïde. Pour évaluer l'écart possible à la forme sinusoïdale de la tension les Normes Soviétiques GOST 183-74 « Machines électriques. Conditions techniques générales » introduisent la notion de *taux de distorsion de sinusoïdalité de la courbe de tension* (ou de courant) défini par le rapport en pourcentage de la racine carrée de la somme des carrés des amplitudes (ou des valeurs efficaces) des ondes harmoniques de la courbe périodique à l'amplitude (ou à la valeur efficace) de l'onde fondamentale:

$$k = \frac{\sqrt{\sum\limits_{\nu \neq 1} E_{\nu m}^2}}{E_{1m}}\, 100\,\%.$$

Pour réduire la non-sinusoïdalité de la tension, on cherche tout d'abord à rendre aussi voisine que possible de la sinusoïde la forme de la courbe d'induction de champ d'excitation (nous avons vu dans le chap. 26 comment on y parvient dans le cas des enroulements d'excitation concentré et réparti). Mais, malgré toutes les mesures prises, le taux de distorsion de sinusoïdalité de la courbe du champ d'excitation peut dépasser les valeurs tolérées et si la forme de la courbe de la f.é.m. reproduit dans l'espace celle de la courbe de l'induction, la machine électrique ne répondra pas aux Normes.

Pourtant une telle reproduction de la forme de la courbe de l'induction par celle de la courbe de la f.é.m. (cf. fig. 27-10, *a* et *b*) n'a lieu que dans la phase d'un enroulement concentré comportant une seule bobine dans le groupe ($q = 1$) et réalisé sans raccourcissement du pas ($y_b = \tau$). Dans ce cas on a $k_e = k_{ev} = 1$ et, comme il résulte de

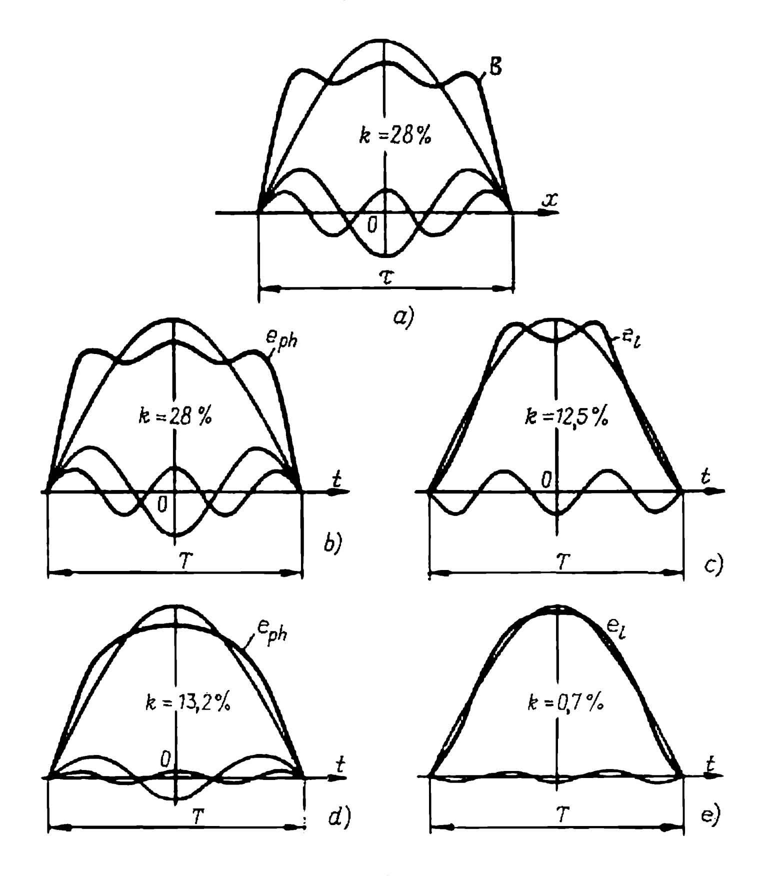


Fig. 27-10. Influence du mode de réalisation d'un enroulement triphasé sur la forme des f.é.m. simple et composée:

a) forme de la courbe de l'induction de champ d'excitation; *b*) f.é.m. simple pour $y_b = \tau$, $q = 1$; c) f.é.m. composée pour $y_b = \tau$, $q = 1$; *d*) f.é.m. simple pour $y_b = 0{,}83\,\tau$, $q = 2$; *e*) f.é.m. composée pour $y_b = 0{,}83\tau$, $q = 2$.

(27-18), les valeurs relatives des harmoniques supérieurs de la f.é.m. par rapport au premier harmonique coïncident avec les valeurs relatives des harmoniques supérieurs de l'induction dans la courbe du champ:

$$\frac{E_{ph\,\nu}}{E_{ph}} = \frac{B_{\nu m}}{B_{1m}}.$$

Dans le cas où les phases d'un enroulement triphasé sont couplées en étoile, dans la tension composée s'annulent les harmoniques de la f.é.m. dont l'ordre est multiple de trois, c'est-à-dire les harmoniques d'ordre $\nu = 3k = 3, 9, 15$, etc., où $k = 1, 3, 5, \ldots$ Cela tient à ce que (v. première partie) les harmoniques de la f.é.m. d'un tel ordre ont une même valeur dans toutes les phases ($e_{A\nu} = e_{B\nu} = e_{C\nu}$) et ils se compensent donc exactement dans les f.é.m. composées égales à la différence des f.é.m. simples:

$$e_{AB\nu} = e_{A\nu} - e_{B\nu} = 0.$$

Si l'enroulement triphasé est couplé en triangle, les harmoniques d'ordre multiple de trois disparaissent aussi dans la tension composée (v. première partie). Cela tient à ce que dans le contour du triangle les harmoniques de la f.é.m. d'un tel ordre s'ajoutent arithmétiquement en faisant naître un courant de circulation

$$\dot{I}_\nu = \frac{3\dot{E}_{A\nu}}{3\underline{Z}_{\text{ph}}},$$

de sorte que les harmoniques supérieurs de la tension composée d'ordre correspondant s'annulent:

$$\dot{U}_{A\nu} = \dot{E}_{A\nu} - \underline{Z}_{\text{ph}}\dot{I}_\nu = 0.$$

Ainsi, la forme de la courbe de la tension composée de l'enroulement triphasé (polyphasé) est meilleure que celle de la courbe de l'induction (fig. 27-10, *c*) même dans le cas où l'enroulement est le moins perfectionné ($y_b = \tau$, $q = 1$). On améliore davantage la forme tant de la tension simple que de la tension composée des enroulements triphasés en utilisant des enroulements répartis ($q > 1$) à pas raccourci ($y_b \approx 0{,}83\tau$). Dans de tels enroulements on a pour tous les harmoniques supérieurs excepté les harmoniques de denture (v. chap. 24, fig. 24-9, 24-12).

$$\frac{k_{e\nu}}{k_e} = \frac{k_{r\nu}k_{d\nu}}{k_r k_d} \ll 1;$$

$$\frac{E_{\text{ph}\,\nu}}{E_{\text{ph}}} = \frac{k_{e\nu}B_{\nu m}}{k_e B_{1m}} \ll \frac{B_{\nu m}}{B_{1m}},$$

ce qui signifie une diminution de la distorsion de la sinusoïdalité de la forme de la f.é.m. par rapport à la forme de la courbe d'induction (v. fig. 27-10, *d* et *e*). Comme on le voit sur les figures 27-10, *d* et *e*, pour $y_b \approx 0{,}83\tau$ et $q \geqslant 2$ on parvient à obtenir une forme pratiquement sinusoïdale de la courbe de la f.é.m. même lorsque la forme de la courbe de l'induction de champ d'excitation est nettement non sinusoïdale.

Il convient de remarquer que dans de tels enroulements la valeur efficace de la f.é.m. simple ou composée ne diffère pratiquement pas de la valeur efficace du premier harmonique de la f.é.m.

$$E_{\text{ph}\,\Sigma} = \sqrt{E_{\text{ph}}^2 + E_{\text{ph}\,3}^2 + E_{\text{ph}\,5}^2 + E_{\text{ph}\,7}^2 + \ldots} \approx E_{\text{ph}}.$$

CHAPITRE 28

INDUCTANCES DES ENROULEMENTS POLYPHASÉS

§ 28-1. Champ principal et champ de dispersion

Considérons le champ magnétique dans une machine électrique utilisant deux enroulements polyphasés dont l'un est placé sur le stator et l'autre sur le rotor.

En admettant que la perméabilité magnétique relative des armatures du stator et du rotor est infiniment grande ($\mu_r = \infty$), on peut représenter le champ magnétique d'une telle machine en état de régime par la somme de deux champs: du champ principal et du champ de dispersion.

On appelle *champ magnétique principal* le champ qui correspond à la composante fondamentale harmonique de la répartition de la composante radiale de l'induction dans l'entrefer. Ce champ joue le rôle principal dans la transformation de l'énergie. Pour $\mu_r = \infty$, le champ principal de la machine peut être imaginé comme étant constitué par deux champs immobiles l'un par rapport à l'autre: le champ principal du stator produit par les courants circulant dans l'enroulement statorique et le champ principal du rotor engendré par les courants parcourant l'enroulement rotorique. Bien entendu, la répartition de l'induction de chacun de ces champs dans l'entrefer ne contient que la composante harmonique fondamentale. Le champ principal du stator (du rotor) peut être représenté à son tour par la somme des champs principaux produits par les diverses phases de l'enroulement du stator (du rotor).

On appelle *champ magnétique de dispersion* ou *de fuites* le champ produit par des systèmes de courants dans les enroulements statorique et rotorique autres que ceux qui engendrent le champ magnétique principal. En d'autres termes, le champ de dispersion apparaît dans le cas où les composantes harmoniques fondamentales de l'induction des champs du stator et du rotor se neutralisent.

Le flux total embrassé par un enroulement polyphasé peut être représenté par la *somme du flux principal embrassé et du flux de fuites embrassé.*

Le *flux principal* de l'enroulement est déterminé par le champ principal qui est produit par cet enroulement et dont les lignes de force se ferment à travers l'entrefer et encerclent les spires des deux enroulements de la machine. Le *flux de dispersion* est dû à la partie du champ magnétique de dispersion dont les lignes n'encerclent que les spires de l'enroulement donné.

§ 28-2. Inductance principale d'une phase

L'inductance principale d'une phase est déterminée par le flux principal embrassé produit par le courant circulant dans cette phase. Proposons-nous de calculer l'inductance principale de la phase A de l'enroulement primaire (statorique). Supposons que l'enroulement de cette phase soit parcouru dans le sens positif par un courant d'amplitude $i_A = \sqrt{2} I_A$ (v. fig. 28-1 dans laquelle la phase A est représentée conventionnellement par une seule bobine). Le premier harmonique de la f.m.m. de la phase dont l'amplitude est donnée par (24-28)

$$F_{\text{ph } 1m} = \frac{2\sqrt{2}\, I_A w_1 k_{e1}}{\pi p}$$

produit dans l'entrefer un champ magnétique d'induction mutuelle à répartition cosinusoïdale dont l'induction sur l'axe de la phase a pour valeur (25-18):

$$B_{1m} = \mu_0 F_{\text{ph } 1m} \lambda_0 = \frac{2\sqrt{2}\, I_A w_1 k_{e1} \mu_0}{\pi p \delta k_\delta}.$$

Le premier harmonique de f.m.m. de la phase et la composante normale de l'induction de champ magnétique dans l'entrefer sont montrés sur la figure 28-1, *a*, et la configuration des lignes de force magnétique de la phase sur la fig. 28-1, *b*. Vu que l'axe du champ magnétique coïncide avec l'axe de la phase, on peut déterminer son flux embrassé par la phase à l'aide de (27-2), (27-13), (27-14):

$$\Psi_{AAm} = w_1 k_{e1} \Phi_m = \frac{2}{\pi} \tau l_\delta w_1 k_{e1} B_{1m}.$$

Ce flux embrassé est proportionnel au nombre de lignes du champ d'induction mutuelle traversant la surface s'appuyant sur le contour de la bobine AX qui représente conventionnellement la phase A comportant plusieurs bobines.

Cherchons l'inductance principale de la phase en partant de la définition générale

$$L_{AA} = \frac{\Psi_{AAm}}{i_A} = \frac{4\mu_0}{p\pi^2} (w_1 k_{e1})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}. \quad (28\text{-}1)$$

Cette formule montre que l'inductance principale d'une phase dépend des dimensions géométriques (l_δ, τ, δ, k_δ) de la région de l'entrefer, des propriétés magnétiques (μ_0) du milieu remplissant l'entrefer et des caractéristiques (p, w, k_{e1}) de l'enroulement primaire. Dans le cas considéré d'un entrefer régulier, elle est indépendante de la position relative du rotor et du stator.

§ 28-3. Inductance mutuelle principale entre les phases de l'enroulement

L'inductance mutuelle principale entre les phases dépend de l'angle électrique que font entre eux les axes des phases considérées de l'enroulement. Pour déterminer l'inductance mutuelle principale entre les phases A et B d'un enroulement polyphasé dont les axes font un angle électrique $\alpha_{BA} = p\gamma_{BA}$, il faut calculer le flux de champ magnétique principal de la phase A, représenté par les figures 28-1, a et b et embrassé par la phase B. Comme il a été établi au § 27-2, le flux d'un champ tournant embrassé par une phase est

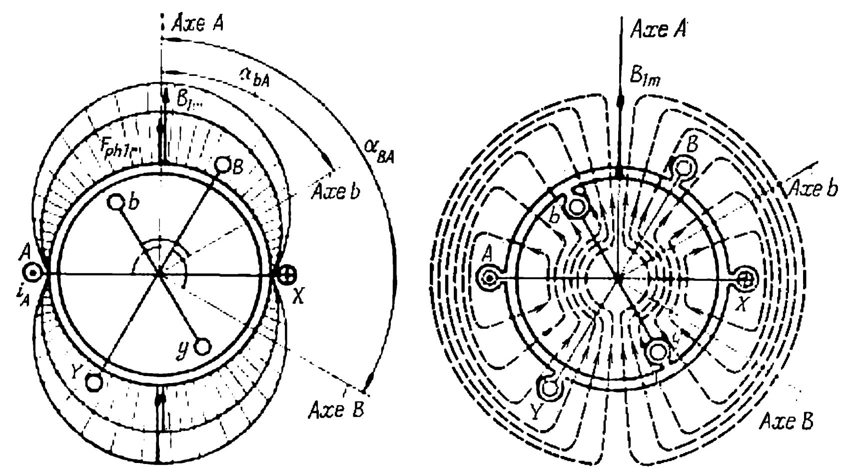


Fig. 28-1. Champ magnétique principal de la phase A dans le modèle bipolaire de la machine:

a) répartition de la composante normale de l'induction de champ de la phase A; b) configuration du champ magnétique de la phase A.

proportionnel au cosinus de l'angle électrique entre l'axe du champ et l'axe de cette phase (dans (27-13) et sur la figure 27-7, cet angle est égal à $\omega t - \alpha_{\text{ph}}$)). Par suite le flux engendré par la phase A (parcouru par le courant $i_A = \sqrt{2} I_A$) et embrassé par la phase B a pour expression:

$$\Psi_{BAm} = \Psi_{AAm} \cos \alpha_{BA}.$$

De par la définition même, l'inductance mutuelle principale des phases A et B est égale à

$$L_{BA} = \frac{\Psi_{BAm}}{i_A} = \frac{\Psi_{AAm}}{i_A} \cos \alpha_{BA} = L_{AA} \cos \alpha_{BA}. \qquad (28\text{-}2)$$

Pour l'enroulement triphasé représenté par la figure 28-1, on a $\alpha_{BA} = 2\pi/3$, $\alpha_{CA} = 4\pi/3$. Pour de tels angles $\cos \alpha_{BA} = \cos \alpha_{CA} =$

$= -1/2$ et les inductances mutuelles principales des phases sont négatives:

$$L_{BA} = L_{CA} = -L_{AA}/2.$$

Comme le montre la figure 28-1, *b*, le nombre de lignes du champ qui traversent le plan de la bobine de la phase B est 2 fois plus petit que le nombre de lignes traversant le plan de la bobine de la phase A. De plus, le plan de la bobine de la phase A est traversé par les lignes dirigées dans le sens positif (dans le sens de l'axe de la phase A), alors que le plan de la bobine de la phase B est traversé par les lignes du champ dans le sens négatif (dans le sens opposé à l'axe de la phase B). Ces particularités du flux embrassé déterminent la valeur et le signe de l'inductance mutuelle.

§ 28-4. Inductance mutuelle principale entre une phase de l'enroulement primaire et une phase de l'enroulement secondaire

Cette inductance mutuelle, de même que l'inductance mutuelle considérée au paragraphe précédent, dépend du cosinus de l'angle électrique entre les axes des phases considérées des enroulements primaire et secondaire. En outre, en déterminant le flux produit par la phase A de l'enroulement primaire (les phases de l'enroulement primaire sont désignées par des lettres latines majuscules mises en indice) et embrassé par exemple par la phase b de l'enroulement secondaire (les phases de l'enroulement secondaire sont désignées par des lettres latines minuscules mises en indice), on doit tenir compte du fait que la phase de l'enroulement secondaire a un autre nombre de spires w_2 et se caractérise par un autre coefficient d'enroulement k_{e2}.

Si, à un instant donné, l'angle électrique entre les axes des phases A et b (v. fig. 28-1) est égal à α_{bA}, le flux embrassé par la phase b a pour valeur

$$\Psi_{bAm} = w_2 k_{e2} \Phi_m \cos \alpha_{bA} = \Psi_{aAe} \cos \alpha_{bA}.$$

Respectivement, l'inductance mutuelle principale des phases A et b est égale à

$$L_{bA} = \frac{\Psi_{bAm}}{i_A} = L_m \cos \alpha_{bA}, \qquad (28\text{-}3)$$

où

$$L_m = \frac{4\mu_0}{p\pi^2} (w_1 k_{e1} w_2 k_{e2}) \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}$$

est l'inductance mutuelle maximale entre une phase de l'enroulement primaire et une phase de l'enroulement secondaire (par exemple, entre les phases A et a lorsque les axes de ces phases coïncident et donc l'angle électrique α_{bA} qu'ils font est nul).

Il résulte de (28-3) que lorsque le rotor tourne à la vitesse angulaire Ω, l'angle $\alpha_{bA} = \Omega pt$ croît linéairement, alors que l'inductance mutuelle L_{bA} varie harmoniquement. Pour la position de la phase b montrée sur la figure 28-1, b l'inductance mutuelle est positive, car les lignes du champ traversent le plan de la bobine by dans le sens positif (dans le sens de son axe).

§ 28-5. Inductance principale d'un enroulement

En plus des inductances propres et des inductances mutuelles qui ont été étudiées plus haut et qui se calculent en partant de la définition générale de ces notions, il est commode d'introduire dans la théorie des machines électriques la notion d'inductances calculées compte tenu de l'influence de toutes les phases d'un enroulement.

Par inductance principale d'un enroulement on entend l'inductance d'une phase de cet enroulement (par exemple de la phase A) définie comme étant égale au rapport du flux maximal produit par toutes les phases de l'enroulement primaire et embrassé par la phase A à l'amplitude du courant dans la phase A [1]. Pour un enroulement triphasé on a

$$L_{11} = \frac{\tilde{\Psi}_{Am}}{\sqrt{2}\,\tilde{I}_A} = \frac{\tilde{\Psi}_{AAm} + \tilde{\Psi}_{ABm} + \tilde{\Psi}_{ACm}}{\sqrt{2}\,\tilde{I}_A}.$$

En exprimant les flux embrassés par l'intermédiaire des courants, des inductances propres principales et des inductances mutuelles principales

$$\tilde{\Psi}_{AAm} = \sqrt{2}\,\tilde{I}_A L_{AA}; \quad \tilde{\Psi}_{ABm} = \sqrt{2}\,\tilde{I}_B L_{AB};$$

$$\tilde{\Psi}_{ACm} = \sqrt{2}\,\tilde{I}_C L_{AC},$$

en se rappelant que $L_{AB} = L_{AC} = -L_{AA}/2$ [v. (28-2)] et en tenant compte du fait que pour les systèmes de courants directs ou inverses

$$\tilde{I}_B + \tilde{I}_C = -\tilde{I}_A,$$

on voit que l'inductance principale de l'enroulement s'exprime par l'inductance principale de la phase

$$L_{11} = \frac{3}{2} L_{AA} = \frac{6\mu_0}{p\pi^2} (w_1 k_{e1})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}.$$

Dans le cas général de l'enroulement à m_1 phases, l'inductance principale de l'enroulement est égale à

$$L_{11} = \frac{m_1}{2} L_{AA} = \frac{2m_1\mu_0}{p\pi^2} (w_1 k_{e1})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}. \tag{28-4}$$

[1]) Cette inductance a même valeur pour les systèmes de courants directs et inverses et une valeur différente pour les courants homopolaires.

L'inductance principale de l'enroulement peut également être trouvée par une autre voie, en déterminant le flux maximal du premier harmonique du champ tournant produit par toutes les phases de l'enroulement et embrassé par l'une des phases de l'enroulement. L'amplitude du premier harmonique de la f.m.m. de l'enroulement primaire à m_1 phases, qui produit le champ magnétique, est calculée au moyen de (25-9):

$$F_{1(1)m}=\frac{m_1\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{I_A w_1 k_{e1}}{p}\ ;$$

l'amplitude de l'induction au moyen de (24-17):

$$B_{1(1)m}=\frac{\mu_0 F_{1m}}{\delta k_\delta}\ ;$$

le flux maximal du champ tournant embrassé par une phase est calculé par des formules données plus haut:

$$\Psi_{Am}=\frac{2}{\pi}\tau l_\delta w_1 k_{e1} B_{1(1)m}\ ;$$

l'inductance principale de l'enroulement primaire est

$$L_{11}=\frac{\Psi_{Am}}{\sqrt{2}\,I_A}\ .$$

Le résultat obtenu est évidemment le même que celui donné par (28-4).

§ 28-6. Inductance mutuelle principale entre une phase de l'enroulement primaire et l'enroulement secondaire

L'inductance mutuelle principale entre les phases de divers enroulements se calcule elle aussi d'après le flux maximal engendré par toutes les phases de l'enroulement secondaire (ou, autrement dit, par le champ tournant de l'enroulement secondaire) et embrassé par une phase de l'enroulement primaire. Elle est égale au rapport de ce flux embrassé à l'amplitude du courant dans l'enroulement secondaire. Le flux maximal embrassé par la phase A (lorsque l'axe de cette phase se confond en direction avec celui de la phase a) est obtenu pour la valeur maximale du courant dans la phase a à l'instant où l'axe du champ tournant coïncide avec l'axe de la phase A.

L'amplitude du premier harmonique de la f.m.m. de l'enroulement secondaire à m_2 phases qui produit le champ tournant donné par (25-9) est

$$F_{1(2)m}=\frac{m_2\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{I_a w_2 k_{e2}}{p}\ ;$$

l'amplitude du premier harmonique de l'induction est

$$B_{1(2)m}=\frac{\mu_0 F_{1(2)m}}{\delta k_\delta}\ ;$$

le flux maximal du champ tournant embrassé par la phase A de l'enroulement primaire est

$$\Psi_{Am}=\frac{2}{\pi}\tau l_\delta w_1 k_{e1} B_{1(2)m},$$

l'inductance mutuelle principale entre une phase de l'enroulement primaire et l'enroulement secondaire est

$$L_{12m}=\frac{\Psi_{Am}}{\sqrt{2}\,I_a}=\frac{2m_2\mu_0}{p\pi^2}\,(w_1k_{e1}w_2k_{e2})\,\frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}. \qquad (28\text{-}5)$$

Comme il est aisé de le voir, ce paramètre est lié à l'inductance mutuelle principale entre une phase de l'enroulement primaire et une phase de l'enroulement secondaire par une formule simple

$$L_{12m}=\frac{m_2}{2}\,L_m,$$

qui est analogue à (28-4).

Il convient de noter que l'inductance mutuelle principale entre une phase de l'enroulement secondaire et l'enroulement primaire se calcule par la formule

$$L_{21m}=m_1L_m/2$$

et, si $m_1\neq m_2$, sa valeur diffère de celle de l'inductance mutuelle principale L_{12m} entre une phase de l'enroulement primaire et l'enroulement secondaire.

§ 28-7. Inductance de fuites d'un enroulement

En vertu de la définition du champ de fuites donnée au § 28-2, un tel champ prend naissance si les premiers harmoniques des champs magnétiques produits dans l'entrefer par les courants parcourant les enroulements primaire et secondaire se compensent exactement:

$$\boldsymbol{B}_{1(1)m}=\boldsymbol{B}_{1(2)m}.$$

Si l'on suppose, pour simplifier les raisonnements, que les enroulements primaire et secondaire soient immobiles l'un par rapport à l'autre, les axes des phases A et a coïncident (v. fig. 28-2) et l'entrefer soit régulier, le premier harmonique du champ magnétique dans l'entrefer s'annulera lorsque les amplitudes des premiers harmoniques des f.m.m. des enroulements seront égales et de signes contraires, c'est-à-dire à la condition que

$$\dot{F}_{1(1)m}=\frac{m_1\sqrt{2}}{\pi}\,\frac{\dot{I}_Aw_1k_{e1}}{p}=-\dot{F}_{1(2)m}=-\frac{m_2\sqrt{2}\,\dot{I}_aw_2k_{e2}}{\pi p}.$$

Cette condition est réalisée si les courants dans les phases de l'enroulement secondaire sont liés aux courants dans les phases de l'enroulement primaire par la relation suivante:

$$\dot{I}_a=-\frac{m_1w_1k_{e1}}{m_2w_2k_{e2}}\,\dot{I}_A.$$

Les courants dans les autres phases de l'enroulement primaire (secondaire) constituent avec le courant dans la phase A (ou a) un système de courants directs ou inverses.

Le flux du champ de fuites embrassé par la phase A de l'enroulement primaire passe par son maximum $\Psi_{\sigma m}$ à l'instant où cette phase est parcourue par le courant maximal $i_A = \sqrt{2} I_A$, le courant dans la phase a de l'enroulement secondaire devant être égal à

$$i_a = -i_A \frac{m_1 w_1 k_{e1}}{m_2 w_2 k_{e2}} = -\sqrt{2} I_a.$$

Ce sont précisément les courants de ces valeurs dans les phases A et a et les courants correspondants dans les autres phases des enroulements primaire et secondaire qui produisent le champ magnétique

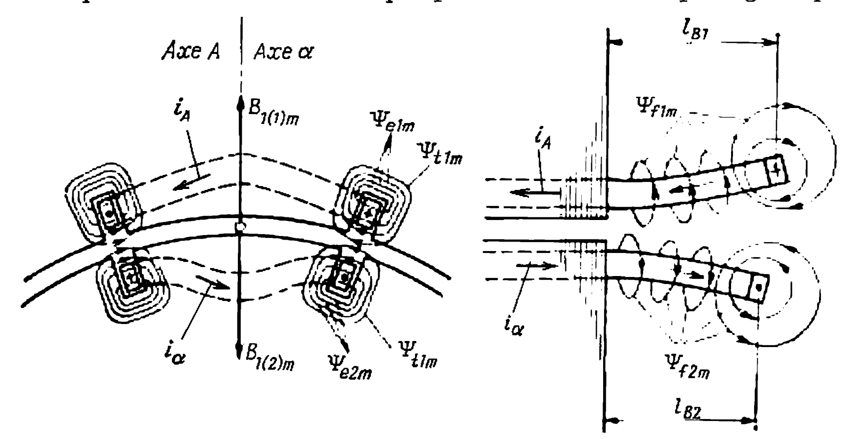


Fig. 28-2. Champ de dispersion magnétique des enroulements polyphasés au stator et au rotor.

montré sur la figure 28-2. Le calcul du champ de fuites pour un système de courants donné se fait par les méthodes élaborées dans la théorie du champ électromagnétique (v. chap. 23).

Après avoir calculé le champ de fuites, on détermine le flux de ce champ embrassé par la phase A dans les diverses régions (Ψ_{e1m}, Ψ_{t1m}, Ψ_{f1m}, Ψ_{dif1m}), le flux de fuites total embrassé par la phase A

$$\Psi_{\sigma 1m} = \Psi_{e1m} + \Psi_{t1m} + \Psi_{f1m} + \Psi_{dif1m}$$

et l'inductance de fuites de la phase

$$L_{\sigma 1} = \Psi_{\sigma 1m} / \sqrt{2} I_A, \tag{28-6}$$

qui est calculée compte tenu de l'influence des autres phases des enroulements primaire et secondaire. On calcule de même l'inductance de fuites de l'enroulement secondaire

$$L_{\sigma 2} = \frac{\Psi_{\sigma 2m}}{\sqrt{2} I_a} = \frac{\Psi_{e2m} + \Psi_{t2m} + \Psi_{f2m} + \Psi_{dif\,2m}}{\sqrt{2} I_a}.$$

Les lignes de force du champ magnétique qui produisent les flux de fuites des encoches Ψ_{e1m} (Ψ_{e2m}), des têtes de dents Ψ_{t1m} (Ψ_{t2m})

et des têtes de bobines Ψ_{f1m} (Ψ_{f2m}) sont montrées sur la figure 28-2 (v. aussi chap. 23). En outre, on doit tenir compte du flux de fuites dit de dispersion différentielle qui est produit par les harmoniques supérieurs des f.m.m. des enroulements.

Les enroulements primaire et secondaire ont presque toujours des caractéristiques (nombre de phases, nombre d'encoches par pôle et par phase) différentes. Les coefficients d'enroulement pour les harmoniques supérieurs de même ordre des f.m.m. des enroulements primaire et secondaire sont eux aussi différents et de plus ces harmoniques supérieurs tournent avec des vitesses angulaires différentes. C'est pourquoi lorsque les premiers harmoniques des f.m.m. engendrées par les courants dans les enroulements primaire et secondaire se compensent exactement, il n'en est pas de même pour les harmoniques supérieurs de ces f.m.m.

La force électromotrice $E_{\sigma \mathrm{dif}}$ induite par les harmoniques supérieurs de la f.m.m. de l'enroulement a été examinée au § 27-6. Le flux de fuites de dispersion différentielle embrassé par l'enroulement primaire s'exprime par la f.é.m. de dispersion différentielle

$$\Psi_{\sigma\,\mathrm{dif}\,m} = \frac{\sqrt{2}\,E_{\sigma\,\mathrm{dif}}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{2}\sum\limits_{\nu\neq 1} E_{\mathrm{ph}\,\nu}}{2\pi f} = \frac{2}{\pi}\,w_1 \tau l_\delta \sum \frac{k_{\mathrm{e}1\nu} B_{\nu(1)m}}{\nu},$$

où $B_{\nu m} = F_{\nu(1)m}\mu_0/\delta k_\delta$.

Nous indiquons ci-dessous, sans démonstration, la formule donnant l'inductance de fuites d'une phase de l'enroulement primaire qui découle de (28-6)

$$L_{\sigma 1} = 2\mu_0 w_1^2 \frac{l_\delta}{pq_1} \lambda_{\sigma 1}, \qquad (28\text{-}7)$$

où $\lambda_{\sigma 1} = \lambda_{\mathrm{e}1} + \lambda_{\mathrm{t}1} + \lambda_{\mathrm{f}1} + \lambda_{\mathrm{dif}.1}$ est le coefficient de conductivité pour le flux de fuites (grandeurs sans dimensions).

Les coefficients de conductivité ont le sens de conductivités magnétiques pour les champs de fuites correspondants ramenées à l'unité de longueur de calcul du côté de bobine de l'enroulement. Plus grand est un coefficient de conductivité, plus forte est l'inductance de fuites correspondante de l'enroulement. Les coefficients de conductivité dépendent du rapport des dimensions qui déterminent le champ de fuites donné. Pour faciliter les calculs, les formules donnant ces coefficients sont obtenues avec quelques hypothèses simplificatrices concernant la configuration du champ de fuites et de plus la perméabilité magnétique des parties ferromagnétiques de la machine est supposée infiniment grande.

Les coefficients de conductivité pour des enroulements triphasés à deux couches peuvent être calculés en première approximation à l'aide des formules suivantes:

a) le coefficient de conductivité pour le flux de fuites des encoches (pour des encoches de forme rectangulaire suivant la figure 23-4) est

$$\lambda_{\mathrm{e}1} = \left(\frac{h_{\mathrm{f}}}{b_{\mathrm{ouv}}} + \frac{h_{\mathrm{e}}}{3b_{\mathrm{e}}}\right)\frac{3\beta+1}{4},$$

où h_e est la hauteur de la zone occupée par les conducteurs de l'enroulement dans l'encoche (dimension radiale de la zone) ;

h_t, la distance des conducteurs de l'enroulement à l'entrefer ;

b_e, la largeur d'une encoche ;

$\beta = y_r/\tau$, le raccourcissement relatif du pas de l'enroulement ;

b) le coefficient de conductivité pour le flux de fuites des têtes de dents (v. fig. 23-4) est

$$\lambda_{t1} = \left[1{,}1\left(\frac{\delta'}{b_{ouv}}\right) - 0{,}35\left(\frac{\delta'}{b_{ouv}}\right)^2 - 0{,}26\right]\left(\frac{3\beta+1}{4}\right),$$

où $\delta' = k_\delta \delta$ est l'entrefer de calcul entre les noyaux ;

b_{ouv}, la largeur de l'ouverture de l'encoche vers l'entrefer ;

c) le coefficient de conductivité pour le flux de fuites des têtes de bobines dépend du rapport entre la portée de la partie frontale de la bobine et la longueur de calcul de l'armature (v. fig. 28-2) est

$$\lambda_{f1} = 0{,}34\sqrt{\beta_{p1} + 0{,}1}\,\frac{\beta_1 \tau q_1}{l_\delta} \approx 0{,}3\,\frac{\beta_1 \tau q_1}{l_\delta},$$

où $\beta_{p1} = \frac{l_{p1}}{y_{b1}} = \frac{l_{p1}}{\beta_1 \tau}$ est la portée relative de la partie frontale ;

$\beta_1 = \frac{y_{b1}}{\tau}$, le raccourcissement relatif du pas de l'enroulement ;

d) le coefficient de conductivité pour le flux de fuites de dispersion différentielle dépend du rapport entre le pas dentaire t_{Z1} (v. fig. 24-3, dans laquelle le pas dentaire est désigné par t_Z) et la longueur de l'entrefer δ :

$$\lambda_{dif.1} = (0{,}7 \text{ à } 1{,}0)\,\frac{t_{Z1}}{12\delta k_\delta}.$$

Notes : 1. Le coefficient 0,7 à 1,0 figurant dans la formule de $\lambda_{dif.1}$ dépend de quelques facteurs supplémentaires : du raccourcissement du pas de l'enroulement, de l'ouverture relative des encoches (b_{ouv}/t_Z et b_{ouv}/δ), de l'effet amortisseur dû aux courants induits dans l'enroulement secondaire.

2. Les coefficients de conductivité pour un enroulement secondaire triphasé peuvent être calculés par les mêmes formules en remplaçant l'indice 1 par l'indice 2.

CHAPITRE 29

COUPLE MOTEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE

§ 29-1. Expression du couple moteur par la variation d'énergie du champ magnétique

Considérons une machine à courant alternatif, asynchrone ou synchrone, à entrefer δ régulier. Remplaçons les surfaces dentées des armatures magnétiques par des surfaces lisses et introduisons l'entrefer équivalent $\delta_0 = k_\delta \delta$ où k_δ est le coefficient d'entrefer permettant de tenir compte de l'influence que la denture des armatures magnétiques exerce sur la conductivité magnétique de l'entrefer (24-10). Supposons que le stator porte un enroulement polyphasé symétrique dont le nombre de phases $m_1 \geqslant 2$ et que le rotor porte soit un enroulement polyphasé symétrique à nombre de phases $m_2 \geqslant 2$, soit un enroulement d'excitation monophasé (dans la machine synchrone). Supposons aussi que l'enroulement statorique soit parcouru par un système de courants directs I_1 de pulsation ω_1 et que dans le rotor il y a circulation des courants directs I_2 de pulsation ω_2 s'il comporte un enroulement polyphasé ou d'un courant continu I_{2m} de $\omega_2 = 0$ s'il comporte un enroulement d'excitation monophasé.

Comme il a été établi au § 21-2, la transformation unidirectionnelle de l'énergie dans une telle machine ne peut s'effectuer que si est réalisée une condition déterminée relative aux pulsations des courants parcourant les enroulements du stator et du rotor, ω_1 et ω_2, ainsi qu'à la pulsation ω de l'inductance mutuelle des enroulements dont la valeur est proportionnelle à la vitesse angulaire du rotor $\omega = p\Omega$. Pour assurer cette transformation unidirectionnelle de l'énergie il faut que la somme ou la différence des pulsations des courants dans les enroulements (21-13) soit égale à la pulsation de l'inductance mutuelle des enroulements $\omega_1 \pm \omega_2 = \omega = p\Omega$. Si cette condition est satisfaite (supposons, pour préciser les idées, que $\omega < \omega_1$ et $\omega_2 = (\omega_1 - \omega)$), alors, comme il est facile de le montrer, les premiers harmoniques des f.m.m. (ou des champs tournants) produits par les systèmes équilibrés de courants circulant dans les enroulements primaire et secondaire tournent par rapport au stator avec des vitesses angulaires identiques égales à $\Omega_1 = \omega_1/p$.

Si on se reporte au modèle bipolaire de la machine (fig. 29-1) dont les enroulements triphasés (polyphasés) sont alimentés avec des courants directs, on voit que le premier harmonique de la f.m.m. de l'enroulement primaire

$$\tilde{F}_{1m} = \sqrt{2}\, m_1 \tilde{I}_1 k_{e1} w_1 / (\pi p)$$

ou le premier harmonique de l'induction du champ créé par l'enroulement primaire dans l'entrefer

$$\tilde{B}_{1m} = \mu_0 \tilde{F}_{1m}/\delta_0 = \sqrt{2}\, m_1 \mu_0 \tilde{I}_1 k_{e1} w_1/(\delta_0 \pi p)$$

tourne avec une vitesse angulaire électrique $\omega_1 = p\Omega_1$ (25-3) dans le sens positif (c'est-à-dire de la phase A vers la phase B).

Le premier harmonique de la f.m.m. de l'enroulement secondaire

$$\tilde{F}_{2m} = \sqrt{2}\, m_2 \tilde{I}_2 k_{e2} w_2/(\pi p)$$

ou le premier harmonique du champ produit par l'enroulement secondaire dans l'entrefer

$$\tilde{B}_{2m} = \mu_0 \tilde{F}_{2m}/\delta_0 = \sqrt{2} m_2 \mu_0 \tilde{I}_2 k_{e2} w_1/(\delta_0 \pi p)$$

tourne par rapport au rotor avec une vitesse angulaire électrique ω_2 égale à la pulsation du courant rotorique et cette rotation s'effec-

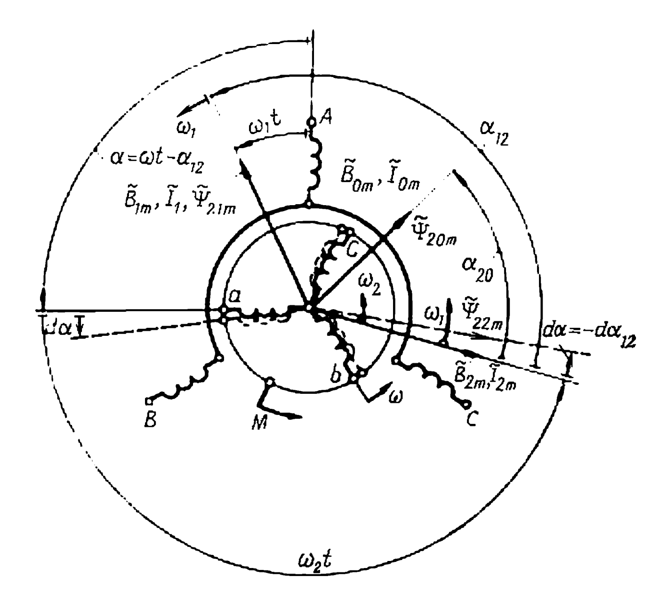


Fig. 29-1. Position relative des premiers harmoniques des f.m.m. et des flux engendrés et embrassés par les enroulements primaire et secondaire.

tue également dans le sens positif, de la phase a vers la phase b (la vitesse angulaire électrique ω_2 de la f.m.m. par rapport au rotor est montrée dans la figure 29-1 sur le fond du rotor). Pour trouver la vitesse angulaire électrique (ω_2') avec laquelle la f.m.m. F_2 de l'enroulement secondaire se déplace par rapport au stator, il faut tenir compte du fait que dans le modèle le rotor tourne dans le sens

positif avec la vitesse angulaire électrique $\omega = \Omega p$ et d'ajouter cette vitesse à la vitesse de déplacement de la f.m.m. F_2 par rapport au rotor $\omega_2' = \omega_2 + \omega$ (sur la figure 29-1, la vitesse ω_2 est montrée sur le fond du rotor).

En se rappelant que la pulsation du courant rotorique satisfait à la condition énoncée plus haut, on obtient

$$\omega_2' = (\omega_1 - \omega) + \omega = \omega_1 = \Omega_1 p.$$

Ainsi, *la transformation unidirectionnelle de l'énergie ne s'effectue que si la f.m.m. du rotor tourne avec une même vitesse angulaire électrique* $\omega_1 = \Omega_1 p$ *dans le modèle et avec une même vitesse angulaire* Ω_1 *dans la machine réelle que la vitesse de rotation de la f.m.m. du stator* (sur la fig. 29-1, la vitesse $\omega_2' = \omega_1$ est montrée sur le fond du stator).

L'énergie transformée et la valeur moyenne du couple moteur électromagnétique pour une période dépendent, comme nous le verrons plus loin, de l'angle électrique α_{12} entre les axes des champs, immobiles l'un par rapport à l'autre, du stator et du rotor, cet angle étant lié à l'angle γ_{12} entre ces axes dans la machine réelle par la relation connue $\alpha_{12} = p\gamma_{12}$. Pour sens positif des angles α_{12} (ou γ_{12}) et du couple moteur exercé sur le rotor prenons le sens antihoraire à partir de l'axe du champ du rotor.

Puisqu'en état de régime l'angle α_{12} a une valeur constante, le couple moteur pendant un tour reste lui aussi constant si bien que le couple moteur moyen peut être calculé par la formule (18-6)

$$M = \partial W / \partial \gamma \quad (i_n = \text{constant})$$

pour une position relative quelconque du rotor et du stator indiquée sur la figure 29-1 (l'angle α entre les axes des phases principales du rotor et du stator est arbitraire). Pour déterminer le couple moteur il faut tout d'abord trouver l'expression donnant l'énergie du champ magnétique dans l'entrefer en fonction de B_{1m}, B_{2m} et α_{12}. L'énergie du champ magnétique contenue dans un élément de volume dV de l'entrefer a pour expression

$$dW = \frac{B_0^2}{2\mu_0} dV,$$

où $B_0 = B_{0m} \cos(p\varphi)$ est l'induction du champ magnétique dans l'élément $dV = l_\delta \delta_0 R \, d\varphi$;

$B_{0m} = \sqrt{B_{1m}^2 + B_{2m}^2 + 2B_{1m}B_{2m}\cos\alpha_{12}}$, l'amplitude de l'induction du champ résultant dans l'entrefer;

φ, l'angle qui caractérise la position de l'élément de volume par rapport au champ résultant;

R, le rayon moyen de l'entrefer.

L'énergie totale du champ magnétique dans l'entrefer s'obtient en effectuant l'intégration sur le volume de l'entrefer $V = 2\pi R l_\delta \delta_0$.

Elle a pour valeur

$$W=\int_V \frac{b_\delta^2}{2\mu_0}\,dV=\int_0^{2\pi}\frac{B_{0m}^2}{2\mu_0}\,l_\delta\delta_0R\cos^2(p\varphi)\,d\varphi=$$

$$=\frac{p\tau\delta_0 l_\delta}{2\mu_0}\left(B_{1m}^2+B_{2m}^2+2B_{1m}B_{2m}\cos\alpha_{12}\right),$$

où $\tau=\pi R/p$ est le pas polaire.

Maintenant il convient de faire tourner le rotor d'un petit angle $\partial\gamma$, les courants étant supposés constants, et de calculer $dW/d\gamma$. Rappelons que l'angle γ (ou l'angle électrique correspondant $\alpha=\gamma p$) est l'angle de rotation du rotor par rapport au stator, par exemple l'angle entre l'axe de la phase A du stator et l'axe de la phase a du rotor (cet angle est compté à partir de la phase A du stator dans le sens positif, c'est-à-dire dans le sens antihoraire). Ayant tourné le rotor d'un petit angle $d\gamma=d\alpha/p$ dans le sens positif, pour des valeurs fixes des courants dans les phases (i_k = constant), on peut constater que la f.m.m. et le champ du rotor se déplacent avec le rotor alors que la f.m.m. et le champ du stator restent immobiles (fig. 29-1). Dans ces conditions, l'angle $\gamma_{12}=\alpha_{12}/p$ entre la f.m.m. du stator et la f.m.m. du rotor diminuera dans la même mesure que celle dans laquelle augmentera l'angle γ (nous avons convenu que l'angle γ_{12} est compté à partir de la phase du rotor vers la phase du stator, c'est-à-dire dans le sens opposé à celui des angles γ ou α). Ainsi les accroissements des angles γ et γ_{12} ne diffèrent que par le signe

$$d\gamma=\frac{d\alpha}{p}=-d\gamma_{12}=-\frac{d\alpha_{12}}{p};\quad d\alpha=-d\alpha_{12},$$

ce qui nous donne le droit de calculer la dérivée de la façon suivante:

$$M=\frac{dW}{d\gamma}=-p\,\frac{dW}{d\alpha_{12}}=\frac{p^2\tau\delta_0 l_\delta B_{1m}B_{2m}}{\mu_0}\sin\alpha_{12}\qquad(29\text{-}1)$$

$$(B_{1m}=\text{const};\quad B_{2m}=\text{const}).$$

En exprimant les inductions par les courants et en tenant compte de (28-3), on obtient

$$M=\frac{m_1m_2p}{2}\,I_1I_2L_m\sin\alpha_{12},$$

où L_m est la valeur maximale de l'inductance mutuelle entre les phases du stator et du rotor définie par (28-3).

Le couple qui s'applique au rotor est positif (c'est-à-dire dirigé dans le sens antihoraire) pour $0<\alpha_{12}<\pi$ et négatif pour $\pi<$ $<\alpha_{12}<2\pi$ (ou $0>\alpha_{12}>-\pi$). En exprimant l'induction B_2 par le courant I_2 et en remarquant que $\Psi_{21m}=2B_{1m}\tau l_\delta w_2k_{e2}/\pi$ est l'amplitude du flux produit par l'enroulement statorique et em-

brassé par une phase de l'enroulement rotorique, on peut exprimer le couple moteur par le courant et le flux embrassé

$$M = \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} i_2 \Psi_{21m} \sin \alpha_{12}. \qquad (29\text{-}2)$$

En notation complexe, le couple moteur a pour expression

$$M = \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [\widetilde{\Psi}_{21} \widetilde{I}_2^*],$$

où $\widetilde{I}_2^*$ est la fonction complexe conjuguée du courant secondaire.

En partant des expressions obtenues, il n'est pas difficile de montrer que l'interaction entre le courant I_2 dans l'enroulement et le champ de cet enroulement ou le flux embrassé Ψ_{22} ne peut pas produire un couple moteur. En effet, d'après (29-2) ce couple est nul:

$$\frac{m_2 p}{\sqrt{2}} I_2 \Psi_{22m} \sin \alpha_{22} = 0,$$

où $\Psi_{22m} = 2B_{2m}\tau l_\delta w_2 k_{e2}/\pi$ est l'amplitude du flux du champ principal propre embrassé par les spires de l'enroulement rotorique; $\alpha_{22} = 0$ l'angle entre le flux embrassé Ψ_{22m} et le courant I_2.

Après cette remarque on peut exprimer le couple moteur par le flux total embrassé par l'enroulement donné Ψ_{20m}, c'est-à-dire le flux embrassé produit tant par le champ extérieur (Ψ_{21m}) que par le champ propre Ψ_{22m}. A cet effet, il faut ajouter au second membre de l'expression (29-2) le couple nul lié au flux propre embrassé:

$$M = \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [\widetilde{\Psi}_{21m} \widetilde{I}_2^*] + \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [\widetilde{\Psi}_{22m} \widetilde{I}_2^*] =$$
$$= \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [(\widetilde{\Psi}_{21m} + \widetilde{\Psi}_{22m}) \widetilde{I}_2^*] =$$
$$= \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [\widetilde{\Psi}_{20m} \widetilde{I}_2^*] = \frac{m_2 p}{\sqrt{2}} \Psi_{20m} I_2 \sin \alpha_{20}, \qquad (29\text{-}3)$$

où $\widetilde{\Psi}_{20m} = \widetilde{\Psi}_{22m} + \widetilde{\Psi}_{21m}$ est la valeur maximale du flux total du champ principal embrassé par l'enroulement du rotor;

α_{20}, l'angle entre le courant $\widetilde{I}_2$ (ou le champ $\widetilde{B}_2$ de l'enroulement rotorique) et le flux total $\widetilde{\Psi}_{20m}$ embrassé par cet enroulement (v. fig. 29-1).

Un couple exactement de la même valeur mais de signe opposé agit sur le stator. Il peut être calculé par (29-1) ou (29-2) ayant en vue que le couple qui s'applique au stator est considéré comme positif s'il est dirigé dans le sens horaire (c'est-à-dire dans le sens opposé à la rotation). Le couple moteur exercé sur le stator peut également être exprimé par les grandeurs statoriques. A cet effet, il faut expri-

mer dans (29-1) l'induction B_1 par le courant I_1 et se rappeler que $\Psi_{12m} = 2B_{2m}\tau l_\delta w_1 k_{e1}/\pi$. Après l'avoir fait on obtient

$$M = \frac{m_1 p}{\sqrt{2}} \Psi_{12m} I_1 \sin \alpha_{12} = \frac{m_1 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [\tilde{\Psi}^*_{12} \tilde{I}_1], \tag{29-4}$$

où Ψ_{12m} est l'amplitude du flux de champ produit par l'enroulement rotorique et embrassé par une phase statorique.

Vu que le couple moteur dû à l'interaction du courant I_1 avec le champ propre ou avec le flux embrassé $\Psi_{11m} = 2B_{1m}\tau l_\delta w_1 k_{e1}/\pi$ est nul, c'est-à-dire que $m_1 p I_1 \Psi_{11m} \sin 0 = 0$, il n'est pas difficile d'exprimer le couple moteur qui s'exerce sur le stator par le flux total de champ principal embrassé par l'enroulement d'une phase statorique

$$M = \frac{m_1 p}{\sqrt{2}} \Psi_{10m} I_1 \sin \alpha_{10} = \frac{m_1 p}{\sqrt{2}} \operatorname{Im} [\tilde{\Psi}^*_{10m} \tilde{I}_1], \tag{29-5}$$

où $\tilde{\Psi}_{10m} = \tilde{\Psi}_{12m} + \Psi_{11m}$ est l'amplitude du flux total du champ principal embrassé par une phase de l'enroulement statorique; α_{10}, l'angle entre $\tilde{\Psi}_{10m}$ (en phase avec $\tilde{\Psi}_{20m}$) et le courant $\tilde{I}_1$ (cet angle est compté dans le sens antihoraire, du flux embrassé vers le courant).

Les équations (29-4) et (29-5) sont également valables tant pour un enroulement polyphasé que pour un enroulement rotorique monophasé alimenté en courant continu, ce dernier étant utilisé dans les machines synchrones.

N o t e. Les équations (29-3) et (29-5) dans lesquelles le couple moteur est exprimé par les flux totaux embrassés Ψ_{20m} et Ψ_{10m} s'appliquent aussi aux machines à circuits magnétiques non linéaires. En reprenant la démonstration pour une machine saturée conformément au § 18-2, on peut s'assurer que pour déterminer le couple moteur il suffit dans ce cas d'introduire dans (29-3) ou (29-5) les amplitudes des premiers harmoniques du flux embrassé calculés compte tenu de la non-linéarité du circuit magnétique.

§ 29-2. Expression du couple moteur par les forces électromagnétiques

Le couple moteur électromagnétique peut être trouvé non seulement en partant du principe de la conservation de l'énergie comme cela a été fait au paragraphe précédent mais aussi par une autre voie. Pour déterminer le couple électromagnétique on pourrait faire la somme des couples dus aux forces électromagnétiques qui prennent naissance par suite de l'interaction du champ magnétique tournant avec les éléments de courant et les éléments de surface des armatures magnétiques aimantées. Une telle manière de procéder permettrait d'obtenir des résultats plus détaillés sur la répartition des forces électromagnétiques suivant le volume des parties actives ainsi que sur les valeurs et les sens des flux d'énergie transformée dans la machine. Pourtant la réalisation mathématique d'une telle méthode se heurte à des difficultés insurmontables de sorte que dans

le cas où on ne demande qu'à déterminer la partie principale du couple électromagnétique liée aux premiers harmoniques de la f.m.m. et de l'induction de champ dans l'entrefer, on peut se servir de la notion de courant superficiel qui remplace les courants dans les encoches de l'armature magnétique.

a) Courant superficiel et sa décomposition en série de Fourier

Le courant superficiel est obtenu en remplaçant l'armature magnétique dentée par une armature lisse et en représentant la répartition du courant dans chacune des encoches i_{ek} sur la surface de l'armature sous la forme d'une couche mince de densité linéaire

$$A_{ek} = i_{ek}/b_e.$$

Le remplacement des courants dans les encoches par un courant superficiel équivalent est illustré sur la figure 29-2 qui reproduit

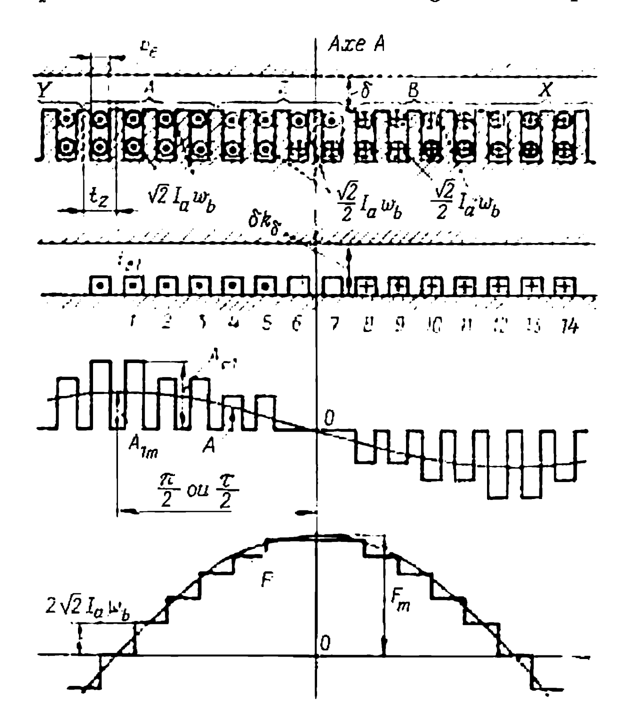


Fig. 29-2. Densité de courant superficiel et f.m.m. d'un enroulement polyphasé $(m = 3,\ q = 4,\ i_A = \sqrt{2}\,I_a,\ i_B = i_C = -\frac{\sqrt{2}}{2}I_a)$.

l'enroulement et les courants dans les encoches suivant la figure 25-8 pour $i_A = \sqrt{2}I_a$; $i_B = i_C = -\sqrt{2}I_a/2$. L'armature lisse équiva-

lente est représentée au-dessous de la coupe de la couche d'encoche de l'armature dentée. L'entrefer est k_δ fois agrandi, alors que les courants sont sortis des encoches et répartis sous la forme de couches minces de densité A_{ek} dans la zone des encoches.

Le courant i_{ek} représente la somme des courants alternatifs qui parcourent les conducteurs logés dans la k-ième encoche. Par exemple, le courant de l'encoche *2* d'après la figure 29-2 renfermant les conducteurs directs de la phase A et les conducteurs inverses de la phase C est égal à

$$i_{e2} = i_A w_b - i_C w_b.$$

A l'instant indiqué sur la figure 29-2, lorsque

$$i_A = i_{A\,\max} = \sqrt{2}\, I_a, \quad i_B = i_C = -\frac{\sqrt{2}}{2} I_a,$$

le courant de la deuxième encoche est

$$i_{e2} = \sqrt{2}\, I_a w_b + \frac{\sqrt{2}}{2} I_a w_b = \frac{3}{2}\sqrt{2}\, I_a w_b.$$

Le courant i_{ek} et la densité correspondante du courant superficiel de la k-ième encoche $A_{ek} = i_{ek}/b_e$ sont considérés comme positifs si le courant est dirigé de l'avant à l'arrière de la figure, c'est-à-dire suivant l'axe des Z. C'est pourquoi le courant dans l'encoche *9* par exemple est à l'instant considéré négatif

$$i_{e9} = i_B w_b + i_B w_b = -\sqrt{2} I_a w_b.$$

Dans les intervalles entre les encoches la densité de courant superficiel $A = 0$. La période de la courbe de courants superficiels est la même que celle des courants dans les encoches; la circonférence de l'entrefer contient p périodes. L'allure de la courbe de densité des courants superficiels varie continuellement avec la variation des courants dans les encoches. En exprimant les courants dans les encoches en fonction du temps et en décomposant la répartition spatiale de la densité des courants superficiels en série de Fourier, on peut trouver le *premier harmonique de la densité des courants superficiels ayant p périodes sur la circonférence de l'entrefer et l'amplitude* A_{1m} indiquée sur la figure 29-2.

Or, une telle voie pour la détermination du premier harmonique du courant superficiel exige d'effectuer des calculs assez fastidieux. Le même résultat peut être obtenu d'une manière beaucoup plus simple si on exprime la densité de courant superficiel par la f.m.m. ou ses composantes harmoniques. A cet effet, il faut calculer au préalable la composante tangentielle de l'intensité de champ magnétique H_y dans l'entrefer près de la surface de l'armature lisse sur laquelle est réparti, sous la forme d'une couche d'épaisseur infiniment petite $\Delta = 0$, le courant superficiel de densité linéaire A

(fig. 29-3). En coordonnées polaires, la densité de courant A est dirigée, de même que les courants dans les encoches, le long de l'axe des Z et $A = A_Z$. Déterminons le courant Δi dans l'élément de surface de longueur $R\ \Delta\gamma$, il est $\Delta i = AR\ \Delta\gamma$. Entourons ce courant par un contour rectangulaire *1*, *2*, *3*, *4* dont la dimension radiale est h et la dimension tangentielle $R\ (\Delta\gamma)$. En appliquant la loi du courant total à la circulation de l'intensité suivant le contour *1*, *2*, *3*, *4* dans lequel $h \to 0$ et en remarquant que sur le côté *1*, *4* situé dans l'armature magnétique à perméabilité infiniment grande, l'intensité de champ est nulle, on trouve:

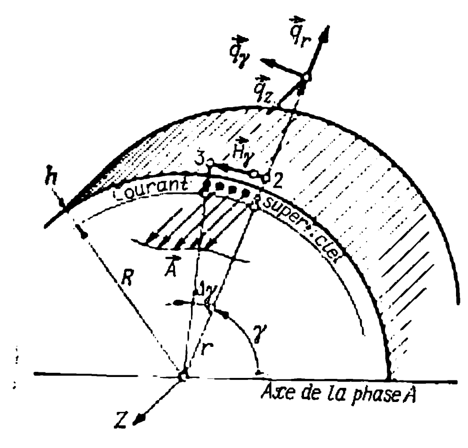


Fig. 29-3. Relation entre la composante tangentielle de l'intensité de champ magnétique et la densité de courant superficiel (composante axiale) en coordonnées polaires.

$$\oint H_l\, dl = H_\gamma R \Delta\gamma = \Delta i.$$

En passant à la limite lorsque $\Delta\gamma \to 0$, on obtient

$$H_\gamma = H_t = \lim \frac{\Delta i}{R\Delta\gamma} = A.$$

Telle est la valeur de l'intensité de champ H_γ sur la surface de l'armature magnétique intérieure. En reprenant cette démonstration pour le courant sur la surface de l'armature extérieure, on obtient $H_\gamma = -A$. Ainsi, la *composante tangentielle de l'intensité de champ* $H_\gamma = H_t$ sur la surface d'une armature à perméabilité $\mu_a = \infty$ est égale en valeur absolue à la densité de courant $|A|$ sur cette surface. En partant de (29-3) et en posant, en coordonnées polaires, $dx = R\ d\gamma$, on peut représenter la composante tangentielle de l'intensité de champ par la dérivée, par rapport à la coordonnée angulaire, du potentiel scalaire φ sur la surface de l'armature magnétique (affectée du signe « — ») $H_\gamma = -d\varphi/R\ d\gamma$. Enfin, en utilisant (24-5) et les relations qui en découlent entre la f.m.m. F et la répartition du potentiel φ sur la surface excitée ($F = \varphi$ en cas d'excitation de l'armature intérieure et $F = -\varphi$ en cas d'excitation de l'armature extérieure), on peut exprimer la densité de courant sur la surface de l'armature magnétique intérieure ou extérieure par la dérivée de la f.m.m.:

$$A = -dF/R\ d\gamma. \tag{29-6}$$

Cette expression peut s'appliquer non seulement à la totalité de la densité de courant mais aussi à ses diverses composantes harmoniques et à chaque composante harmonique de la f.m.m. corres-

pond sa propre composante harmonique de la densité de courant superficiel.

Cherchons le premier harmonique de la densité de courant superficiel A dans le cas où l'enroulement polyphasé est alimenté par des courants directs de pulsation ω. Le premier harmonique de la f.m.m. représente dans ce cas une onde tournante qui se décrit par l'équation (25-10). En partant de (29-6) et (25-10) on obtient

$$A = -\frac{dF}{R\,d\gamma} = A_{1m}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \alpha\right). \tag{29-7}$$

L'amplitude de la densité de courant superficiel A_{1m} s'exprime par l'amplitude du premier harmonique de la f.m.m.

$$A_{1m} = F_{1m}\pi/\tau. \tag{29-8}$$

Si l'on utilise pour F_{1m} l'expression (25-16), on peut exprimer A_{1m} par la somme des valeurs efficaces des courants dans l'encoche $2w_{\text{b}}I_a = I_{\text{e}}$

$$A_{1m} = \sqrt{2}A_0 k_{\text{r}} k_{\text{d}}, \tag{29-9}$$

où $A_0 = 2w_{\text{b}}I_a/t_Z = I_{\text{e}}/t_Z$ est la charge de courant linéaire calculée comme la somme des courants efficaces dans les encoches.

La densité de courant superficiel en un point situé sous l'angle α par rapport à l'origine peut être également représentée par la projection de la *fonction complexe de la densité de courant superficiel*

$$\tilde{A}_{1m} = j\tilde{F}_{1m}\frac{\pi}{\tau} = A_{1m}e^{j(\omega t + \pi/2)}$$

sur l'axe passant sous l'angle α, c'est-à-dire $A = \operatorname{Re}[A_{1m}e^{-j\alpha}]$.

En utilisant (29-7) et (29-9), il n'est pas difficile de représenter le premier harmonique du courant superficiel graphiquement à la même échelle que celle adoptée pour les densités des courants superficiels dans les encoches. Cette représentation est montrée sur les figures 29-2 et 29-4. Sur la figure 29-4 on voit aussi la fonction complexe de la densité de courant superficiel $\tilde{A}_{1m}$.

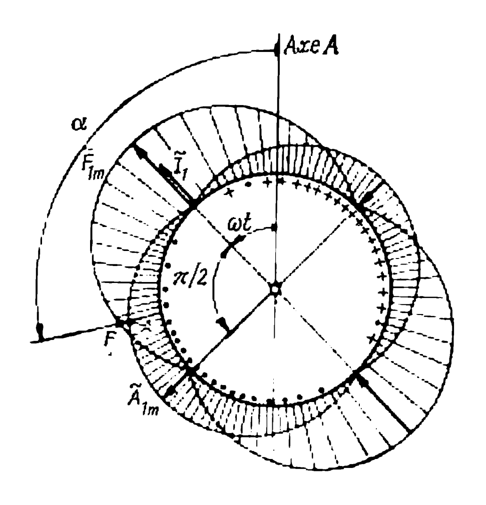


Fig. 29-4. Premier harmonique de la densité de courant superficiel (dans le modèle bipolaire).

Ainsi, on en arrive à cette conclusion que le premier harmonique de la densité linéaire de courant superficiel représente une onde

tournante de période 2τ et d'amplitude A_{1m} qui se déplace à la même vitesse angulaire mécanique Ω (ou à la même vitesse angulaire électrique ω dans le modèle) que le premier harmonique de la f.m.m. Quel que soit le sens de rotation de la f.m.m., l'onde de densité de courant superficiel est toujours tournée par rapport à l'onde de f.m.m. d'un angle électrique $\pi/2$ ou est déplacée de $\tau/2$ dans le sens antihoraire.

La relation qui existe entre la composante tangentielle de l'intensité de champ et la densité de courant superficiel ($H_t = H_\gamma = \pm A$) est également valable pour les premiers harmoniques de ces grandeurs. Aussi, le champ magnétique dans l'entrefer produit

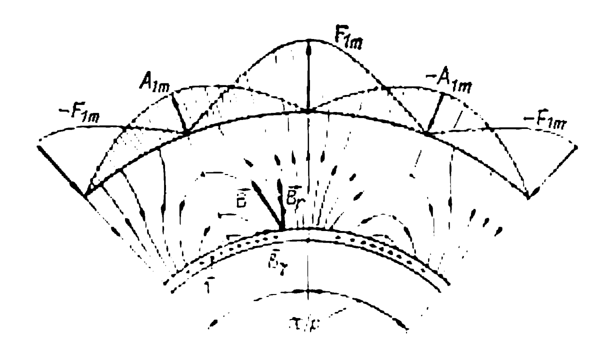


Fig. 29-5. Configuration du champ magnétique produit par les courants de l'armature intérieure de la machine.

par les courants dans les encoches (ou par le premier harmonique de la densité de courant superficiel équivalent) comporte-t-il toujours non seulement une composante radiale mais aussi une composante tangentielle. La composante radiale de l'induction de champ magnétique s'exprime d'après (25-18) par la f.m.m. F:

$$B_r = \frac{\mu_0 F}{k_\delta \delta}. \qquad (29\text{-}10)$$

La composante tangentielle de l'induction magnétique sur la surface de l'armature magnétique excitée s'exprime directement par le courant superficiel

$$B_t = B_\gamma = \mu_0 H_\gamma = \pm \mu_0 A. \qquad (29\text{-}11)$$

La composante tangentielle de l'induction magnétique sur la surface d'une armature magnétique non excitée étant nulle, le spectre magnétique dans l'entrefer produit par le premier harmonique est celui de la figure 29-5. Il est vrai que cette figure montre le champ pour une très grande valeur de l'entrefer relatif δ/τ, lorsque la composante radiale est de l'ordre de grandeur de la composante tangentielle; comparer (29-10) et (29-11). Pour de faibles valeurs

du rapport δ/τ qu'on rencontre généralement dans les machines électriques, la composante radiale du champ est très supérieure à la composante tangentielle de sorte que le champ dans l'entrefer est presque radial. Or, sans tenir compte de la composante tangentielle du champ H_γ engendrée par le courant superficiel de densité A, il est impossible de comprendre le mécanisme de production des forces électromagnétiques et de transfert de l'énergie à travers l'entrefer lors du fonctionnement de la machine.

b) Couple moteur électromagnétique

Proposons-nous de déterminer le couple moteur électromagnétique qui s'applique au rotor d'une machine électrique tournant à la vitesse angulaire mécanique Ω (dans le modèle de la figure 29-6, à la

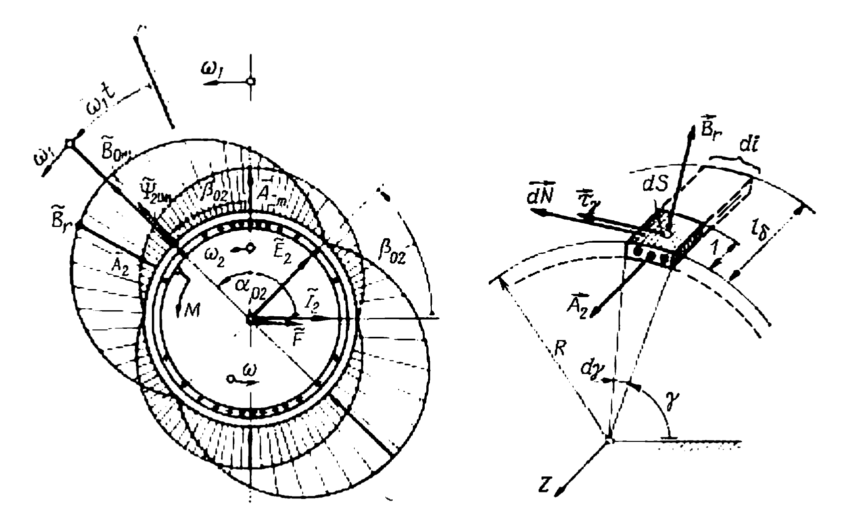


Fig. 29-6. Position des ondes tournantes de composante radiale de l'induction B_r et de la densité de courant superficiel A.

Fig. 29-7. Force électromagnétique exercée sur un élément de courant superficiel.

vitesse angulaire électrique ω). Supposons que l'enroulement polyphasé rotorique soit parcouru par un courant I_2 de pulsation ω_2, qui produit l'onde fondamentale de courant superficiel dont l'amplitude de la densité est A_{2m}. La vitesse angulaire mécanique de l'onde de densité de courant superficiel par rapport au rotor est proportionnelle à la pulsation du courant

$$\Omega_2 = \omega_2/p$$

(dans le modèle, la vitesse angulaire électrique de l'onde par rapport au rotor coïncide avec la pulsation du courant et est égale à ω_2).

Par rapport au système de référence fixe, l'onde de courant superficiel tourne avec la vitesse angulaire mécanique $\Omega_1 = \Omega + \Omega_2$. Dans le modèle, la vitesse angulaire électrique $\omega_1 = \omega + \omega_2$ de déplacement de l'onde par rapport au stator lors de la transformation unidirectionnelle de l'énergie (v. § 29-1) est toujours égale à la pulsation ω_1 des courants alimentant l'enroulement polyphasé statorique. Par conséquent, le premier harmonique de la f.m.m. du stator tourne avec la vitesse angulaire mécanique $\Omega_1 = \omega_1/p$ et produit avec le premier harmonique du courant superficiel rotorique, tournant à la même vitesse angulaire, le champ magnétique tournant principal de la machine dont l'amplitude de la composante radiale de l'induction est $B_{1(0)m} = B_{0m}$. L'angle entre l'onde d'induction B_0 et l'onde de densité linéaire de courant superficiel A_2 (ou entre les fonctions complexes correspondantes $\widetilde{B}_{0m}$ et $\widetilde{A}_{2m}$) sera désigné par β_{02} et compté dans le sens de $\widetilde{A}_{2m}$ vers $\widetilde{B}_{0m}$.

Déterminons le couple moteur électromagnétique comme la somme des couples moteurs dus aux forces électromagnétiques dN qui agissent sur les éléments de courant superficiel $di = A_2\,(R\,d\gamma)$. En supposant que l'étendue de l'élément de courant le long de l'axe de la machine soit égale à une unité de longueur et que cet élément se situe dans un champ magnétique de composante radiale de l'induction B_r, déterminons la force électromagnétique qui s'exerce sur cet élément dans le sens tangentiel

$$dN = B_r\,di = B_r A_2 R\,d\gamma.$$

Le sens de la force dN est donné par la règle des trois doigts de la main gauche. Un élément de courant superficiel situé sous un angle γ par rapport à l'origine et la force qui s'y applique sont montrés sur la figure 29-7. Pour calculer le couple électromagnétique qui agit sur le courant superficiel et est transmis à l'arbre de la machine par l'intermédiaire de l'armature mécaniquement contrainte du rotor, il faut faire la somme des couples dus aux forces élémentaires

$$dM = R\,dN$$

sur toute la surface du rotor orientée vers l'entrefer (de $\gamma = 0$ à $\gamma = 2\pi$ sur la longueur de calcul l_δ)

$$M = l_\delta \int_0^{2\pi} R\,dN = l_\delta R^2 \int_0^{2\pi} B_r A_2\,d\gamma.$$

En utilisant les équations pour l'onde d'induction tournante (25-18)

$$B_r = B_{0m} \cos(\omega_1 t - \alpha)$$

et l'onde tournante de courant superficiel (29-7)

$$A_2 = A_{2m} \cos(\omega_1 t - \alpha - \beta_{02}),$$

où $\alpha = p\gamma$, et en posant, pour simplifier, $\omega_1 t = 0$, puisque le résultat de l'intégration est le même pour tout instant, on obtient

$$M = \pi R^2 l_\delta B_{0m} A_{2m} \cos\beta_{02} = \frac{p^2\tau^2}{\pi} l_\delta B_{0m} A_{2m} \cos\beta_{02}. \quad (29\text{-}12)$$

En remarquant que l'amplitude de la densité linéaire de courant superficiel peut être exprimée (v. (29-8), (25-9)) par le courant I_2 dans l'enroulement

$$A_{2m} = \frac{\pi F_{2m}}{\tau} = \frac{\sqrt{2}\, m_2}{\tau} \frac{I_2 w_2 k_{e2}}{-},$$

et l'amplitude de l'induction par le flux magnétique d'après (27-2)

$$B_{0m} = \frac{\pi\Phi_m}{2\tau l_\delta},$$

on peut représenter le couple moteur électromagnétique en fonction du flux magnétique et du courant dans l'enroulement

$$M = \frac{pm_2}{\sqrt{2}} (w_2 k_{e2} \Phi_m) I_2 \cos\beta_{02}. \quad (29\text{-}13)$$

Si l'on tient compte du fait que l'amplitude du flux total embrassé par les spires d'une phase de l'enroulement est d'après (27-14)

$$\Psi_{20m} = w_2 k_{e2} \Phi_m,$$

et on remplace $\cos\beta_{02}$ par $\sin\alpha_{02} = \sin(\pi/2 + \beta_{02}) = \cos\beta_{02}$ (v. fig. 29-6 et (29-7)), l'expression donnant le couple moteur se réduit à l'expression (29-3):

$$M = \frac{pm_2}{\sqrt{2}} \Psi_{20m} I_2 \sin\alpha_{02},$$

où α_{02} est l'angle électrique (v. fig. 29-6) entre le flux embrassé $\dot{\Psi}_{20m}$ et le courant $\dot{I}_2$ (ou $\dot{F}_2$) complexes.

N o t e. Comme il a déjà été dit au § 29-1, l'équation pour le couple moteur (29-3) s'applique aussi à des machines saturées, c'est-à-dire à circuit magnétique non linéaire. Cela est confirmé une fois de plus par le fait qu'elle coïncide avec l'équation obtenue pour une machine saturée.

§ 29-3. Répartition de la force électromagnétique dans la région d'une encoche parcourue par un courant

Pour pouvoir calculer le couple moteur électromagnétique qui agit sur le rotor, nous avons remplacé le rotor denté, dont les encoches étaient parcourues par certains courants i_e, par un rotor lisse, nous avons placé les courants sur la surface et les avons répartis dans la région de l'encoche sous la forme d'une couche infiniment mince de densité linéaire $A_e = i_e/b_e$ (v. fig. 24-2).

Lorsqu'on passe à une armature magnétique lisse, la force électromagnétique tangentielle N exercée sur la région de l'encoche reste

inchangée si dans l'entrefer, sur sa surface, est reproduite la composante radiale moyenne de l'induction du champ magnétique extérieur $B_{\delta\ \mathrm{moy}}$ calculée, compte tenu de l'influence de la denture du stator, par la formule

$$B_{\delta\ \mathrm{moy}} = \frac{\mu_0 F}{\delta k_{\delta 1} k_{\delta 2}},$$

où F est la f.m.m. extérieure produite sur l'axe de l'encoche considérée par les courants circulant dans l'enroulement statorique;

$k_{\delta 1}$, $k_{\delta 2}$ sont les facteurs d'entrefer respectivement pour le stator et pour le rotor;

δ est la longueur de l'entrefer.

La force électromagnétique tangentielle totale qui s'applique à l'unité de longueur de l'encoche peut être déterminée par la somme des forces

$$dN = B_{\delta\ \mathrm{moy}} A_{\mathrm{e}}\, dx,$$

exercées sur les éléments de courant superficiel

$$N = \int_{-b_{\mathrm{e}}/2}^{+b_{\mathrm{e}}/2} B_{\delta\ \mathrm{moy}} A_{\mathrm{e}}\, dx = B_{\delta\ \mathrm{moy}} A_{\mathrm{e}} b_{\mathrm{e}} = B_{\delta\ \mathrm{moy}} i_{\mathrm{e}}.$$

Regardons maintenant comment cette force se répartit dans la région d'une encoche. Représentons le champ magnétique résultant dans la région d'encoche par la somme du champ extérieur (fig. 29-8, *a*) et du champ magnétique propre dû au courant dans l'encoche (fig. 29-8, *b*). Pour trouver les forces tangentielles qui s'appliquent aux parois ferromagnétiques latérales de l'encoche et au courant qui circule dans l'encoche, il suffit de calculer l'induction de ces champs sur les parois latérales des encoches et au centre du conducteur parcouru par un courant. Comme le montrent les calculs du champ effectués pour des encoches réelles et la perméabilité infiniment grande des armatures magnétique ($\mu_{rf} = \infty$), la presque totalité des lignes du champ qui entrent dans les encoches se terminent sur leurs parois latérales et seule une partie infime de ces lignes atteignent le conducteur parcouru par un courant. Si le flux magnétique par unité de longueur de l'encoche (fig. 29-8, *b*) est

$$\Phi = \int_{-b_{\mathrm{e}}/2}^{+b_{\mathrm{e}}/2} B_{y(y=0)}\, dx = B_{\delta\ \mathrm{moy}} b_{\mathrm{e}},$$

le flux passant par la section de l'encoche au niveau du centre du conducteur ($y = h_i$) a pour expression

$$c\Phi = \int_{-b_{\mathrm{e}}/2}^{+b_{\mathrm{e}}/2} B_{y(y=h_i)}\, dx = B_{\mathrm{e}} b_{\mathrm{e}},$$

où c = 0,002 à 0,001.

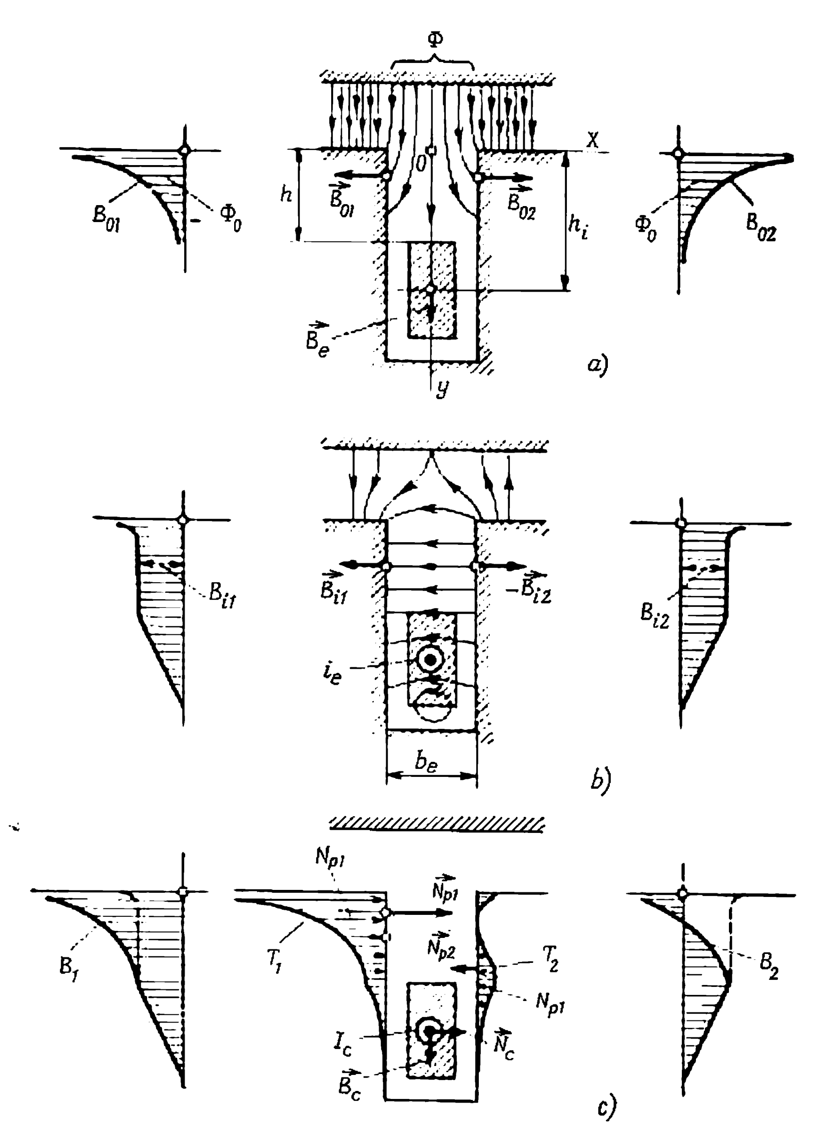


Fig. 29-8. Répartition des forces électromagnétiques dans la région d'une encoche parcourue par un courant :

a) champ magnétique extérieur produit par des courants de l'autre armature magnétique, $I_e = 0$, $B_{\delta moy} \neq 0$; b) champ magnétique dû au courant dans l'encoche $B_{\delta moy} = 0$, $I_e \neq 0$; c) forces électromagnétiques dans la région de l'encoche $I_e \neq 0$, $B_{\delta moy} \neq 0$.

Par raison de symétrie et de continuité du champ magnétique, le flux qui entre dans la paroi latérale de l'encoche

$$\Phi_0 = \frac{\Phi - c\Phi}{2},$$

diffère peu de $\Phi/2$.

L'induction du champ extérieur sur les parois latérales des encoches B_{01} ou B_{02} décroît rapidement au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'entrefer et au niveau du haut du conducteur ($y = h$), elle diffère peu de zéro. Le flux extérieur entre donc dans la paroi latérale de l'encoche dans les limites de la hauteur h

$$\Phi_0 = \frac{\Phi(1-c)}{2} = \int_0^h B_{01}\,dy = \int_0^h B_{02}\,dy.$$

Le rapprochement entre les expressions pour Φ et $c\Phi$ permet de trouver l'induction du champ extérieur dans la région du conducteur

$$B_c = cB_{\delta\,\mathrm{moy}}.$$

La configuration du champ engendré par le courant dans l'encoche et les courbes d'induction du champ produit par ce courant sur les parois latérales des encoches sont montrées à la figure 29-8, *b*.

Dans la plus grande partie de la région située au-dessus du conducteur ($0 < y < h$), l'induction sur les parois latérales est presque constante. En appliquant la loi du courant total à un contour qui entoure le courant et, dans les limites de la largeur de l'encoche, coïncide avec une ligne du champ, on peut trouver une valeur approchée de cette induction

$$B_{i1} = B_{i2} = \frac{\mu_0 i_e}{b_e}.$$

On peut calculer maintenant les forces électromagnétiques tangentielles liées au champ magnétique résultant dans la région d'encoche (v. fig. 29-8, *c*). Un conducteur parcouru par un courant est soumis à la force électromagnétique tangentielle

$$N_e = B_e i_e = cB_{\delta\mathrm{moy}}\, i_e = cN,$$

qui ne constitue qu'une petite fraction de la force totale $N = B_{\delta\,\mathrm{moy}} i_e$ qui s'exerce sur la région de l'encoche parcourue par un courant.

La plus grande partie de la force totale s'applique aux parois latérales ferromagnétiques de l'encoche sous la forme de la force de contrainte magnétique. Cherchons d'abord la force spécifique de contrainte magnétique T (en Pa) qui agit sur l'unité de surface ferromagnétique ($\mu_{r\,\mathrm{Fe}} = \infty$) placée dans un champ magnétique. Cette force s'exprime par la composante normale de l'induction B_n qui coïncide sur la surface d'un corps ferromagnétique avec l'induction B elle-même (les lignes du champ sont toujours normales à la surface

d'un corps caractérisé par $\mu_{a\ \mathrm{Fe}} = \infty$) et par la perméabilité magnétique μ_0 du milieu non magnétique qui entoure ce corps:

$$T = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Le vecteur force spécifique de contrainte magnétique coïncide toujours avec la normale $\vec{n}$ à la surface du corps ferromagnétique dirigée vers le milieu ayant la plus faible perméabilité magnétique

$$\vec{T} = \vec{n}\,\frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Les forces spécifiques de contrainte T_1 et T_2 agissant sur les parois latérales des encoches sont dirigées normalement à ces parois. La répartition des forces spécifiques

$$T_1 = \frac{B_1^2}{2\mu_0}, \quad T_2 = \frac{B_2^2}{2\mu_0}$$

suivant la hauteur de l'encoche est déterminée par les inductions résultantes $B_1 = B_{01} + B_{i1}$ sur la paroi gauche et $B_2 = B_{02} - B_{i1}$ sur la paroi droite.

Puisque les forces spécifiques de contrainte agissant sur les parois droite et gauche ne se compensent que dans les limites de $0 < y < h$, pour déterminer la force tangentielle résultante $N_\mathrm{p} = N_{\mathrm{p}1} - N_{\mathrm{p}2}$ exercée sur les parois latérales des encoches, il suffit de faire la somme des forces élémentaires sur chacune des parois seulement dans les limites indiquées:

$$N_\mathrm{p} = N_{\mathrm{p}1} - N_{\mathrm{p}2} = \int_0^h T_1\,dy - \int_0^h T_2\,dy = \int_0^h (T_1 - T_2)\,dy.$$

En remarquant que

$$B_{01} = B_{02}, \quad B_{i1} = B_{i2},$$

on trouve

$$T_1 - T_2 = \frac{2}{\mu_0} B_{01} B_{i1}.$$

Lors de l'intégration on tient compte de ce que $B_{i1} \approx \mu_0 i_\mathrm{e}/b_\mathrm{e} =$ $=$ constante pour $0 < y < h$ (v. plus haut) et en exprimant le flux à travers la paroi latérale

$$\int_0^h B_{01}\,dy$$

par le flux extérieur $\Phi = b_\mathrm{e} B_{\delta\ \mathrm{moy}}$, on obtient:

$$N_\mathrm{p} = \int_0^h (T_1 - T_2)\,dy = \frac{2}{\mu_0} B i_1 \int_0^h B_{01}\,dy =$$

$$= \frac{B_{i1}}{\mu_0}(1-c)\,\Phi = (1-c)\,i_\mathrm{e} B_{\delta\ \mathrm{moy}} = (1-c)\,N.$$

La force tangentielle totale N agissant sur la région de l'encoche est égale à la somme de la force N_p appliquée aux parois latérales et de la force N_c exercée sur le conducteur parcouru par un courant

$$N = N_p + N_c = (1 - c)\, B_{\delta\ \text{moy}} i_e + c B_{\delta\ \text{moy}} i_e = B_{\delta\ \text{moy}}\, i_e.$$

Cette force est égale à la force qui s'exerce sur le courant i_e placé sur la surface de l'armature magnétique. Pourtant, comme il a été établi, *la plus grande partie de cette force agit en fait non pas sur le courant dans l'encoche mais sur les parois latérales des encoches* ($c =$ $= 0{,}002$ à $0{,}001$).

Cette conclusion est basée sur des hypothèses simplificatrices concernant la répartition de l'induction du champ extérieur dans l'entrefer et la répartition de l'induction due au courant dans l'encoche sur les parois latérales de l'encoche. Mais une résolution rigoureuse de ce problème aboutit elle aussi au même résultat final qui a une grande importance pratique. Comme les forces électromagnétiques agissent essentiellement sur les parois de l'encoche (ou sur les dents de l'armature magnétique), l'isolation des conducteurs peut être calculée d'après sa robustesse mécanique seulement pour la transmission de la force tangentielle $N_c = cN$ dont la valeur est très faible.

Ainsi dans la construction dentée des armatures magnétiques le champ extérieur s'exerçant dans la région des conducteurs parcourus par des courants est très affaibli par suite de l'effet d'écran dû aux dents, si bien que les exigences auxquelles doit satisfaire la résistance mécanique de l'isolation peuvent être notablement réduites.

CHAPITRE 30

TRANSFORMATION ÉLECTROMÉCANIQUE DE L'ÉNERGIE À L'AIDE D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE TOURNANT

§ 30-1. Energies mécanique, électrique et électromagnétique

La puissance électromagnétique reçue par un élément de surface du rotor $dS = 1 \cdot R\, d\gamma$ de la part de l'entrefer est déterminée par la puissance développée par le couple moteur élémentaire lors du déplacement d'un élément de courant avec une vitesse angulaire Ω_1 (§ 29-2)

$$dP_{\text{ém}} = \Omega_1\, dM = B_r R \Omega_1 A_2\, (R\, d\gamma). \tag{30-1}$$

Représentons la vitesse angulaire de déplacement de l'élément de courant superficiel par la somme de la vitesse angulaire mécanique Ω qu'il acquiert par suite de la rotation mécanique du rotor et de la vitesse angulaire Ω_2 de rotation de la couche de courant par rapport au corps du rotor, cette dernière vitesse étant liée aux variations périodiques des courants électriques dans l'enroulement rotorique:

$$\Omega_1 = \Omega + \Omega_2.$$

Alors la puissance électromagnétique fournie à l'élément de surface sera égale à la somme de la puissance mécanique $dP_{\text{méc}} = \Omega\, dM$ transmise par l'intermédiaire de cet élément à l'arbre de la machine et de la puissance électrique $dP_{\text{él}} = \Omega_2\, dM$ introduite dans l'élément de courant superficiel ou dans l'enroulement dont il est l'équivalent:

$$dP_{\text{ém}} = \Omega_1\, dM = \Omega\, dM + \Omega_2\, dM = dP_{\text{méc}} + dP_{\text{él}}. \tag{30-2}$$

La densité de flux et le sens de la puissance électromagnétique sont déterminés (par unité de surface du rotor) par la composante radiale $\Pi_{\text{ém}}$ du vecteur de Poynting [24]:

$$\vec{\Pi}_{\text{ém}} = \boldsymbol{E}_{\text{ém}} \times \boldsymbol{H}_\gamma = \boldsymbol{q}_z \times \boldsymbol{q}_\gamma E_{\text{ém}} H_\gamma = -\boldsymbol{q}_r E_{\text{ém}} H_\gamma,$$

qui est définie (fig. 30-1) par le produit vectoriel de la composante axiale du vecteur intensité du champ électrique $\boldsymbol{E}_{\text{ém}} = \boldsymbol{q}_z E_{\text{ém}}$ par la composante tangentielle du vecteur intensité du champ magnétique $\boldsymbol{H}_\gamma = \boldsymbol{q}_\gamma H_\gamma$ (dans ces équations, $\boldsymbol{q}_\gamma$, $\boldsymbol{q}_z$, $\boldsymbol{q}_r$ sont les vecteurs unitaires des directions correspondantes dans le système de coordonnées cylindriques).

Si on se rappelle que la composante tangentielle de l'intensité de champ magnétique sur la surface du rotor est égale à la densité de courant superficiel (§ 29-2) $H_\gamma = A_2$ et on a en vue que pour déterminer l'énergie totale transmise à un élément de surface, il faut tenir compte de l'intensité de champ électrique calculée d'après la vitesse linéaire totale de déplacement de l'onde de courant superficiel $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{q}_\gamma v_1 = \boldsymbol{q}_\gamma R\Omega_1$, c'est-à-dire poser

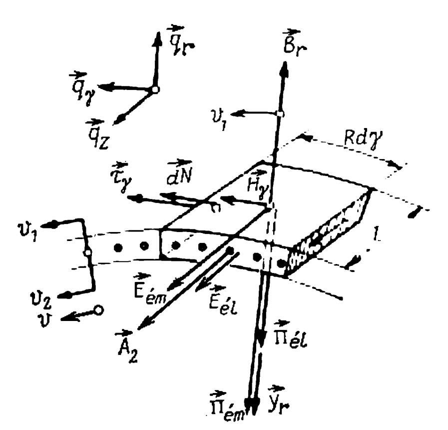


Fig. 30-1. Densité de flux de puissances électromagnétique ($\Pi_{ém}$), électrique ($\Pi_{él}$) et mécanique ($Y_{méc}$) (sur la surface de l'armature du rotor).

$$\boldsymbol{E}_{ém} = \boldsymbol{B}_r \times \boldsymbol{v}_1 =$$
$$= \boldsymbol{q}_r \times \boldsymbol{q}_\gamma B_r v_1 = \boldsymbol{q}_z B_r R\Omega_1,$$

la composante radiale du vecteur de Poynting peut s'exprimer sous la forme

$$\vec{\Pi}_{ém} = +\boldsymbol{q}_r \Pi_{ém}, \quad (30\text{-}3)$$

où

$$\Pi_{ém} = -E_{ém} H_\gamma = -B_r R\Omega_1 A_2.$$

Il est naturel que la puissance électromagnétique fournie à un élément de surface du rotor $(1 \cdot R\, d\gamma)$ et exprimée par la composante radiale du vecteur de Poynting

$$dP_{ém} = \Pi_{ém} R\, d\gamma = -B_r R\Omega_1 A_2 \,(R\, d\gamma) = -\Omega_1\, dM,$$

est la même que celle donnée par (30-1) (le signe — signifie que le flux de puissance est dirigé vers l'intérieur du rotor, c'est-à-dire dans le sens opposé au vecteur unitaire radial $\boldsymbol{q}_r$). On peut représenter de même la puissance électrique fournie à un élément de courant superficiel. Cependant l'intensité de champ électrique est à déterminer ici d'après la vitesse de l'onde de courant superficiel liée uniquement à la variation des courants électriques alimentant l'enroulement

$$\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{q}_\gamma v_2 = \boldsymbol{q}_\gamma R\Omega_2;$$
$$dP_{él} = \Pi_{él} R\, d\gamma = -(B_r R\Omega_2)\, A_2 R\, d\gamma = -\Omega_2\, dM, \quad (30\text{-}4)$$

où $\vec{\Pi}_{él} = \boldsymbol{E}_{él} \times \boldsymbol{H}_\gamma = \boldsymbol{q}_r \vec{\Pi}_{él}$, $\Pi_{él} = -E_{él} H_\gamma = -B_r R\Omega_2$ (le signe — indique ici comme précédemment le sens du flux d'énergie, v. fig. 30-1).

Respectivement, la puissance mécanique $dP_{méc} = \Omega\, dM$ peut être exprimée par la composante radiale du vecteur d'Oumov $\boldsymbol{Y}$ qui donne la densité de puissance mécanique transmise par un élément de surface d'un corps mécaniquement contraint.

La composante radiale du vecteur d'Oumov est définie pour un corps tournant par le produit de la contrainte mécanique tangentielle τ_γ par la vitesse linéaire tangentielle de déplacement de l'élément de surface v_γ $\quad v = R\Omega$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{Y}_r &= \mathbf{q}_r Y_r\,; \\ Y_r &= -\tau_\gamma v_\gamma = -A_2 B_r R\Omega. \end{aligned}\right\} \qquad (30\text{-}5)$$

La contrainte mécanique tangentielle τ_γ prend naissance sur la surface extérieure du rotor du fait que cette surface porte des élé-

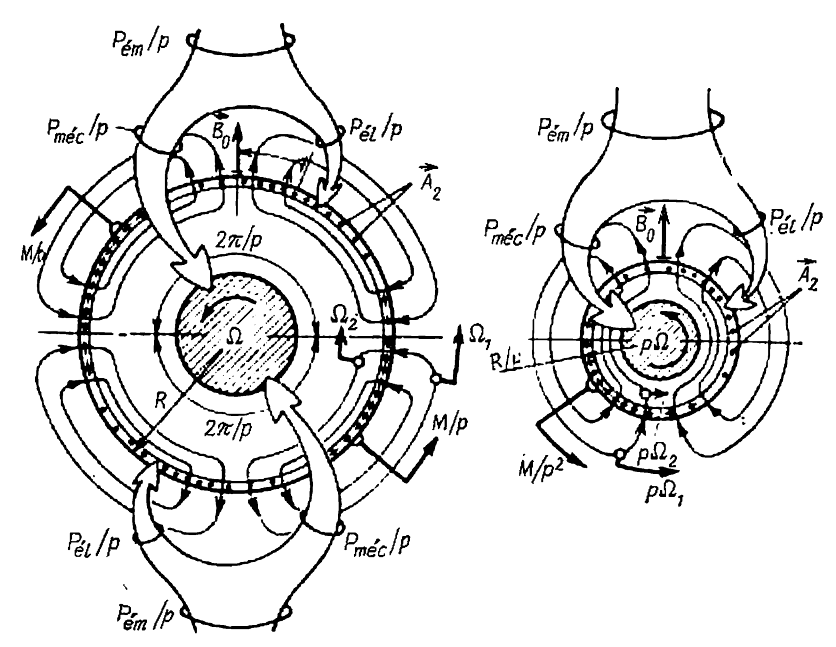


Fig. 30-2. Transformation électromécanique de l'énergie dans une machine électrique (à gauche) et dans son modèle bipolaire (à droite).

ments de courant superficiel soumis aux forces tangentielles dN

$$\vec{\tau}_\gamma = \frac{dN}{R\,d\gamma} = \frac{(\mathbf{q}_z A_2 R\,d\gamma) \times \mathbf{q}_r B_r}{R\,d\gamma} = \mathbf{q}_\gamma \tau_\gamma, \qquad (30\text{-}6)$$

où $\tau_\gamma = A_2 B_r \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right]$.

La puissance mécanique transmise à un élément de surface du rotor

$$dP_{\text{méc}} = Y_r R\,d\gamma = -A_2 B_r R\Omega R\,d\gamma = -\Omega\,dM \qquad (30\text{-}7)$$

est la même que celle donnée par (30-2) où elle est exprimée par le couple électromagnétique.

En effectuant l'intégration sur la surface du rotor, on peut calculer les puissances électromagnétique et électrique fournies au rotor lors de la transformation de l'énergie:

$$\left.\begin{aligned} P_{\text{ém}} &= l_\delta \int_0^{2\pi} dP_{\text{ém}} = \Omega_1 l_\delta \int_0^{2\pi} dM = \Omega_1 M ; \\ P_{\text{él}} &= l_\delta \int_0^{2\pi} dP_{\text{él}} = \Omega_2 l_\delta \int_0^{2\pi} dM = \Omega_2 M ; \\ P_{\text{méc}} &= l_\delta \int_0^{2\pi} dP_{\text{méc}} = \Omega l_\delta \int_0^{2\pi} dM = \Omega M . \end{aligned}\right\} \qquad (30\text{-}8)$$

On a de toute évidence la relation suivante

$$P_{\text{ém}} = P_{\text{él}} + P_{\text{méc}},$$

qui découle de (30-2).

La puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ est la puissance totale que le champ magnétique tournant transmet au rotor (fig. 30-2). Une fraction de cette puissance égale à $P_{\text{él}}$ se dégage par effet Joule dans l'enroulement lui-même ou dans le réseau électrique branché à cet enroulement. On peut s'en assurer en transformant (30-8) à l'aide de (29-3) et (27-15) et ayant en vue que l'angle $\beta_{02} = \alpha_{02} - \pi/2$ est en même temps l'angle entre le courant I_2 et la f.é.m. d'induction mutuelle E_2 dans l'enroulement rotorique. On trouve pour cette puissance électrique

$$P_{\text{él}} = \Omega_2 M = m_2 \frac{p\Omega_2 \Psi_{20}}{\sqrt{2}} I_2 \sin \alpha_{02} = m_2 E_2 I_2 \cos \beta_{02},$$

où $p\Omega_2 = \omega_2$ est la pulsation de la f.é.m. E_2 induite dans l'enroulement rotorique par le champ magnétique tournant.

Enfin, le reste de la puissance est transformé en puissance mécanique

$$P_{\text{méc}} = \Omega M,$$

qui est transmise par l'intermédiaire de l'arbre mécaniquement contraint (en tant que flux de vecteur d'Oumov).

§ 30-2. Transformation électromécanique de l'énergie dans la machine et dans son modèle

Comme nous l'avons vu au cours des chapitres qui précèdent, le modèle bipolaire de la machine électrique représente un objet bien commode et suggestif permettant d'étudier les phénomènes qui se déroulent dans la machine réelle. Cette affirmation s'applique pleinement aussi aux phénomènes de transformation de l'énergie. Dans le modèle représenté par la figure 30-2 sont conservées les dimensions du pas polaire τ, les amplitudes des premiers harmoniques des ondes d'induction du champ tournant B_{0m} et de la densité linéaire de courant

superficiel rotorique A_2 ainsi que le déplacement de ces ondes en fractions de période, ce qui fait que l'angle de déplacement de ces ondes dans le modèle β_{02} est p fois plus grand que l'angle β_{02}/p existant entre ces ondes dans la machine réelle (à gauche de la figure 30-2, le champ de la machine a $p = 2$ périodes).

De plus, dans le modèle sont conservées les vitesses linéaires circonférentielles des ondes et des éléments des armatures magnétiques v_1, v_2 et v sur la surface extérieure du rotor car le rayon de cette surface dans le modèle est p fois plus petit, alors que les vitesses angulaires sont p fois plus grandes:

$$v_1 = \left(\frac{R}{p}\right) \Omega_1 p = \Omega_1 R;$$

$$v_2 = \left(\frac{R}{p}\right) \Omega_2 p = \Omega_2 R;$$

$$v = \left(\frac{R}{p}\right) \Omega p = \Omega R.$$

Le courant superficiel rotorique est soumis dans le modèle à la même force électromagnétique tangentielle que celle qui s'applique au courant superficiel dans les limites d'un période dans la machine elle-même, c'est-à-dire la force N/p égale à $1/p$ de la force tangentielle totale (v. plus haut)

$$N = l_\delta \int_0^{2\pi} dN.$$

Le couple moteur électromagnétique dans le modèle est p^2 plus petit parce qu'il est égal au produit de la force tangentielle dans le modèle N/p par le rayon de la surface extérieure de son rotor R/p:

$$\left(\frac{N}{p}\right)\left(\frac{R}{p}\right) = \frac{NR}{p^2} = \frac{M}{p^2}.$$

Néanmoins, les puissances fournies au rotor dans le modèle ne diffèrent pas des puissances correspondantes mises en jeu pendant une période dans la machine elle-même. On peut s'en assurer en appliquant au modèle les relations (30-8):

$$(\Omega_1 p)\left(\frac{M}{p^2}\right) = \frac{\Omega_1 M}{p} = \frac{P_{\text{ém}}}{p};$$

$$(\Omega_2 p)\left(\frac{M}{p^2}\right) = \frac{\Omega_2 M}{p} = \frac{P_{\text{él}}}{p};$$

$$(\Omega p)\left(\frac{M}{p^2}\right) = \frac{\Omega M}{p} = \frac{P_{\text{méc}}}{p}.$$

Les mêmes relations entre les puissances peuvent être obtenues si l'on tient compte du fait qu'en des points correspondants des périodes des champs dans la machine et dans son modèle (c'est-à-dire en des points situés sous des angles γ et $\alpha = p\gamma$) s'observent mêmes inductions B_r, mêmes densités linéaires de courant superficiel A et mêmes vitesses linéaires de déplacement du champ et des éléments du rotor v_1, v_2 et v pour lesquelles les densités des puissances $P_{\text{ém}}$, $P_{\text{él}}$, $P_{\text{méc}}$ caractérisées par les composantes radiales des vecteurs de Poynting et d'Oumov (30-3) à (30-5) sont elles aussi identiques.

Ainsi, le modèle est commode non seulement pour le calcul des champs dans l'entrefer, des f.m.m., des f.é.m. des flux embrassés, des courants et pour la

construction des diagrammes spatio-temporels correspondants dans lesquels ces grandeurs sont représentées par des complexes temporels ou spatio-temporels, mais aussi pour l'analyse des flux de puissances. Au cours de cette analyse il faut certes ne pas perdre de vue que dans le modèle les puissances sont p fois plus petites. C'est pourquoi, en ce qui concerne la transformation de l'énergie, une machine à p périodes peut être remplacée par un système de p modèles

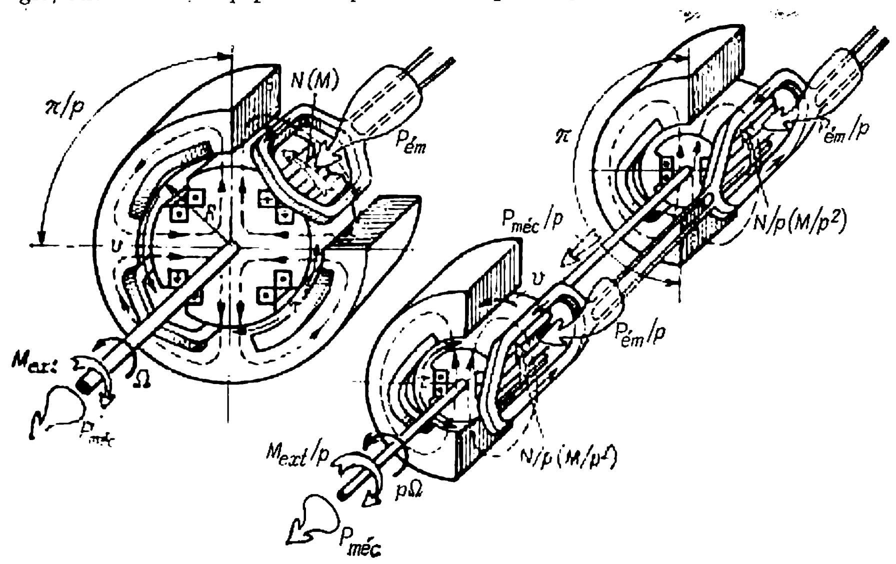


Fig. 30-3. Machine électrique et système équivalent de p modèles bipolaires.

ayant un arbre commun, branchés aux mêmes réseaux électriques et tournant avec une vitesse p fois plus grande [1]).

Il est clair qu'un tel système de modèles transformera les mêmes puissances que la machine réelle. Une machine à plusieurs périodes ayant $p = 2$ et son système équivalent constitué de $p = 2$ modèles sont représentés par la figure 30-3. Dans cette figure, le système de modèles est équivalent à une machine synchrone (v. cinquième partie) dans laquelle l'enroulement rotorique est alimenté avec un courant continu ($\omega_2 = 0$) et la vitesse angulaire Ω_1 du champ est égale à la vitesse angulaire Ω du rotor. De ce fait, toute la puissance électromagnétique $P_{\text{ém}} = \Omega_1 M$ transmise au rotor se transforme en puissance mécanique $P_{\text{méc}} = \Omega M$, alors que la puissance électrique $P_{\text{él}}$ fournie à l'enroulement rotorique est nulle:

$$P_{\text{él}} = \Omega_2 M = 0.$$

Les sens des flux de puissances, des forces électromagnétiques et des couples moteurs indiqués sur la figure correspondent au fonctionnement de la machine en moteur (le couple moteur extérieur (résistant) exercé sur l'arbre du moteur est désigné par M_{ext}).

---

[1]) Au lieu de l'ensemble de p modèles dont les armatures magnétiques ont la même longueur l que la machine elle-même, on peut utiliser un seul modèle bipolaire de longueur p fois plus grande.

CHAPITRE 31

PERTES DE TRANSFORMATION DE L'ÉNERGIE. RENDEMENT

§ 31-1. Remarques préliminaires

Comme il a été montré dans le chap. 21, la transformation de l'énergie électrique $P_{él}$ en énergie mécanique $P_{méc}$ ou la transformation inverse ne peut s'effectuer dans les machines électriques tournantes que si sont réalisées les conditions nécessaires suivantes:

a) une rotation continue du rotor de la machine par l'arbre de laquelle est transmise l'énergie mécanique;

b) la circulation dans les enroulements de la machine des courants dont les pulsations sont liées d'une façon bien déterminée entre elles et à la vitesse angulaire du rotor;

c) une variation périodique des flux magnétiques embrassés par des enroulements assurant la transformation de l'énergie.

Par conséquent, une fraction de l'énergie sera dissipée dans la machine sous la forme des pertes d'énergie par frottement des parties tournantes appelées *pertes mécaniques*, des pertes d'énergie dues à la circulation des courants dans les enroulements appelées *pertes électriques* et des pertes provoquées par la variation périodique du flux dans les armatures magnétiques appelées *pertes magnétiques*.

On convient de caractériser toutes les formes de pertes d'énergie par l'énergie thermique qui se dégage par unité de temps ou encore par la puissance de pertes d'énergie ΣP. Dans ce qui suit, la *puissance de pertes d'énergie* sera appelée tout court *pertes*.

En partant du principe de la conservation de l'énergie, on peut conclure que la puissance utile transformée dans la machine est inférieure à la puissance fournie à la machine pour la transformation, la différence étant égale aux pertes de puissance.

Le *rendement* η d'une machine assurant la transformation électromécanique de l'énergie est défini par le rapport de la puissance utile transformée dans la machine à la puissance absorbée par la machine; le rendement est égal à:

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{él}}{P_{méc}} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_{él}+\Sigma P} \quad \text{pour un générateur;} \\ \eta &= \frac{P_{méc}}{P_{él}} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_{méc}+\Sigma P} \quad \text{pour un moteur.} \end{aligned}\right\} \qquad (31\text{-}1)$$

Le rendement est toujours inférieur à l'unité ($\eta < 1$) et il est d'autant plus voisin de l'unité que le rapport des pertes à la puissance utile transformée dans la machine est plus faible. Pour éviter un échauffement excessif de la machine, les pertes qui s'y dégagent sous forme calorifique doivent être évacuées vers l'extérieur à l'aide d'un système de refroidissement dans lequel circule un fluide refroidisseur, un gaz (le plus souvent l'air) ou un liquide.

§ 31-2. Pertes électriques

Pour réduire les pertes électriques, les conducteurs des bobinages doivent avoir une résistivité ρ_t aussi faible que possible. Le matériau le plus indiqué pour les conducteurs des enroulements est le fil de cuivre doux à faible teneur d'impuretés, de section circulaire ou rectangulaire. L'emploi de l'aluminium dont la résistivité est plus grande que celle du cuivre est encore limité mais va en croissant.

Dans le cas où les conducteurs des enroulements sont parcourus par des courants alternatifs, il faut tenir compte du fait que par suite de l'effet pelliculaire dû aux champs de fuites les densités de courants sont réparties inégalement suivant la section du conducteur. La répartition inégale du courant alternatif est liée à la réactance inégale des divers éléments du conducteur. Pour les conducteurs logés dans les encoches des armatures magnétiques des machines électriques cette inégalité est notablement plus marquée que pour les conducteurs placés dans un milieu non magnétique par exemple dans l'air. Ainsi, c'est seulement dans le cas des courants continus ou des courants alternatifs de très faible fréquence que les pertes dans les bobinages peuvent être calculées d'après la résistance ohmique R_{ohm} qui correspond à une répartition uniforme du courant suivant la section du conducteur

$$R_{\text{ohm}} = \rho_t \frac{2wl_{\text{moy}}}{Sa}, \tag{31-2}$$

où $2wl_{\text{moy}}$ est la longueur des conducteurs connectés en série de l'enroulement (ou d'une phase de l'enroulement);

l_{moy}, la longueur moyenne d'une demi-spire;

$S = (a_{\text{élém}} b_{\text{élém}})\, c_a c_b$, l'aire de la section droite d'un conducteur effectif;

$a_{\text{élém}}$, $b_{\text{élém}}$, les dimensions d'un conducteur élémentaire rectangulaire respectivement suivant la hauteur et la largeur de l'encoche (fig. 31-1);

c_a, c_b, le nombre de conducteurs élémentaires respectivement suivant la hauteur et la largeur de l'encoche;

a, le nombre de voies d'enroulement;

$\rho_t = \rho_{20}[1 + \alpha(t - 20°)]$, la résistivité du conducteur à la température de fonctionnement de calcul t;

$\alpha = 0{,}004$ °C^{-1}, le coefficient de température de résistance pour le cuivre ou l'aluminium.

Dans le cas des courants alternatifs on est amené à calculer les pertes d'après la résistance effective de l'enroulement $R = k_R R_{\text{ohm}}$ obtenue compte tenu de la répartition inégale du courant suivant la section du conducteur.

L'irrégularité de répartition des courants alternatifs suivant les sections des conducteurs logés dans une encoche de l'armature magné-

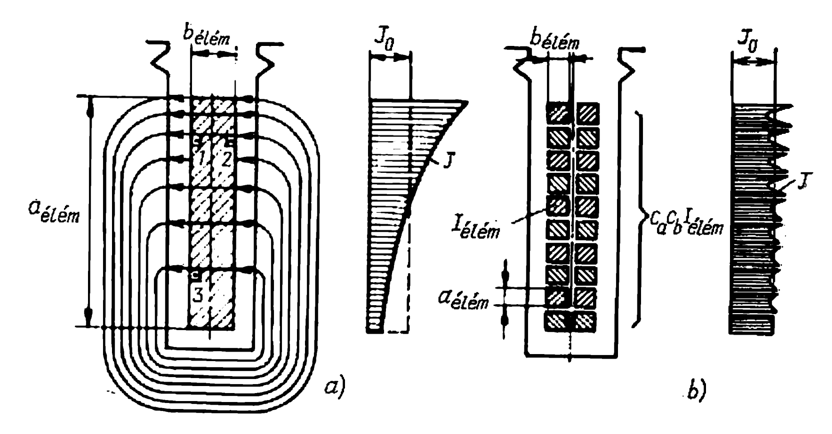


Fig. 31-1. Répartition de la densité (J) d'un courant alternatif suivant la section d'un conducteur effectif:

a) conducteur effectif massif, $c_a = c_b = 1$, $u_e = 1$; b) conducteur effectif divisé en conducteurs élémentaires transposés suivant la hauteur de l'encoche, $c_a = 10$, $c_b = 2$, $u_e = 1$.

tique dépend de l'intensité du champ de fuites dans l'encoche. Comme les lignes de ce champ sont perpendiculaires à l'axe de l'encoche et, dans une encoche de forme rectangulaire, sont très voisines des droites (fig. 31-1), le flux de champ de fuites encercle également tous les éléments du conducteur situés à un même niveau suivant la hauteur de l'encoche (par exemple, les éléments *1* et *2*). Par conséquent les réactances que présentent ces éléments sont elles aussi identiques.

Par contre, les réactances des éléments du conducteur qui occupent une position différente suivant la hauteur de l'encoche sont différentes. Comme on le voit sur la figure 31-1, *a* dans laquelle l'encoche ne renferme qu'un seul conducteur, la réactance (ou le flux embrassé) de l'élément *1* du conducteur situé plus près de l'entrefer est inférieure à celle de l'élément *3* situé plus près du fond de l'encoche. On s'explique ainsi que la répartition du courant suivant la largeur du conducteur est presque uniforme et que l'irrégularité ne

se manifeste que suivant la hauteur de la section. Dans le cas où l'encoche ne renferme qu'un seul conducteur, la plus grande densité de courant s'observe dans les éléments du conducteur situés plus près de l'entrefer (v. courbe de répartition de la densité de courant sur la figure 31-1, *a*). La densité de courant dans cette partie de la section du conducteur peut dépasser considérablement la densité moyenne de courant dans le conducteur

$$J_0 = \frac{I}{S} = \frac{I}{a_{\text{élém}} b_{\text{élém}}}.$$

La partie de la section se trouvant près du fond de l'encoche n'est parcourue que par une portion insignifiante du courant total. Il en résulte une réduction de la section utile de passage du courant et donc un accroissement de la résistance effective du conducteur.

De ce qui précède nous pouvons conclure que le coefficient $k_R = R/R_{\text{ohm}}$ appelé *coefficient de majoration de la résistance de l'enroulement* par suite de l'effet pelliculaire (ou coefficient de Field) ne dépend que de la hauteur et du nombre de conducteurs effectifs massifs (non divisés) suivant la hauteur de l'encoche et est indépendant de leur largeur.

Le problème de la détermination de la résistance effective et de la réactance d'un enroulement logé dans les encoches de forme rectangulaire est résolu dans les travaux de A. Field, F. Emde, I. Summers et, sous la forme la plus générale, dans le travail de T. G. Soroker.

1. **Conducteurs effectifs massifs** ($c_a = 1$, $u_e = n$). Une encoche contenant de tels conducteurs ($u_e = m_{\text{élém}} = 1$; $c_b = 1$) est représentée par la figure 31-1, *a*. Le conducteur effectif est constitué d'un seul conducteur élémentaire suivant la hauteur de l'encoche ($c_a = 1$). La hauteur du conducteur effectif est celle du conducteur élémentaire $a_{\text{élém}}$; le nombre de conducteurs effectifs suivant la hauteur de l'encoche u_e est égal à celui de conducteurs élémentaires suivant la hauteur de l'encoche $m_{\text{élém}}$ ($u_e = m_{\text{élém}}$). Le nombre c_b de conducteurs élémentaires suivant la largeur de l'encoche peut être arbitraire, la largeur totale des conducteurs élémentaires dans l'encoche $b_1 = c_b b_{\text{élém}}$ (une chose importante est que le conducteur effectif n'est pas divisé en conducteurs élémentaires distincts suivant la hauteur de l'encoche). La manifestation de l'effet pelliculaire dans les conducteurs effectifs dépend dans ce cas de la hauteur réduite du conducteur élémentaire

$$\xi = a_{\text{élém}}/\Delta, \tag{31-3}$$

qui est égale au rapport de la hauteur $a_{\text{élém}}$ du conducteur élémentaire à la profondeur de pénétration de l'onde électromagnétique dans le conducteur:

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\rho_t b_e}{\omega \mu_0 b_1}}, \tag{31-4}$$

où b_e est la largeur de l'encoche;
$b_1 = c_b b_{\text{élém}}$, la largeur des conducteurs dans l'encoche;
$\omega = 2\pi f$, la pulsation du courant;
μ_0, la perméabilité magnétique du matériau du conducteur (cuivre ou aluminium) égale à la perméabilité du vide.

Le coefficient k_R (sous l'hypothèse que l'effet pelliculaire se manifeste seulement dans la partie active de la demi-spire située dans l'encoche, c'est-à-dire sur la longueur l_δ et ne se manifeste pas dans la partie frontale de la spire, sur la longueur $l_{\text{moy}} - l_\delta$)

$$k_R = 1 + \frac{l_\delta}{l_{\text{moy}}}(k_{Ra} - 1), \qquad (31\text{-}5)$$

où

$$k_{Ra} = \varphi(\xi) + \frac{1}{3}\psi(\xi)\,[k'_\beta m^2_{\text{élém}} - 1]\,; \qquad (31\text{-}6)$$

$\varphi(\xi)$; $\psi(\xi)$ étant les fonctions d'Emde d'après la figure 31-2 (pour $\xi \leqslant 1$ $\varphi(\xi) = 1 + \frac{4}{45}\xi^4$, $\psi(\xi) = \frac{1}{3}\xi^4$; pour $\xi > 2$ $\varphi(\xi) = \xi$, $\psi(\xi) = 2\xi$); $k'_\beta = \frac{9\beta + 7}{16}$ est le coefficient tenant compte du raccourcissement du pas ($\beta = y_b/\tau$) pour des enroulements à deux couches (pour des enroulements à une seule couche $k'_\beta = 1$).

On voit que le coefficient k_R (et donc les pertes dans l'enroulement) augmente quand la hauteur réduite du conducteur $\xi = a_{\text{élém}}/\Delta$ et le nombre de conducteurs effectifs dans l'encoche $u_e = m_{\text{élém}}$ augmentent.

Pour réduire les pertes dues au passage des courants alternatifs dans les conducteurs effectifs (dans les cas où les pertes dans un conducteur massif ($c_a = 1$) deviennent inadmissibles) *on a recours à la division du conducteur effectif en plusieurs conducteurs élémentaires* (*suivant la hauteur de l'encoche*) *avec transposition de ces conducteurs dans l'encoche* (v. plus loin n. 2) *ou dans la partie frontale du conducteur effectif* [1]) (v. plus loin n. 3).

2. Conducteurs effectifs divisés avec transposition des conducteurs élémentaires dans l'encoche. La vue en coupe d'une encoche renfermant un conducteur effectif divisé en conducteurs élémentaires transposés dans l'encoche est montrée sur la figure 31-1, *b*. Chaque spire de conducteur effectif est constituée de deux barres soudées par les têtes avec transposition complète des conducteurs élémentaires sur la longueur de l'encoche. La constitution d'une telle barre est visible sur la figure 31-3. Du fait que chacun des conducteurs élémentaires passe, suivant la hauteur de la barre, d'une couche dans une autre en occupant ainsi toutes les positions possibles dans la barre, les réactances des conducteurs élémentaires constitutifs du

[1]) La division en conducteurs élémentaires sans transposition ne permet d'obtenir aucune réduction des pertes.

conducteur effectif sont identiques et le courant traversant le conducteur effectif se répartit également entre tous les conducteurs élémentaires:

$$I_{\text{élém}} = I/c_a c_b.$$

La répartition inégale de courant ne se manifeste que dans les limites d'un conducteur élémentaire donné (v. courbe de répartition de la densité de courant J suivant la section des conducteurs élémentaires). Cette irrégularité est plus marquée dans les sections des conducteurs élémentaires situés dans le champ de fuites plus intense

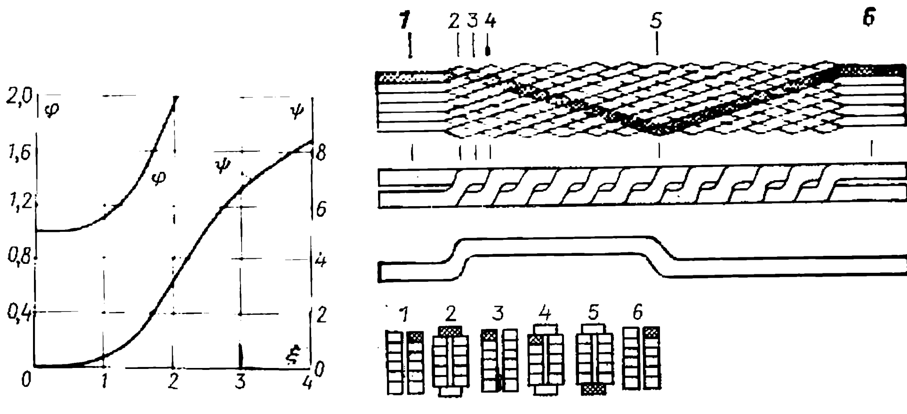


Fig. 31-2. Fonctions d'Emde.

Fig. 31-3. Barre constituée par des conducteurs élémentaires transposés dans l'encoche.

(c'est-à-dire plus près de l'entrefer). Pourtant, même dans ces sections des conducteurs élémentaires, l'irrégularité de répartition de courant est considérablement moins grande que dans un conducteur massif (cf. fig. 31-1, *a* et *b*). La densité de courant J sur la périphérie d'un conducteur élémentaire diffère relativement peu de la densité moyenne de courant

$$J_0 = I_{\text{élém}}/a_{\text{élém}} b_{\text{élém}},$$

si bien que les pertes dans un conducteur effectif transposé sont nettement plus faibles que dans un conducteur massif de même section. Le coefficient k_R peut être calculé dans ce cas au moyen des relations (31-3) à (31-6), le nombre de conducteurs élémentaires suivant la hauteur de l'encoche étant égal à $m_{\text{élém}} = u_e c_a$, où u_e est le nombre de conducteurs effectifs transposés suivant la hauteur de l'encoche (généralement $u_e = 2$).

3. Conducteurs effectifs divisés avec transposition des conducteurs élémentaires dans la partie frontale. Dans ce cas les conducteurs élémentaires sont transposés dans la tête de bobine par croisement d'une partie de conducteurs effectifs. La figure 31-4 montre une

bobine à deux spires dont le conducteur effectif est divisé en deux conducteurs élémentaires ($c_a = 2$, $u_e = 2$). Les conducteurs élémentaires constituant le conducteur effectif sont électriquement liés (soudés) l'un à l'autre à l'entrée et à la sortie de la bobine. Dans les limites de la bobine, ils sont isolés l'un de l'autre. La

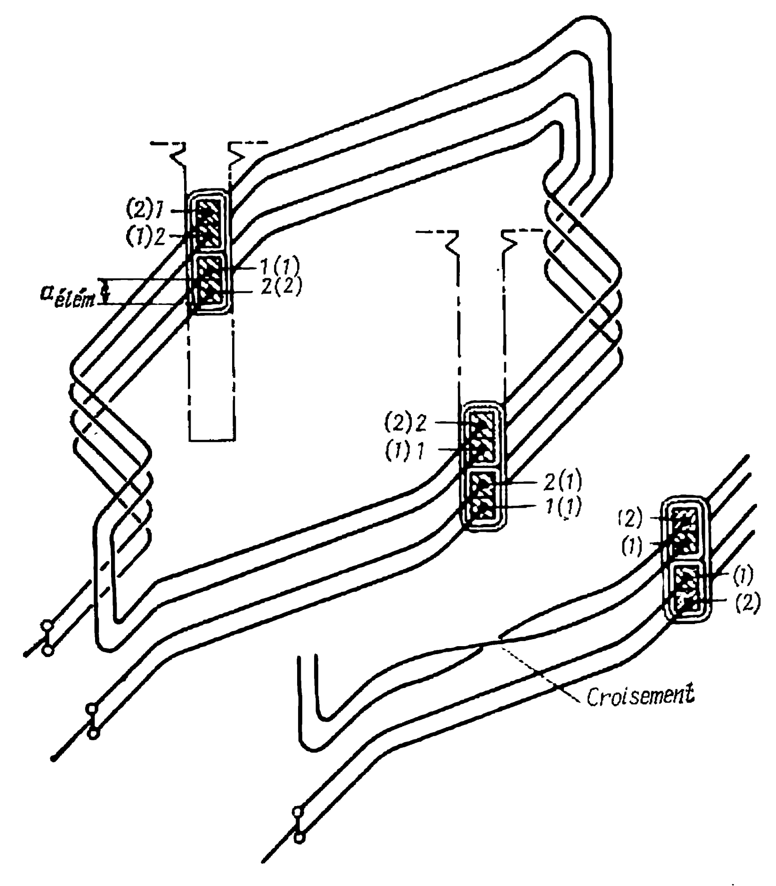


Fig. 31-4. Position des conducteurs élémentaires dans les conducteurs effectifs de la bobine:

Le dessin au-dessous du dessin principal représente un fragment de la partie frontale de la bobine avec croisement du conducteur effectif. Les chiffres entre parenthèses indiquent les numéros des conducteurs élémentaires dans la bobine avec croisement après chaque spire.

réactance des conducteurs élémentaires distincts (par exemple *1* ou *2*) dépend de la position occupée par ces conducteurs suivant la hauteur des encoches dans lesquelles est logée la bobine. Dans une bobine sans « croisement » représentée en totalité et dans une bobine avec « croisement » du conducteur effectif de 180° après chaque spire, dont la partie frontale est montrée au-dessous de la

figure principale, les combinaisons de positions des conducteurs élémentaires dans les encoches sont différentes.

Dans la bobine avec « croisement », les réactances des divers conducteurs élémentaires diffèrent l'une de l'autre ou peu moins que dans la bobine sans « croisement » et de plus la répartition des courants entre les divers conducteurs élémentaires est plus uniforme. Le coefficient k_R est calculé pour un tel enroulement par la formule

$$k_R = \varphi(\xi_{eff}) + \frac{1}{2} L \psi(\xi_{eff}) + L_S \frac{\xi^4}{6c_a^2} \left(\frac{l_{moy}}{l_\delta}\right) \left(\frac{a_{eff}}{a_i}\right)^2, \quad (31\text{-}7)$$

dans laquelle $\xi_{eff} = c_a \xi \sqrt{\frac{a_i l_\delta}{a_{ni} l_{moy}}}$ est la hauteur réduite du conducteur effectif;

$\varphi(\xi_{eff})$, $\psi(\xi_{eff})$ sont les fonctions d'Emde pour ξ_{eff} d'après la figure 31-3;

a_{ni}, a_i, les hauteurs des conducteurs élémentaires respectivement non isolé et isolé;

L et L_S, des coefficients indiqués dans le tableau ci-dessous suivant le mode de transposition.

Coefficients L et L_S

Type de bobine	L	L_S
Sans « croisement »	$\frac{1}{2}\left(\frac{u_e^2}{4} - 1\right)$	$\frac{u_e}{6}\left(4k'_\beta - \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{6}$
Avec « croisement » après chaque spire	0	$\frac{2}{3}(u_e^2 k'_\beta - 1)$

§ 31-3. Pertes magnétiques

Les pertes magnétiques se produisent dans les armatures magnétiques des machines électriques par suite de la variation périodique dans le temps du champ magnétique.

Pour réduire ces pertes on a recours, dans ce cas aussi, à la division de l'armature magnétique en armatures élémentaires isolées électriquement les unes des autres. La section effective requise de l'armature est obtenue par la somme des sections des armatures élémentaires (tôles magnétiques d'épaisseur déterminée). L'épaisseur des tôles et le matériau dont elles sont faites sont choisis en fonction de la fréquence de renversement du flux magnétique qui les traverse. Comme nous l'avons vu au § 21-2, les fréquences de renversement des flux dans le stator et le rotor, qui coïncident avec les fréquences des

courants circulant dans les enroulements correspondants, sont dans le cas général différentes ($\omega_1 \neq \omega_2$) [1]. Dans les machines asynchrones, le rapport des pulsations des courants dépend de la vitesse de rotation et l'épaisseur des tôles des armatures magnétiques doit être choisie pour la vitesse de rotation nominale. Pour assurer une répartition uniforme du flux magnétique suivant la section des tôles et obtenir des pertes magnétiques acceptables, on est amené à utiliser, lorsque la fréquence augmente, des tôles plus minces faites en aciers alliés spéciaux. Les armatures magnétiques dont la fréquence de variation du flux est de l'ordre de 50 Hz, les stators des machines synchrones et asynchrones par exemple, sont constituées par un empilage de tôles de faible épaisseur, généralement de 0,5 mm, en aciers magnétiques doux laminés à chaud de marques 1211, 1311, 1312, 1411, 1412, 1511, 1512 (d'après la Norme GOST 21427.3-75). Actuellement, ces aciers sont progressivement remplacés par des aciers isotropes laminés à froid (GOST 21427.2-75) de marques 2211, 2312, 2411 de 0,5 mm d'épaisseur, ainsi que par l'acier non allié à pertes spécifiques réduites de marque 2013. Pour les pièces polaires des grosses machines électriques on utilise des aciers anisotropes laminés à froid dont les propriétés (pertes spécifiques et perméabilité) dans le sens du laminage sont encore plus favorables (ce sont des tôles d'acier de marques 3411, 3412, 3413 de 0,5 mm d'épaisseur). A des fréquences plus élevées (de l'ordre de 400 à 1000 Hz), on utilise des aciers magnétiques spéciaux fortement alliés de marque 1521 et d'autres aciers spéciaux en tôles d'épaisseur de 0,35; 0,2; 0,1; 0,05 mm. Les armatures magnétiques dont la fréquence de variation du flux est faible (par exemple dans les rotors des machines asynchrones où elle n'est égale qu'à quelques hertz ou même fractions de hertz) ou nulle (dans les rotors des machines synchrones où le champ magnétique est constant en grandeur et en sens) peuvent être constituées par un empilage de tôles d'acier de construction ordinaire. L'épaisseur des tôles pour de tels circuits magnétiques est choisie compte tenu des considérations d'ordre technologique (par exemple, des conditions d'estampage) et peut constituer 1,0; 1,5; 2,0; 4,0; 6,0 mm et plus.

Assez souvent et surtout pour des rotors mécaniquement contraints, on utilise des armatures magnétiques massives forgées d'une seule pièce d'acier ou coulées en acier (parfois en fonte). Des renseignements plus détaillés sur les propriétés des aciers magnétiques et des aciers de construction sont donnés dans [13, section 7].

---

[1]) On a ici en vue une machine à courant alternatif sous sa forme constructive la plus typique dans laquelle l'un des enroulements est logé dans les encoches de l'armature magnétique du stator et l'autre dans les encoches de l'armature magnétique du rotor. Si les enroulements sont placés dans les encoches d'une seule et même armature magnétique, celle-ci est le siège de deux champs magnétiques à la fois dont les pulsations ω_1 et ω_2 sont différentes.

a) Particularités de la magnétisation des diverses parties de l'armature magnétique des machines électriques

La figure 31-5 montre le champ magnétique tournant d'une machine engendré par les courants parcourant un enroulement triphasé. En comparant les spectres magnétiques correspondant à deux instants consécutifs séparés par un quart de période, on peut constater que le champ dans les diverses parties varie de façon différente. Dans les dents (au point *I*, par exemple) les lignes du champ sont toujours dirigées dans le sens radial et le champ ne varie périodiquement qu'en grandeur (de même que dans un transformateur). Une telle

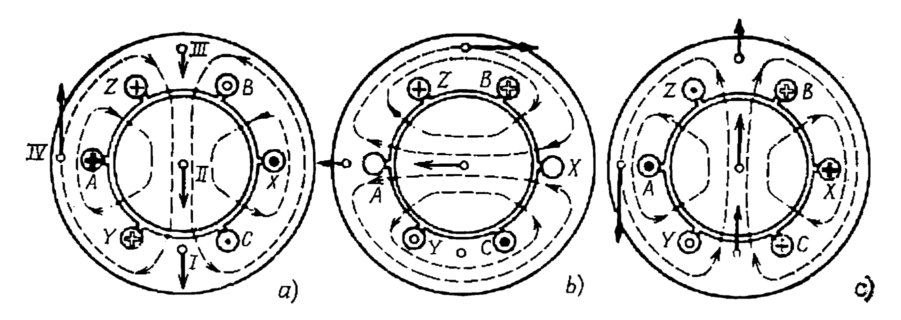


Fig. 31-5. Champ magnétique dans les dents et les culasses des armatures magnétiques d'une machine électrique triphasée:
a) $t = 0$; *b*) $t = T/4$; *c*) $t = T/2$.

variation du champ est appelée *magnétisation pulsatoire*. Le vecteur induction d'amplitude B_{1m} d'un champ soumis à une magnétisation pulsatoire est montré à des instants *0*, *1*, *2*, . . ., *8* séparés par des intervalles de temps égaux à $T/8$ sur la figure 31-6, *a*.

Il n'en est plus de même pour la variation du champ magnétique dans la culasse de l'armature intérieure. Dans cette culasse (au point *II* de la figure 31-5, par exemple) le champ garde sa valeur constante et ne varie qu'en direction. Le vecteur induction d'un tel champ magnétique tourne avec une vitesse angulaire $\omega = 2\pi f$ par rapport à la culasse tout en conservant sa valeur ce qui permet de donner à ce type de variation du champ le nom de *magnétisation rotationnelle* [1]).

La variation du vecteur induction dans le cas de la magnétisation rotationnelle est montrée sur la figure 31-6, *b*. Le vecteur induction $\boldsymbol{B}$ peut être représenté dans ce cas par la somme de deux composantes pulsatoires dont les amplitudes $B_{1m} = B_{2m}$ sont égales au module du vecteur tournant $|\boldsymbol{B}|$. A cet effet, il suffit de décaler les axes des vecteurs d'un angle $\pi/2$ et d'introduire un retard dans le

[1]) La magnétisation rotationnelle ne s'observe dans la culasse de l'armature intérieure que dans le cas du champ à une seule période ($p = 1$). Lorsque la culasse est le siège d'un champ à plusieurs périodes ($p > 1$), elle est soumise à une magnétisation elliptique (v. plus loin).

temps égal à un quart de période (ou à l'angle $\pi/2$) de l'un par rapport à l'autre (quand l'un des vecteurs pulsatoires atteint son maximum, l'autre s'annule).

Dans la culasse extérieure, l'induction du champ présente tant une composante radiale qu'une composante tangentielle qui varient de façon telle qu'en des points ou, à l'instant donné, la composante tangentielle passe par son maximum (par exemple au point IV de la figure 31-5, a où $B_\gamma = B_{1m}$), la composante radiale s'annule ($B_r = 0$). Au contraire, en des points où la composante radiale est, à l'instant donné, maximale (par exemple au point III de la figure 31-5, a, où $B_r = B_{2m}$), la composante tangentielle est nulle ($B_\gamma = 0$). Au bout d'un quart de période (v. fig. 31-5, b), c'est la composante radiale qui devient maximale au point IV ($B_r = B_{2m}$), alors que la composante tangentielle s'annule ($B_\gamma = 0$). C'est le contraire qui a lieu au point III ($B_\gamma = B_{1m}$, $B_r = 0$).

Le rapport des amplitudes des composantes radiale et tangentielle du champ (B_{1m} et B_{2m}) est différent aux divers points de la culasse extérieure. Les amplitudes des deux composantes sont maximales ($B_{1m} = B_{1\max}$ et $B_{2m} = B_{2\max}$) sur le rayon intérieur de la culasse. Au fur et à mesure que le rayon augmente, les amplitudes des deux composantes diminuent, mais si l'amplitude de la composante tangentielle B_{1m} ne diminue que très peu, celle de la composante radiale s'annule sur le rayon extérieur de la culasse ($B_{2m} = 0$ si l'on suppose que le champ est confiné dans la culasse). Ainsi, sur le rayon extérieur de la culasse où l'induction ne comporte qu'une seule composante variable dans le temps, la composante tangentielle d'amplitude B_{1m}, la *magnétisation* est *pulsatoire*. Sur le rayon intérieur de la culasse où l'induction présente deux composantes pulsatoires d'amplitude différente et décalées dans le temps et dans l'espace de l'angle $\pi/2$, la magnétisation est *elliptique*. Lors de la magnétisation elliptique le vecteur induction non seulement tourne avec une vitesse dont la valeur moyenne est égale à $\omega = 2\pi f$, mais varie en grandeur de B_{1m} à B_{2m}. Comme le montre la figure 31-6, c, l'extrémité du vecteur décrit lors d'une telle magnétisation une ellipse.

Le vecteur induction du champ soumis à une magnétisation elliptique peut être représenté par la somme de deux vecteurs pulsatoires

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{q}_x B_{1m} \cos \omega t + \boldsymbol{q}_y B_{2m} \sin \omega t, \qquad (31\text{-}8)$$

où B_{1m} est l'amplitude du vecteur variant suivant l'axe des x;
B_{2m}, l'amplitude du vecteur variant suivant l'axe des y.

Comme il a été dit plus haut, dans le cas général (pour $B_{1m} \neq B_{2m}$) le lieu géométrique du vecteur $\boldsymbol{B}$ est une ellipse (l'équation (31-8) dans laquelle le temps t est un paramètre, représente sous forme vectorielle une ellipse). Dans un cas particulier de la magnétisation rotationnelle où $B_{1m} = B_{2m}$, le lieu géométrique du vecteur $\boldsymbol{B}$ est une circonférence. Vu cette forme de l'orbite décrite par l'extrémité du vecteur, la magnétisation considérée est dite aussi *circulaire*.

Dans un autre cas particulier de la magnétisation pulsatoire, où $B_{2m} = 0$ (ou $B_{1m} = 0$), le lieu géométrique du vecteur dégénère en ligne droite confondue avec l'axe des x (ou avec l'axe des y).

La magnétisation elliptique est aussi dite parfois mixte parce qu'elle peut être représentée par la superposition d'une magnétisa-

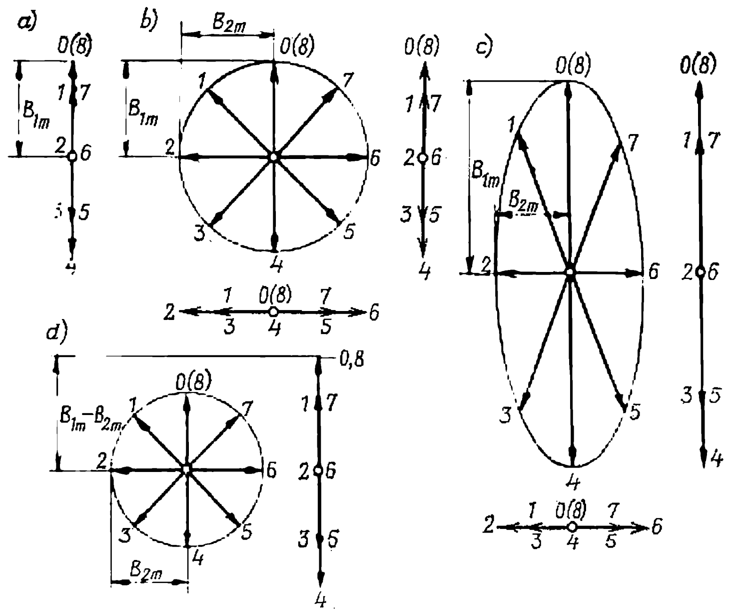


Fig. 31-6. Variation du vecteur induction pour différentes magnétisations alternatives:

a) vecteur induction lors de la magnétisation pulsatoire; b) vecteur induction lors de la magnétisation rotationnelle et sa représentation par la somme de deux vecteurs pulsatoires; c) vecteur induction lors de la magnétisation mixte ou elliptique et sa représentation par la somme de deux vecteurs pulsatoires; d) représentation du vecteur induction lors de la magnétisation mixte ou elliptique par la somme d'un vecteur tournant et d'un vecteur pulsatoire.

tion rotationnelle et d'une magnétisation pulsatoire. En récrivant (31-8) sous la forme

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{q}_x (B_{1m} - B_{2m}) \cos \omega t + [\boldsymbol{q}_x B_{2m} \cos \omega t + \boldsymbol{q}_y B_{2m} \sin \omega t],$$

on peut remarquer que le vecteur induction est la composition d'un vecteur tournant de module B_{2m} et d'un vecteur pulsatoire d'amplitude $(B_{1m} - B_{2m})$. C'est de cette façon que le champ est représenté sur la figure 31-6, *d*.

b) Pertes magnétiques dans le cas des magnétisations pulsatoire et rotationnelle

Les pertes dans le cas de la magnétisation pulsatoire ont été examinées lors de l'étude des transformateurs (§ 2-7). Les pertes lors de la magnétisation rotationnelle diffèrent de celles qui se produisent lors de la magnétisation pulsatoire. Les pertes par hystérésis qui se

produisent lors des magnétisations rotationnelle et pulsatoire sont comparées dans la figure 31-7. Ces pertes sont données en fonction du module du vecteur induction pour la magnétisation rotationnelle et en fonction de l'amplitude de l'induction pour la magnétisation pulsatoire.

Pour des inductions $B < 0,7$ T, lorsque l'acier est peu saturé (la perméabilité magnétique est presque constante), la magnétisation rotationnelle peut être considérée comme résultat de la superposition de deux phénomènes indépendants: des magnétisations pulsatoires suivant deux axes perpendiculaires entre eux. Dans cette gamme d'induction, les pertes par hystérésis dans la magnétisation rotationnelle sont à peu près deux fois plus grandes que dans la magnétisation pulsatoire. Lorsqu'on augmente l'induction, l'acier devient fortement saturé, le phénomène de magnétisation variable devient non linéaire et le principe de superposition ne peut plus être appliqué.

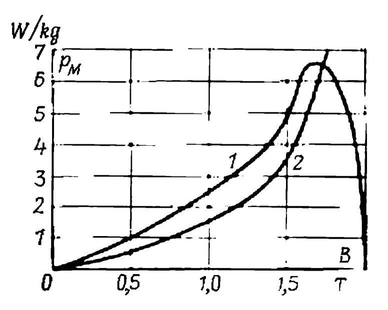


Fig. 31-7. Comparaison des pertes par hystérésis lors des magnétisations rotationnelle (*1*) et pulsatoire (*2*) (pour des tôles d'acier magnétique à 1,91 % Si).

Comme le montre la figure 31-7, la non-linéarité de la fonction $B = f(H)$ pour $B > 0,7$ T se manifeste en ce que le rapport des pertes par hystérésis dans la magnétisation rotationnelle aux pertes dans la magnétisation pulsatoire diminue progressivement et, dans la gamme d'induction de 1,0 à 1,5 T, il vaut 1,65 à 1,45. Pour une induction de 1,7 T environ, les pertes par hystérésis deviennent identiques et lorsque l'induction s'accroît encore, les pertes dues à la magnétisation rotationnelle diminuent brusquement et deviennent nettement inférieures aux pertes dans la magnétisation pulsatoire.

Les pertes par courants de Foucault dépendent uniquement de l'induction dans la tôle d'acier (elles ne sont pas liées à l'intensité de champ). En représentant l'induction du champ dans la magnétisation rotationnelle par la somme de deux composantes pulsatoires, on peut conclure que *les pertes par courants de Foucault sont deux fois plus grandes dans la magnétisation rotationnelle que dans la magnétisation pulsatoire pour une même amplitude de l'induction* (*indépendamment de l'induction*).

c) Pertes magnétiques dans diverses parties de l'armature magnétique

En calculant les pertes magnétiques dans les éléments feuilletés en tôles d'acier magnétique, soumis à un flux variable, on est amené à tenir compte du caractère de la magnétisation alternative (pulsa-

toire ou rotationnelle) de ces éléments, de la majoration des pertes liée à des facteurs technologiques ainsi que des diverses pertes magnétiques supplémentaires.

Pour le calcul des pertes magnétiques dans diverses parties des armatures magnétiques on part des pertes globales (hystérésis + + courants de Foucault) ramenées au kilogramme de tôle d'acier soumise à une magnétisation pulsatoire à la fréquence de 50 Hz pour une induction de 1 T et mesurées expérimentalement à l'aide de l'appareil d'Epstein. Ces pertes sont appelées pertes spécifiques pour une induction de 1 T et désignées par $p_{1,0/50}$ W/kg. Les pertes spécifiques $p_{1,0/50}$ des différentes marques d'acier sont indiquées dans [13].

Pour d'autres valeurs de la fréquence et de l'induction ($B \leqslant \leqslant 1{,}6$ T), les pertes spécifiques sont calculées à l'aide de la formule

$$p_{\text{magn}} = p_{1,0/50} \left(\frac{f}{50}\right)^{1,3} B^2, \qquad (31\text{-}9)$$

si f est comprise entre 40 et 60 Hz et au moyen de la formule qui fait intervenir séparément les pertes par hystérésis proportionnelles à la fréquence et les pertes par courants de Foucault (avec les pertes supplémentaires) proportionnelles au carré de la fréquence, si f varie dans une gamme plus large:

$$p_{\text{magn}} = \varepsilon \frac{f}{50} B^2 + \sigma \left(\frac{f}{50}\right)^2 B^2, \qquad (31\text{-}10)$$

où ε sont les pertes spécifiques par hystérésis pour $B = 1$ T et $f = 50$ Hz, W/kg;

σ, les pertes spécifiques par courants de Foucault pour $B = 1$ T et $f = 50$ Hz, W/kg.

Les pertes spécifiques dans les tôles d'acier magnétique sont à mesurer dans des conditions bien déterminées: une isolation parfaite entre les tôles, un recuit obligatoire après le traitement mécanique (cisaillement ou emboutissage), une induction variant sinusoïdalement. Dans les machines électriques pratiquement réalisées, la technologie de fabrication des armatures magnétiques est moins perfectionnée. Dans la plupart des cas, les tôles d'acier ne sont pas recuites après l'usinage ce qui entraîne une augmentation des pertes hystérétiques; des pressions suffisamment élevées qu'on doit mettre en jeu pour le serrage des armatures magnétiques peuvent déranger partiellement l'isolation entre les tôles. On n'arrive non plus à éliminer complètement des contacts électriques accidentels entre tôles sur la surface de jonction avec le bâti (ou avec l'arbre) ainsi que des contacts à travers les bavures sur les dents des armatures magnétiques. Il se forme à travers ces contacts des circuits fermés additionnels pour les courants de Foucault. L'augmentation des pertes dans les éléments des armatures magnétiques des machines due à l'imper-

fection de la technologie est prise en compte à l'aide de *coefficients technologiques de majoration des pertes.*

En calculant les pertes dans les divers éléments d'une armature magnétique, on doit aussi tenir compte du fait que l'induction du champ soumis à une magnétisation pulsatoire ne varie pas sinusoïdalement (dans les mesures à l'aide de l'appareil d'Epstein l'induction varie sinusoïdalement).

En décomposant l'induction en série de Fourier dont les termes varient harmoniquement dans le temps, on peut voir qu'en plus du premier harmonique de l'induction cette série contient aussi des harmoniques supérieurs. Les pertes dues aux harmoniques supérieurs de l'induction s'ajoutent aux pertes dues au premier harmonique, ce qui permet de leur donner le nom de *pertes magnétiques supplémentaires.* Dans le cas où ces pertes ne sont pas calculées séparément, on en tient compte, dans le calcul des pertes magnétiques, à l'aide de *coefficients de pertes supplémentaires.*

Il convient de remarquer que les pertes magnétiques supplémentaires peuvent se produire aussi dans des armatures magnétiques dont la fréquence des courants dans les enroulements est nulle (les enroulements sont parcourus par un courant continu). Le premier harmonique de l'induction dans de telles armatures (par exemple dans les pièces polaires des machines synchrones) varie à la fréquence nulle et donc les pertes magnétiques principales sont nulles. Au contraire, les pertes magnétiques supplémentaires liées aux harmoniques supérieurs de l'induction, qui varient à des fréquences élevées, peuvent prendre une valeur considérable. Cela se produit surtout dans les cas où l'armature magnétique est faite de tôles d'acier de forte épaisseur ou même n'est pas feuilletée du tout (vu que le premier harmonique de l'induction n'est pas variable) alors que l'autre armature magnétique placée de l'autre côté de l'entrefer présente une denture manifeste qui provoque des pulsations considérables de l'induction sur la surface de l'armature magnétique considérée. Pour de telles armatures les pertes magnétiques supplémentaires sont à calculer séparément pour être incluses dans le total des pertes.

d) Pertes magnétiques dans la culasse d'une armature magnétique

Le calcul de ces pertes doit tenir compte du fait que la magnétisation alternative est différente aux divers points de la culasse: elle est elliptique sur la frontière avec la couche de dents et pulsatoire sur la périphérie. Le coefficient total de majoration des pertes tenant compte de l'imperfection de la technologie est pris, pour la culasse, égal à $k_{\text{sup. }a} = 1{,}3$ à $1{,}6$. Les pertes dans la culasse sont calculées par la formule

$$P_{\text{magn.}a} = k_{\text{sup.}a} p_{\text{magn.}a} m_a, \qquad (31\text{-}11)$$

où m_a est la masse de l'acier de la culasse;

$p_{magn.a}$ sont les pertes spécifiques dans la culasse calculées d'après (31-9) ou (31-10) pour une induction B_a et une fréquence de renversement du flux f pour le premier harmonique de l'induction;

B_a est l'amplitude de la composante tangentielle de l'induction dans la culasse pour le premier harmonique, déterminée lors du calcul du circuit magnétique de la machine électrique considérée (v. parties 4 et 5).

e) Pertes magnétiques dans les dents d'une armature magnétique

Les dents sont soumises à une magnétisation pulsatoire. On a donc ici à tenir compte seulement de l'augmentation des pertes dues à l'imperfection de la technologie et des pertes supplémentaires liées aux harmoniques supérieurs de l'induction. Les dimensions des dents sont plus petites que celles de la culasse; la zone de dent dans laquelle se fait sentir le mode d'usinage (emboutissage) constitue une partie relativement grande du volume total de la dent. C'est pourquoi le coefficient de majoration des pertes pour des raisons technologiques est plus élevé pour la dent que pour la culasse. L'induction dans la dent contient non seulement le premier harmonique d'amplitude B_Z mais aussi des harmoniques supérieurs dont les amplitudes sont notables. Pour cette raison on prend pour les dents le coefficient de pertes supplémentaires $k_{sup.Z} = 1{,}7$ à $1{,}8$.

Les pertes dans les dents sont calculées par la formule

$$P_{magn.Z} = k_{sup.Z} p_{magn.Z} m_Z, \qquad (31\text{-}12)$$

où m_Z est la masse de l'acier des dents;

$p_{magn.Z}$ sont les pertes spécifiques dans les dents calculées par (31-9) ou (31-10) pour une induction B_Z et une fréquence de renversement du flux f pour le premier harmonique de l'induction;

B_Z est l'amplitude de l'induction dans la section médiane de la dent pour le premier harmonique, déterminée par le calcul du circuit magnétique (v. parties 4 et 5).

Tout comme dans les transformateurs, les pertes magnétiques dans les machines électriques sont déterminées par le champ d'induction mutuelle dont le flux est proportionnel à la tension de la machine et ne dépend presque pas de l'intensité du courant. C'est pourquoi, les pertes magnétiques sont proportionnelles au carré de la tension de la machine comme le montrent les relations (31-9), (31-11), (31-12) et ne varient presque pas en fonction du courant dans les enroulements. Les pertes dues à une magnétisation alternative des armatures magnétiques par les champs de fuites des enroulements sont proportionnelles au carré du courant. Ces pertes sont rangées dans la catégorie de *pertes supplémentaires en charge* dont la valeur croît avec la charge.

§ 31-4. Pertes mécaniques

Elles comportent les pertes par frottement des tourillons dans les paliers, les pertes par frottement des balais sur les collecteurs ou les bagues, les pertes par frottement lors de la rotation du rotor dans le milieu environnant (généralement gazeux, parfois liquide), ainsi que les pertes par ventilation.

Les pertes par frottement dans les paliers dépendent du type de palier (lisse ou à roulement) et de la lubrification. Dans les petites machines, on obtient des pertes acceptables en utilisant des roulements à billes ou à galets lubrifiés avec de la graisse consistante. Dans les grosses machines, on utilise des paliers à friction lubrifiés, pour réduire le frottement, avec des huiles minérales. Toutes choses étant égales par ailleurs, les pertes par frottement dans les paliers croissent avec l'augmentation de la vitesse de rotation, de la masse du rotor et du diamètre du tourillon dans la zone du palier.

Les pertes par frottement du rotor lors de sa rotation dans le milieu ambiant dépendent en premier lieu de la densité et de la viscosité de ce milieu. Les pertes diminuent en même temps que ces grandeurs. Elles sont les plus grandes lorsque le rotor tourne dans un liquide; lors de la rotation dans l'air les pertes deviennent plusieurs fois plus faibles; dans le cas où l'espace intérieur de la machine est rempli d'hydrogène, elles sont près de 10 fois plus petites que dans l'air.

Pour réduire ces pertes on doit donner au rotor une forme extérieure aussi lisse que possible (sans saillies). Pour une puissance et une vitesse de rotation données, ces pertes sont plus grandes dans la machine dont le diamètre relatif du rotor est plus grand (c'est-à-dire le rapport du diamètre du rotor à la longueur de calcul de la machine est plus élevé).

Les pertes par ventilation représentent la puissance consommée par les moteurs d'actionnement des ventilateurs ou des pompes qui assurent la circulation du fluide dans le système de refroidissement. Cette puissance est proportionnelle au débit Q du fluide, c'est-à-dire à sa quantité passant par le système de refroidissement par unité de temps et à la pression H développée par le ventilateur ou par la pompe. Cette puissance est d'autant plus grande que le rendement η_V du ventilateur ou de la pompe est plus petit.

La puissance de pertes par ventilation est déterminée lors du calcul hydraulique ou thermique de la machine (v. partie 3). Elle est d'autant plus faible que le système hydrodynamique de refroidissement est plus perfectionné et le choix du fluide de refroidissement est plus heureux. Sa valeur est plus petite pour les fluides liquides que pour les fluides gazeux (la capacité calorifique des liquides étant plus élevée, leur débit exigé est moins grand).

TROISIÈME PARTIE

CONSTRUCTION DES MACHINES ÉLECTRIQUES ET MÉTHODES DE CALCULS MÉCANIQUES, HYDRAULIQUES ET THERMIQUES DE LEURS ORGANES

CHAPITRE 32

PARTICULARITÉS FONDAMENTALES DE LA CONSTRUCTION DES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 32-1. Classification des organes de machines suivant leur fonction

La transformation électromécanique de l'énergie dans la machine électrique se produit dans l'espace où s'exerce un champ électromagnétique. Les parties de la machine électrique qui concourent directement au phénomène de transformation d'énergie sont dites *actives*. Ce sont les circuits magnétiques, les conducteurs des enroulements, les intervalles entre les armatures magnétiques et les conducteurs des enroulements.

Or, pour que la machine puisse remplir ses fonctions, elle doit comporter encore toute une série de pièces importantes, que nous appellerons pièces constructives parce qu'elles ne participent pas directement à la transformation de l'énergie et leur fonction est uniquement constructive.

Les pièces constructives remplissent dans la machine les fonctions suivantes:

a) donnent aux parties du stator et du rotor une position déterminée dans l'espace et assurent (ou limitent) leurs degrés de liberté nécessaires;

b) transmettent l'énergie électrique du réseau à la zone active de la machine;

c) transmettent l'énergie mécanique de la zone active à l'appareil entraîné;

d) assurent le refroidissement de la machine;

e) isolent électriquement les spires des enroulements entre elles, par rapport aux armatures magnétiques et aux pièces constructives;

f) protègent les parties actives de la machine contre les détériorations par les agents extérieurs (humidité, gaz agressifs, pénétration dans la machine des corps étrangers);

g) assurent la sécurité d'exploitation de la machine en prévenant des contacts accidentels avec des pièces en rotation ou sous tension;

h) rendent possible le montage de la machine au lieu d'installation.

Les pièces caractéristiques du schéma constructif de la machine électrique sont montrées sur la figure 32-1 qui représente une machine synchrone à pôles saillants. Bien que la construction considérée soit parfaitement concrète, la constitution et les fonctions d'un grand nombre de ses organes sont en général caractéristiques de la plupart des machines électriques.

Sur la figure 32-1 on voit les parties actives de la machine: l'enroulement statorique *1*, l'enroulement rotorique *7*, l'armature magnétique du stator *2*, l'armature magnétique du rotor constituée par les noyaux *3* des pôles et la culasse *18*. Dans cette forme constructive, le champ magnétique dans les pièces polaires *3* et dans la culasse *18* du rotor ne varie ni en grandeur ni en direction; ces organes ne sont pas soumis à une magnétisation alternative et peuvent donc être faits d'une seule pièce d'acier.

Dans l'armature magnétique du stator, le champ magnétique varie périodiquement à la fréquence du réseau. Pour réduire les pertes (v. § 31-3) l'armature magnétique du stator est faite de tôles *2* magnétiques isolées et solidement serrées à l'aide de peignes *50*, des plateaux *4* et des clavettes *5* introduites dans les gorges circulaires prévues dans le bâti *48*.

Les forces électromagnétiques tangentielles qui agissent sur les parties actives du stator s'appliquent principalement aux dents du stator (v. § 29-3). Ces forces sont transmises à l'assise par la chaîne suivante de pièces accouplées du stator: les dents du stator et la culasse *2* du stator, la clavette *51*, le bâti *48*, les pattes *19* de bâti, les boulons d'ancrage *25*, la dalle de fondation *24*, l'assise *20* (les forces électromagnétiques et les forces qui transmettent le couple extérieur par l'intermédiaire des pièces de fixation sont montrées sur la figure 32-1 par les flèches *53* et *54* respectivement).

Les conducteurs des enroulements subissent eux aussi des forces électromagnétiques assez grandes (surtout aux régimes transitoires). C'est pourquoi les parties actives des conducteurs sont fixées dans les encoches au moyen des cales *49* et leurs parties frontales sont maintenues par des frettes ou par des porte-enroulements.

Les forces électromagnétiques tangentielles qui agissent sur les parties actives du rotor s'appliquent essentiellement aux épanouissements polaires *3*. La fixation des pièces polaires par rapport à l'arbre soumis au couple extérieur qui fait équilibre au couple des forces électromagnétiques tangentielles est obtenue à l'aide de la queue d'aronde *23*, de la culasse *18* du rotor et de la clavette *16*.

L'immobilisation des parties actives du rotor dans le sens axial est encore assurée par l'applique *26*, qui empêche le déplacement des saillies de queues dans les creux *23* et par la clavette circulaire *15*. La position correcte de l'axe du rotor dans l'espace et sa rotation par rapport au stator sont assurées par des paliers axiaux et radiaux. Dans la construction considérée, les paliers sont représentés par les roulements à billes *13*, *29* fixés dans les flasques *6*, *46* à l'aide des couvercles *14*, *12*.

Le poids du rotor est transmis à l'assise à travers les paliers flasques *6*, *46* et le bât *48* auquel ils sont fixés par brides. A la pesanteur du rotor s'ajoute celle du stator (elles sont indiquées sur la figure 32-1 par les flèches *22*).

Le flux d'énergie électromagnétique $P_{ém}$ transmis à travers l'entrefer qui sépare les armatures magnétiques du stator et du rotor est indiqué par la flèche *41*.

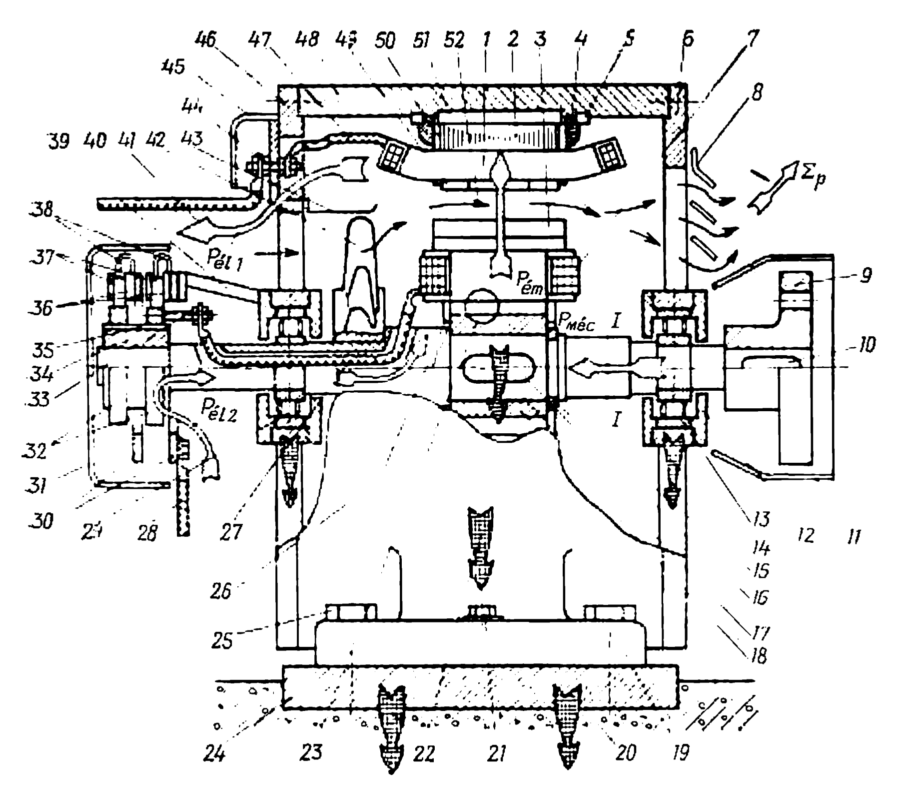


Fig. 32-1. Schéma constructif

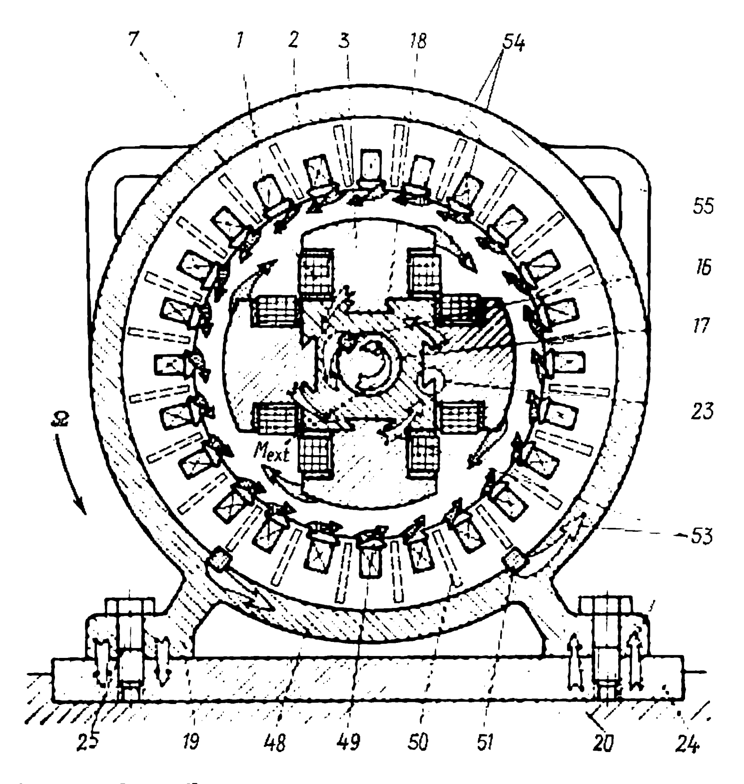
Les sens des couples moteurs, des forces et des flux d'énergie correspondent, avec le sens Ω adopté pour la rotation du rotor, au fonctionnement de la machine en générateur.

La transmission de l'énergie mécanique $P_{méc}$ (le sens de son flux est indiqué par la flèche *41*) depuis le moteur d'entraînement vers les parties actives du rotor se fait par l'intermédiaire de plusieurs pièces tournantes mécaniquement contraintes. Depuis le plateau d'accouplement *9*, le flux de puissance mécanique est transmis par la clavette *10* à l'arbre *17* de la machine et plus loin, par la clavette *16*, aux parties actives du rotor : puis à la culasse *18* du rotor, à la queue d'aronde *23* et aux pièces polaires *3* soumises à la presque

totalité des forces électromagnétiques (v. § 29-3) indiquées par les flèches *53* sur la figure représentant la coupe transversale de la machine.

L'énergie électrique développée dans les bobinages statoriques *1* logés dans les encoches du stator *2* est transmise au réseau par les fils de connexion *47*, les bornes de sortie *44* et les câbles *40*.

L'énergie électrique est fournie aux bobines de l'enroulement



d'une machine électrique.

rotorique *7* par les câbles *28* à travers les segments conducteurs *30*, les connexions *38* des balais *37*, pouvant se déplacer dans les porte-balais *36*, les bagues *32* de prise de courant, les contacts de sortie *33* des bagues et les connexions *27* passant par un orifice dans l'arbre (les segments *30* sont fixés sur la couronne *39* avec interposition de pièces isolantes; les bagues sont emmanchées sur le manchon *34* isolé par le cylindre *35*).

Les pertes ΣP qui se dégagent dans la machine sous forme calorifique sont évacuées par un courant d'air de refroidissement qui se déplace dans le sens indiqué par les flèches de type *52*. La charge nécessaire à la circulation de l'air de refroidissement est produite

par le ventilateur axial *42*. L'air extérieur pénètre dans la machine par les trous prévus dans le palier flasque *46*, passe par le capot de guidage *43*, est entraîné par le ventilateur et, après avoir traversé les canaux de ventilation des parties actives, est évacué vers l'extérieur par des trous dans le palier flasque *6* et les persiennes *8*.

Plusieurs coffrets et panneaux (*8*, *45*, *31*, *11*), prévus spécialement à cet effet, remplissent dans la machine une double fonction: ils permettent d'éviter l'introduction dans la machine des corps étrangers et des gouttelettes d'eau, d'une part, et excluent toute possibilité de contacts accidentels du personnel avec des pièces en mouvement ou des pièces non isolées sous tension, d'autre part.

De plus, pour assurer la sécurité d'utilisation, la carcasse de la machine électrique doit être mise à la terre par l'intermédiaire du boulon *21*, ce qui exclut la possibilité d'électrocution en cas de contact avec une machine à isolation défectueuse.

Enfin, la construction de la machine doit tenir compte du procédé de son montage au lieu d'installation. En particulier, on doit prévoir des pièces appropriées pour la fixation des engins de levage. Dans la construction de la figure 32-1 ce sont les étriers *55*.

La disposition constructive typique représentée ici est conservée dans l'essentiel pour toutes les machines électriques tournantes indépendamment de leur principe de fonctionnement; seuls la configuration des circuits magnétiques et les schémas des enroulements statoriques et rotoriques sont modifiés (la construction de divers types de machines électriques est étudiée en détail dans les chapitres correspondants).

La constitution et les dimensions des parties actives et constructives sont déterminées par les facteurs tels que le mode de refroidissement (chap. 37), le procédé de protection contre les agents extérieurs, la position de l'axe d'arbre, etc. (les formes constructives des machines électriques sont décrites dans le chap. 33).

La construction des parties actives et constructives d'une machine doit être étudiée de façon que la machine puisse satisfaire aux conditions techniques (v. § 32-2) et fonctionner sans défaillance en tous les régimes auxquels elle est destinée.

§ 32-2. Conditions techniques auxquelles doit satisfaire la construction des machines électriques

La construction et la technologie constructive de la machine électrique doivent répondre aux principales conditions prescrites par les Normes d'Etat (GOST). Pour éviter tout malentendu dans l'interprétation de ces conditions, la terminologie recommandée est aussi normalisée (GOST 16352-70 « Machines électriques tournantes. Types. Termes et définitions »).

Comme il est prescrit par GOST 183-74 « Machines électriques. Conditions techniques générales », toute machine électrique doit être conçue et construite de façon telle qu'elle puisse fournir sans

défaillance le service nominal auquel elle est destinée (les conditions de fonctionnement limites sont aussi normalisées: la température du milieu gazeux de refroidissement +40 °C, l'altitude au-dessus du niveau de la mer non supérieure à 1000 m). De plus, la machine doit pouvoir supporter sans domage des surcharges en courant, des écarts de tension; une élévation de la vitesse de rotation ainsi que des courants, des tensions et des couples électromagnétiques lors du démarrage de la machine fonctionnant en moteur et au cours des différents phénomènes transitoires, les valeurs de ces grandeurs étant indiquées dans la GOST mentionnée ci-dessus. Le choix correct des matériaux et des dimensions des parties actives et constructives est vérifié lors du calcul électromagnétique de la machine ainsi que lors du calcul de l'isolation, lors du calcul mécanique des contraintes et des déformations (chap. 34) et lors des calculs hydraulique (chap. 36) et thermique (chap. 35) du système de refroidissement. L'isolation entre spires doit être prévue pour la tension agissant entre les spires, l'isolation par rapport à la masse doit supporter la tension entre les conducteurs des enroulements et l'acier de l'armature magnétique mise à la terre.

La construction et la technologie de l'isolation (matériaux isolants et produits d'imprégnation, intervalles isolants, rayons de courbure des conducteurs, etc.) doivent être choisies de façon telle que l'intensité maximale du champ électrique des isolants ne dépasse pas, pour la valeur maximale de la tension de service, les valeurs admissibles, ce qui permettra d'assurer une rigidité diélectrique suffisante pendant une longue durée. On doit également vérifier la rigidité diélectrique pendant une courte durée par laquelle on entend l'aptitude à supporter plusieurs fois des surtensions d'origine atmosphérique et des surtensions de commutation agissant sur l'isolation. La rigidité diélectrique et la résistance d'isolement des machines sont vérifiées lors des essais de l'isolation entre spires et de l'isolation par rapport à la masse qu'elles doivent supporter sans dommage (v. [13]).

L'isolation de l'enroulement doit avoir une robustesse mécanique suffisante lui permettant de résister à tous les efforts mécaniques (charges statiques, chocs, vibrations) qu'elle peut subir lors du montage et en service. Les exigences concernant la résistance mécanique de l'isolation sont allégées du fait que les forces électromagnétiques transmises depuis les conducteurs vers les parois des encoches dans le sens tangentiel sont peu considérables (§ 29-3) (le rôle principal revient aux forces pulsatoires dues à l'interaction entre les courants et le champ de fuites qui pressent les conducteurs contre le fond de l'encoche).

La température admissible pour laquelle sont assurées la rigidité diélectrique, la résistance mécanique et la stabilité thermique de l'isolation (capacité de conserver ses propriétés sans modifications importantes pendant 15 à 30 années) dépend de la classe des isolants utilisés (v. tableau 32-1). Les renseignements plus détaillés sur les

températures admissibles des enroulements déterminées par différents procédés sont donnés dans [13 (§ 15-4)].

Tableau 32-1

Température des enroulements en °C pour différentes classes d'isolation

Température, °C	Classe d'isolation				
	A	E	B	F	H
L'emploi limite de l'isolant	105	120	130	155	180
Moyenne admissible de l'enroulement	100	115	120	140	165

Pour la construction des machines électriques on utilise le plus souvent les matériaux d'isolation suivants:

classe A: fibres de cellulose, de coton ou de soie imprégnées ou immergées dans un diélectrique organique liquide;

classe E: certains films synthétiques;

classe B: matériaux à base de mica (y compris ceux à supports organiques), d'amiante ou de fibre de verre utilisés avec des matières d'agglomération et d'imprégnation organiques;

classe F: matériaux à base de mica, d'amiante et de fibre de verre utilisés avec des matières d'agglomération et d'imprégnation synthétiques;

classe H: matériaux à base de mica, d'amiante et de fibre de verre utilisés avec des matières d'agglomération et d'imprégnation silicones.

Lorsqu'on établit le projet d'une machine électrique, on ne procède pas à des calculs détaillés de l'isolation, mais on utilise le plus souvent des constructions isolantes vérifiées en exploitation et pouvant servir aux différents paliers de tension.

CHAPITRE 33

FORMES CONSTRUCTIVES DE MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 33-1. Formes constructives suivant le type de fixation

La classification et les symboles de référence des machines électriques suivant la forme constructive et le type de fixation sont donnés dans la Norme ST COMECON 246-76.

La désignation d'une machine électrique comprend deux lettres IM suivies de quatre chiffres. Le premier chiffre est le numéro du groupe de la machine

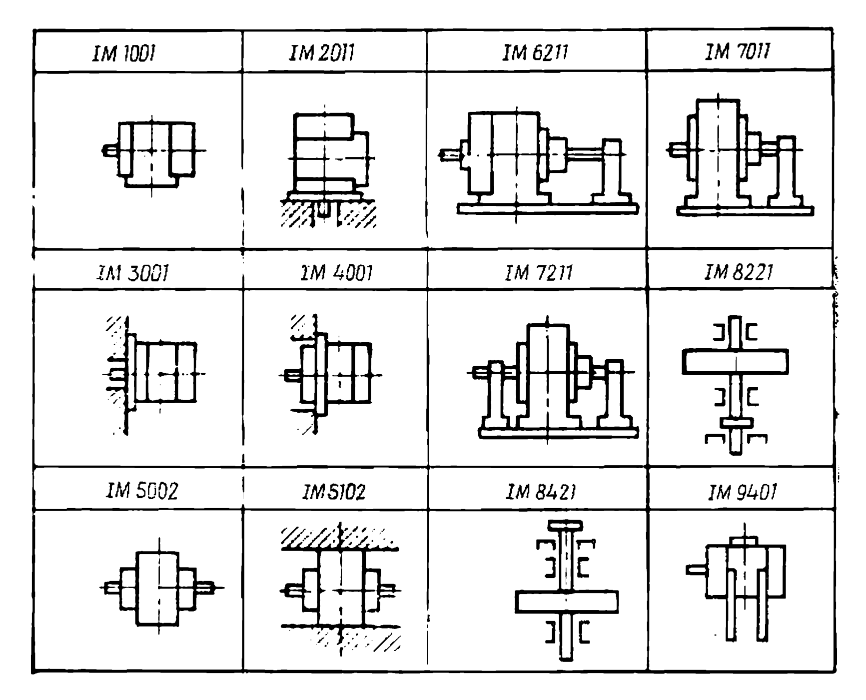


Fig. 33-1. Formes constructives les plus répandues des machines électriques d'après le mode de fixation sur le socle, la position de l'axe d'arbre et la construction des paliers (v. tableau 33-2).

suivant sa forme constructive. Les symboles conventionnels des groupes sont indiqués dans le tableau 33-1. Dans chacun des neuf groupes, les machines sont classées suivant le type de fixation mécanique (les deuxième et troisième chiffres

de la désignation). Le nombre et le type de bouts d'arbre sont désignés par le quatrième chiffre. La désignation des bouts d'arbre est indiquée dans le tableau 33-2.

Tableau 33-1

Groupes de formes constructives des machines électriques

Symbole du groupe	Forme constructive des machines
IM1	Machines à pattes et paliers flasques
IM2	Machines à pattes, à paliers flasques et bride sur un palier (sur des paliers)
IM3	Machines sans pattes, à paliers flasques et bride sur un palier
IM4	Machines sans pattes, à paliers flasques et bride sur la carcasse
IM5	Machines à paliers lisses
IM6	Machines à paliers flasques et bâtis de palier
IM7	Machines à bâtis de paliers (sans paliers flasques)
IM8	Machines à axe vertical non comprises dans les groupes de IM1 à IM4
IM9	Machines à organes de fixation spéciaux

Tableau 33-2

Types de bouts d'arbre

Désignation	Type de machine
0	Sans bout d'arbre
1	A un bout d'arbre cylindrique
2	A deux bouts d'arbre cylindriques
3	A un bout d'arbre conique
4	A deux bouts d'arbre coniques
5	A un bout d'arbre à bride
6	A deux bouts d'arbre à brides
7	A bout d'arbre à bride du côté entraînement et bout d'arbre cylindrique du côté opposé
8	Tous les autres types de bouts d'arbre

Indiquons un exemple de désignation, suivant la Norme ST COMECON 246-76, d'une machine électrique à deux paliers flasques, à pattes de fixation, à axe horizontal et un bout d'arbre cylindrique: IM1001.

Les machines électriques les plus répandues selon la forme constructive et le mode de fixation mécanique sont représentées schématiquement par la figure 33-1.

§ 33-2. Formes constructives des machines électriques d'après leur degré de protection contre les agents extérieurs

D'après le degré de protection du personnel contre les contacts accidentels avec des pièces sous tension ou tournantes se trouvant à l'intérieur de la machine et contre la pénétration des corps étrangers à l'intérieur de la machine, ainsi que d'après le degré de protection contre la pénétration de l'eau à l'intérieur de la machine, on distingue, conformément à la Norme GOST 17494-72, les machines électriques suivantes (leurs caractéristiques et la signification des désignations sont données dans la Norme GOST 14254-69) :

1. Les machines ouvertes (IP00 d'après GOST 14254-69).
2. Les machines protégées contre le contact et la pénétration des corps étrangers (IP10, IP20).
3. Les machines protégées contre les gouttes d'eau (IP01), contre le contact et la pénétration des corps étrangers (IP11, IP21, IP12, IP22, IP13, IP23, IP43).
4. Les machines protégées contre les projections d'eau latérales, contre le contact et la pénétration des corps étrangers (IP44, IP54).
5. Les machines protégées contre les jets d'eau, le contact et la pénétration des corps étrangers ainsi que contre les dépôts nuisibles de poussière (IP55).
6. Les machines protégées contre les paquets de mer sur le pont de navire, contre le contact et la pénétration des corps étrangers ainsi que contre les dépôts nuisibles de poussière (IP56).
7. Les machines protégées contre la pénétration de l'eau en cas d'immersion de courte durée (IP57).
8. Les machines protégées contre la pénétration de l'eau en cas d'immersion de durée illimitée (IP57).

En outre on fabrique des machines électriques destinées à être utilisées dans des ambiances comportant des risques d'explosion et dans des conditions climatiques particulières.

9. Les machines antidéflagrantes destinées à fonctionner dans un milieu présentant des risques d'explosion et conçues de telle sorte qu'une explosion interne ne puisse se propager au milieu ambiant.
10. Les machines résistant à l'humidité destinées à être utilisées dans une atmosphère à forte humidité.
11. Les machines résistant au froid, pouvant fonctionner dans les conditions de formation possible du givre.
12. Les machines résistant aux agents chimiques.
13. Les machines tropicalisées pouvant être exposées à l'action des champignons des moisissures.

§ 33-3. Formes constructives des machines électriques d'après le mode de refroidissement

Suivant le mode de refroidissement, les machines électriques peuvent être classées de différentes façons :

I. D'après qu'elles comportent ou ne comportent pas un ventilateur on distingue :

1) les machines à refroidissement naturel ne comportant pas de ventilateurs spéciaux (la circulation de l'air de refroidissement est assurée grâce à l'effet de ventilation dû aux parties tournantes de la machine et au phénomène de convection). Ce mode de refroidissement est généralement utilisé dans les machines ouvertes ;

2) les machines à refroidissement artificiel par ventilation par aspiration (fig. 33-2, *f*) ou par refoulement (fig. 33-2, *a*, *b*, *c* et *d*) dans lesquelles la circulation du fluide de refroidissement gazeux (généralement de l'air) ou liquide est assurée par un ventilateur spécialement prévu à cet effet. Les machines à refroidissement artificiel peuvent se classer en deux groupes suivants :

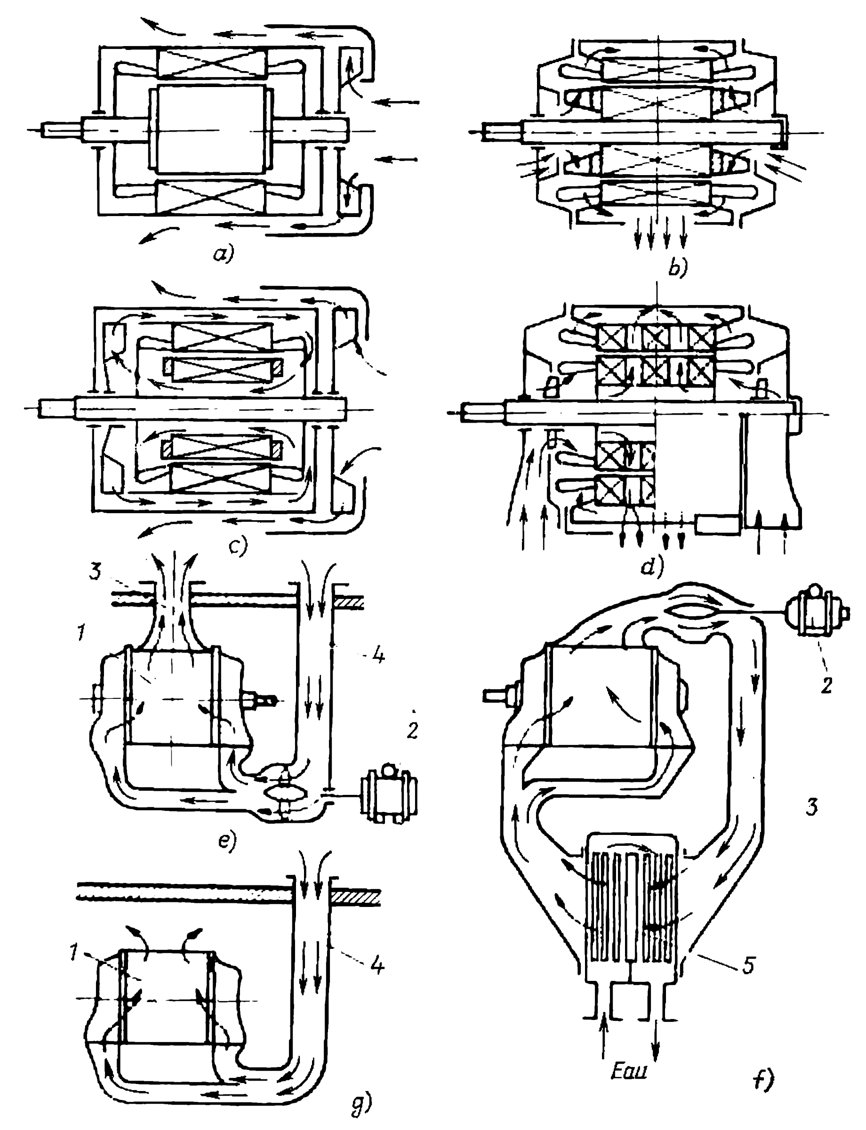


Fig. 33-2. Schémas constructifs des machines électriques utilisant différents modes de refroidissement :

a) machine à carcasse ventilée à refroidissement propre ; *b* et *d*) machine ventilée intérieurement à refroidissement propre ; *c*) machine à carcasse ventilée à ventilateur incorporé ; *e*) machine à ventilation séparée en circuit ouvert à canalisation de prise d'air extérieur et canalisation de refoulement vers l'extérieur ; *f*) machine à ventilation séparée en circuit fermé ; *g*) machine à ventilation propre en circuit ouvert à canalisation de prise d'air extérieur ; *1*, machine à refroidir ; *2*, moteur d'entraînement du ventilateur séparé ; *3*, canalisation d'air (gaz) échauffé ; *4*, canalisation d'air (gaz) froid ; *5*, refroidisseur de gaz refroidi à l'eau.

a) les machines à refroidissement propre dont le ventilateur est calé sur l'arbre de la machine elle-même (machines semi-protégées ou fermées, fig. 33-2, *a*, *d* et *g*) ;

b) les machines à ventilation séparée dont le ventilateur est entraîné par un moteur auxiliaire (généralement les machines fermées, fig. 33-2, *e* et *f*) ;

II. D'après les parties ventilées dans les machines à refroidissement artificiel, on distingue :

1) les machines à carcasse ventilée (fig. 33-2, *a*), machines fermées dans lesquelles le refroidissement artificiel n'est assuré que pour la surface extérieure qui peut être artificiellement augmentée par l'emploi de nervures ;

2) les machines ventilées intérieurement (fig. 33-2, *b*, *d* et *g*). Ce sont des machines semi-protégées ou fermées dans lesquelles l'air extérieur baigne les surfaces échauffées des parties actives (des enroulements et des armatures magnétiques) pour être ensuite renvoyé vers l'atmosphère.

Dans les machines fermées à carcasse ventilée, on intensifie, généralement à l'aide de ventilateurs incorporés, la circulation de l'air à l'intérieur de la machine pour améliorer le transfert de la chaleur des parties actives, dans lesquelles se dégagent les pertes de puissance, aux parties dont la surface extérieure est refroidie par ventilation extérieure (machines de moyenne puissance destinées à être utilisées dans des locaux poussiéreux, fig. 33-2, *c*).

III. D'après le sens de déplacement du fluide de refroidissement par rapport aux parties actives dans les machines à ventilation intérieure, on distingue :

1) les machines à ventilation axiale (ventilation intérieure, fig. 33-2, *c*) ;

2) les machines à ventilation axiale-radiale (fig. 33-2, *d*) ;

3) les machines à ventilation radiale (fig. 33-2, *b*).

IV. D'après le mode de refroidissement du gaz (généralement de l'air) échauffé dans la machine, on distingue :

1) les machines à système de ventilation ouvert. Ce sont des machines semi-protégées ou fermées dans lesquelles le gaz de refroidissement est aspiré dans le local ou à l'extérieur et est rejeté dans le local ou vers l'extérieur.

Pour les machines de petite et moyenne puissance fonctionnant dans des locaux spacieux à atmosphère pure, la source et le lieu d'évacuation de l'air de refroidissement sont les locaux où elles sont installées (fig. 33-2, *b* et *d*).

La prise de l'air extérieur (atmosphérique) à l'aide d'une canalisation d'aspiration et son refoulement dans le local ambiant sont utilisés pour les machines fermées fonctionnant dans des locaux à atmosphère polluée (fig. 33-2, *g*).

La prise d'air dans le local ambiant et son refoulement par canalisation vers l'extérieur sont utilisés dans le cas des grosses machines pour éviter un échauffement excessif de l'air dans le local.

L'aspiration de l'air extérieur (atmosphérique) par canalisation et son refoulement vers l'extérieur, également par canalisation, sont utilisés dans le cas des grosses machines (par exemple, des alternateurs hydrauliques) installées dans des locaux à atmosphère propre pour éviter un échauffement anormal de l'air dans le local et son déplacement à grande vitesse (fig. 33-2, *e*) ;

2) les machines ventilées en circuit fermé. Ce sont des machines fermées dans lesquelles circule un volume constant d'air ou d'un autre gaz, d'hydrogène par exemple, refroidi par circulation d'eau dans le refroidisseur de gaz (fig. 33-2, *f*) ; le refroidisseur de gaz est parfois incorporé dans la machine.

V. D'après le fluide de refroidissement utilisé, on distingue les machines refroidies à l'air, à l'hydrogène, à l'huile et à l'eau. Dans une même machine on peut utiliser plusieurs fluides de refroidissement à la fois (par exemple le refroidissement à l'hydrogène du rotor et le refroidissement à l'huile du stator d'un turbo-alternateur).

Si le refroidissement est assuré par l'évaporation d'un liquide, le système correspondant est dit par évaporation.

VI. D'après le mode de refroidissement des enroulements on distingue :

1) les machines à refroidissement indirect (superficiel), dans lesquelles le fluide de refroidissement n'est pas en contact direct avec les conducteurs de l'enroulement ;

2) les machines à refroidissement direct (intérieur) dans lesquelles le fluide de refroidissement est en contact avec les conducteurs de l'enroulement ou circule dans des canaux de refroidissement spéciaux réalisés sous la forme des conduits à minces parois en matériau non magnétique recouvertes d'une mince couche isolante et incorporés à l'enroulement. Le système de refroidissement interne est utilisé dans les machines électriques de grande puissance (par exemple dans les gros turbo-alternateurs et alternateurs hydrauliques et les moteurs asynchrones à cage d'écureuil de puissance particulièrement grande et uniques, § 62-1).

§ 33-4. Classification des machines électriques d'après le niveau de bruit

D'après le niveau de bruit qu'elles produisent lors du fonctionnement, les machines électriques se répartissent conventionnellement en trois groupes:

les machines sans bruit: pour $D < 35$ dB d'après l'échelle A;

les machines à faible bruit: pour $35 < D < 55$ dB;

les machines normales: pour $55 < D < 75$ dB.

Pour diminuer le niveau de bruit global, on agit sur ses composantes:

a) les bruits de ventilation provoqués par des facteurs aérodynamiques dont l'origine est un mouvement turbulent du gaz ambiant (air, hydrogène), dû à la rotation du rotor et du ventilateur;

b) les bruits magnétiques excités par les vibrations du stator et du rotor sous l'action des forces électromagnétiques;

c) les bruits mécaniques provoqués par les vibrations des paliers et d'autres parties de la machine y compris son assise.

N o t e. Le niveau de son (de bruit) est mesuré en décibels (dB) et calculé par la formule

$$D = 10 \log \frac{I}{I_0} = 20 \log \frac{p}{p_0},$$

dans laquelle I est l'intensité de son;

p, la pression acoustique;

$I_0 = 10^{-12}$ W/m² et $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa correspondent au seuil de perception des sons par l'oreille humaine.

§ 33-5. Normes principales sur les machines électriques

Les machines électriques fabriquées doivent être interchangeables et avoir les cotes d'implantation et de fixation, les repérages des bornes, les gammes de puissances nominales, de tensions nominales et de vitesses de rotation nominales unifiés dans toute la mesure du possible. Les dimensions de positionnement (hauteurs des axes de rotation, dimensions des bouts d'arbres, dimensions de fixation) sont normalisées: GOST 12126-71, 8592-71, 13267-73, 12080-66, 12081-72 (v. ci-dessous la liste de normes et [13, §§ 15-9, 15-10, 15-11]). Les repérages des bornes sont donnés dans [13, § 15-7] conformément à la Norme GOST 183-74.

La gamme de puissances nominales pour les machines électriques d'une puissance jusqu'à 10 000 kW fait l'objet de GOST 12139-74. La gamme de vitesses de rotation nominales est indiquée dans [13, § 15-8] conformément à GOST 10683-73.

Les conditions techniques principales auxquelles doivent répondre les machines électriques de tous les types et formes constructives sont définies dans les normes suivantes:

GOST 183-74 Machines électriques. Conditions techniques générales.

GOST 12139-74 Machines électriques d'une puissance inférieure ou égale à 10 000 kW. Valeurs normales de la puissance nominale.

GOST 10683-73 Machines électriques. Valeurs normales de la vitesse de rotation nominale et écarts admissibles.

GOST 12126-71 Machines électriques de faible puissance. Cotes d'implantation et de fixation. Constructions et dimensions des organes de fixation mécanique.

GOST 8592-71 Machines électriques. Tolérances sur les cotes d'implantation et de fixation.

GOST 12327-66 Machines électriques. Déséquilibres résiduels des rotors. Normes et méthodes de mesures.

GOST 13267-73 Machines électriques et machines non électriques accouplées directement. Hauteur de l'axe de rotation. Dimensions.

GOST 2479-65 Machines électriques. Formes constructives et leurs désignations conventionnelles.

GOST 4541-70 Machines électriques. Désignations des cotes d'encombrement et de positionnement.

GOST 12080-66 Bouts d'arbre cylindriques.

GOST 12081-72 Bouts d'arbre coniques.

GOST 16372-70 Machines électriques tournantes. Niveaux de bruits admissibles.

ST COMECON Machines électriques. Types. Termes et définitions.

Les Normes qui définissent les conditions complémentaires auxquelles doivent répondre certains modèles de machines électriques sont indiquées dans des chapitres correspondants.

CHAPITRE 34

CALCUL MÉCANIQUE DES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 34-1. Calcul mécanique des pièces par lesquelles est transmise l'énergie mécanique

Une machine électrique doit être conçue et construite de telle sorte que toutes ses pièces possèdent une résistance mécanique suffisante et une rigidité correctement choisie qui leur permettent de supporter sans dommage et avec des déformations admissibles les forces auxquelles elles sont soumises. La solidité et la rigidité des pièces d'une machine sont vérifiées lors du calcul mécanique qui se ramène à la détermination des contraintes mécaniques et des déformations des pièces sous l'action des forces et des couples d'une nature ou d'une autre (mécaniques, centrifuges, électromagnétiques).

Considérons d'abord le calcul mécanique des pièces qui participent à la transmission du flux de puissance mécanique.

Le flux de puissance mécanique est envoyé vers la zone de transformation dans laquelle il est transformé en puissance électrique (fig. 32-1) par une chaîne de pièces conjuguées suivantes: le plateau d'accouplement *9*, l'arbre *17*, la culasse *18* du rotor et les pièces polaires *3*. Analysons de plus près le mécanisme de formation du flux de puissance mécanique le long de l'arbre de la machine. Lorsque la machine fonctionne en état de régime (en générateur, par exemple), son arbre est soumis à l'action de deux couples moteurs qui se compensent exactement: du couple extérieur M_{ext} (flèche *53*) appliqué au côté de droite de l'arbre et dirigé dans le sens de rotation et du couple électromagnétique M (flèches *54*) transmis par la culasse du rotor et dirigé dans le sens opposé. Un élément d'arbre situé au voisinage de la section *I-I* est montré à une échelle agrandie sur la figure 34-1.

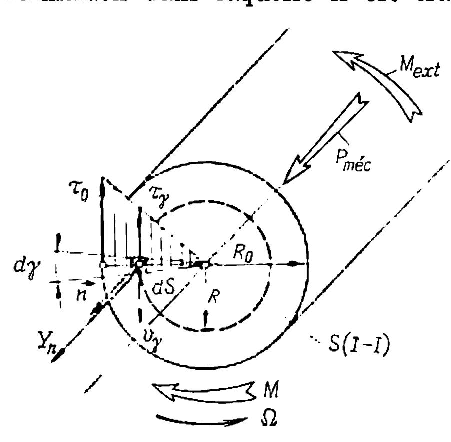


Fig. 34-1. Flux d'énergie mécanique transmise par l'arbre tournant.

L'action de ces couples moteurs a pour effet de mettre l'arbre dans un état de contrainte mécanique. Le couple moteur agissant sur la partie de l'arbre située à gauche de la section *I-I* est transmis à la partie de droite de l'arbre et engendre les contraintes mécaniques tangentielles τ_γ appliquées aux éléments dS de cette section. Ces contraintes sont proportionnelles à la distance de l'élément $dS = (R\,d\gamma)\,dR$ à l'axe de l'arbre R et atteignent la valeur maximale τ_0 sur sa surface extérieure:

$$\tau_\gamma = -\tau_0 R/R_0.$$

La somme des couples moteurs élémentaires $dM = R\,|\,\tau_\gamma\,dS\,|$ doit être égale au couple moteur M:

$$M = \int\limits_{S_{I\text{-}I}} dM = \frac{\tau_0}{R_0}\int\limits_0^{2\pi} d\gamma \int\limits_0^{R_0} R\,dR = \tau_0 \left|\frac{\pi R_0^3}{2}\right|.$$

La contrainte tangentielle sur la surface extérieure de l'arbre a pour expression

$$\tau_0 = \frac{M}{\pi R_0^3/2}, \qquad (34\text{-}1)$$

où $\pi R_0^3/2$ est le couple résistant de torsion de la section.

Au régime nominal, cette contrainte ne doit pas dépasser les valeurs admissibles pour le matériau de l'arbre, elle est choisie suivant la marque de l'acier et les conditions de fonctionnement dans les limites de 40 à 100 MPa [1]).

Le flux d'énergie de puissance mécanique passant par unité d'aire de la surface de la section d'un corps en mouvement de rotation (par exemple de la section *I-I* de l'arbre) est défini par la projection du vecteur d'Oumov sur la normale extérieure à cette surface.

Cette projection du vecteur d'Oumov est définie par le produit de la composante tangentielle τ_γ de la contrainte mécanique dans l'élément de surface dS donné par la composante tangentielle $v_\gamma = R\Omega$ de la vitesse linéaire de déplacement de l'élément

$$\mathcal{Y}_n = -v_\gamma \tau_\gamma = \frac{2R^2\Omega M}{\pi R_0^4}.$$

Le flux total de puissance mécanique $P_{\text{méc}}$ à travers la surface S qui sépare les parties du corps en rotation l'une de l'autre est obtenu en faisant la somme des flux élémentaires de puissance $\mathcal{Y}_n\,dS$ sur toute la surface S.

Il est aisé de s'assurer que le flux du vecteur d'Oumov à travers la section de l'arbre

$$P_{\text{méc}} = \int\limits_S \mathcal{Y}_n\,dS = \int\limits_0^{2\pi} d\gamma \int\limits_0^{R_0} \mathcal{Y}_n R\,dR = M\Omega$$

est égal à la puissance mécanique $M_{\text{ext}}\Omega$ transmise par l'arbre.

[1]) 1 MPa = 10^6 N/m².

§ 34-2. Calcul de la fixation des organes tournants du rotor

Lors du fonctionnement de la machine, les organes tournants du rotor (pièces polaires, dents de l'armature magnétique, bobines de l'enroulement) sont sollicités par des forces centrifuges dirigées radialement

$$C = mR\Omega^2, \qquad (34\text{-}2)$$

où m est la masse de l'organe considéré;

R, le rayon de son centre de gravité;

Ω, la vitesse angulaire mécanique du rotor.

Dans cette formule, $R\Omega^2$ exprime l'accélération centripète.

La fixation d'un organe doit supporter sans dommage une force centrifuge qui prend naissance à une *vitesse de rotation accrue* n_a. (Dans la formule (34-2) la vitesse angulaire du rotor est $\Omega = 2\pi n_a/60$).

C'est ainsi qu'à l'endroit de sa jonction avec la culasse (fig. 34-2) la section d'une dent $b_Z l_Z$ doit être choisie de telle sorte que la

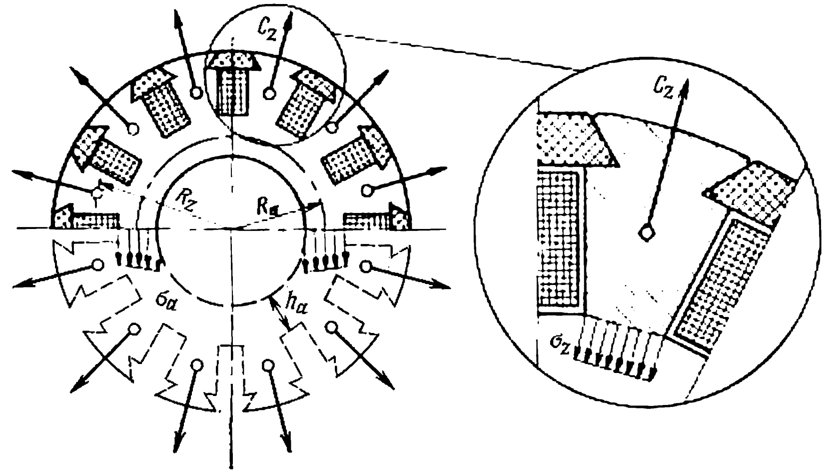


Fig. 34-2. Contraintes dans les éléments du rotor dues aux forces centrifuges.

contrainte de traction $\sigma_Z = C_Z/b_Z l_Z$, due aux forces centrifuges C_Z agissant sur la dent et transmises de l'enroulement à la dent, ne dépasse pas les valeurs admissibles (pour des dents massives jusqu'à 0,5 de limite d'élasticité du matériau).

La culasse du rotor est soumise à la force centrifuge propre

$$C_a = m_a R_a \Omega^2$$

et à la somme des forces centrifuges des dents

$$\Sigma C_Z = ZC_Z = Zm_Z R_Z \Omega^2,$$

où m_a, m_Z sont respectivement la masse de la culasse et celle de la dent;

R_a, R_Z, les distances de l'axe de rotation respectivement au centre de gravité de l'élément de culasse et au centre de gravité de la dent;

Z, le nombre de dents.

Isolons par la pensée la partie du rotor représentée en traits pleins sur la figure 34-2 et considérons l'équation de l'équilibre des forces centrifuges C_a et ZC_Z uniformément réparties sur la circonférence et des forces de pesanteur $2\sigma_a h_a l_a$ agissant du côté de la partie du rotor figurée en traits interrompus. Un élément de culasse est soumis, dans les limites de l'angle $d\gamma$ à la force centrifuge

$$\frac{C_a+ZC_Z}{2\pi}\,d\gamma.$$

La projection de cette force sur l'axe vertical est

$$\frac{C_a+ZC_Z}{2\pi}\cos\gamma\,d\gamma.$$

En sommant les projections des forces centrifuges élémentaires dans les limites de la partie supérieure du rotor, on obtient

$$\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\frac{C_a+ZC_Z}{2\pi}\cos\gamma\,d\gamma=2\sigma_a h_a l_a\,;$$

$$\sigma_a=\frac{C_a+ZC_Z}{2\pi h_a l_a}\,.$$

Comme le montre cette formule, la force de traction de la culasse qui s'applique à la section $h_a l_a$ est 2π fois plus faible que la force centrifuge globale C_a+ZC_Z. La contrainte de traction dans la culasse σ_a ne doit pas dépasser la valeur admissible (0,7 à 0,9 de seuil d'élasticité).

§ 34-3. Calcul d'un arbre soumis à la pesanteur du rotor et à l'attraction magnétique

Considérons une machine à arbre horizontal de diamètre $2R_0$ (fig. 34-3). Supposons que le rotor se trouve au milieu entre les paliers dont la distance est l. Connaissant le poids G du rotor, on peut calculer la flèche de l'arbre au milieu de sa longueur [7]:

$$y_G=\frac{G}{K}\,,\tag{34-3}$$

où $K=48\,EJ/l^3$ est la rigidité en flexion de l'arbre;

$E=2{,}06\cdot10^{11}$ Pa, le module d'élasticité pour les arbres en acier;

$J=\pi R_0^4/4$, le moment d'inertie équatorial de la section de l'arbre.

Dans l'entrefer d'une machine excitée règne un champ magnétique de sorte que chaque élément dS de surface extérieure du rotor

est encore soumis à une force de tension magnétique $T_n\, dS$ proportionnelle à la *force spécifique de tension magnétique* (§ 29-3):

$$T_n = B^2/2\mu_0, \tag{34-4}$$

où B est l'induction magnétique dans l'entrefer sur la surface du rotor;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, la perméabilité magnétique du vide.

Dans le cas d'une disposition concentrique du rotor, lorsque l'entrefer est uniforme sur toute la périphérie et égal à δ, les forces de tension magnétique s'exerçant sur des éléments diamétralement opposés du rotor se compensent exactement (le champ étant à variation périodique, les inductions dans ces éléments sont identiques).

Dans le cas d'une disposition excentrique du rotor, lorsque son axe est déplacé par rapport à l'axe du stator d'une distance e_0 et

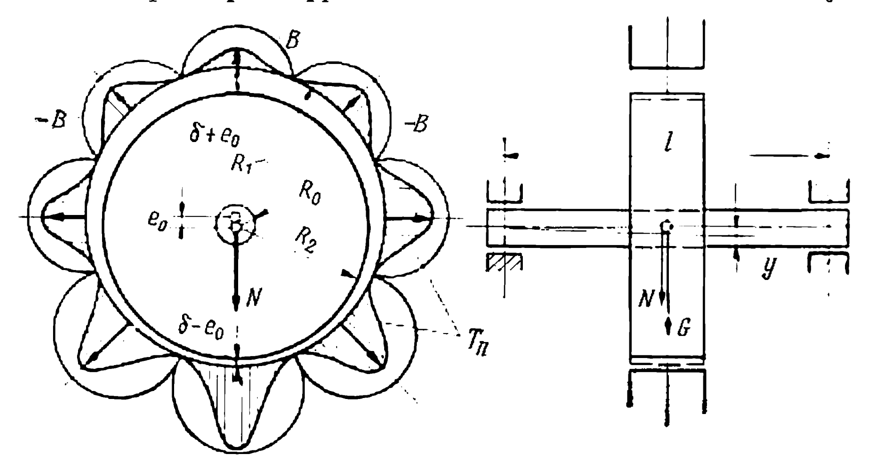


Fig. 34-3. Flèche de l'arbre sous l'action de la pesanteur et de la force d'attraction magnétique.

l'entrefer varie dans les limites de $\delta_{max} = \delta + e_0$ à $\delta_{min} = \delta - e_0$ (fig. 34-3), l'induction en des points diamétralement opposés est différente.

Dans ce dernier cas, la force magnétomotrice des enroulements est représentée toujours par une courbe périodique et l'amplitude de l'induction est inversement proportionnelle à l'entrefer:

$$B_{max} = \frac{F_1\mu_0}{(\delta - e_0)\, k_\delta};$$

$$B_{min} = \frac{F_1\mu_0}{(\delta + e_0)\, k_\delta}.$$

La répartition de l'induction B dans l'entrefer d'une machine à quatre périodes est montrée sur la figure 34-3. On y a figuré également la force spécifique de tension magnétique T_n.

On voit que les forces spécifiques de tension magnétique agissant sur la partie inférieure du rotor sont plus grandes que les forces s'exerçant sur la partie supérieure, de sorte que la sommation de ces forces donne une *force d'attraction magnétique radiale unilatérale* qui s'applique au rotor:

$$N_0 = K_0 e_0, \tag{34-5}$$

où $K_0 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{B_\delta^2}{2\mu_0}\right)\frac{Dl}{\delta} = 3\cdot10^5\frac{Dl_\delta}{\delta}$ est la force spécifique d'attraction magnétique unilatérale pour une amplitude moyenne de l'induction dans l'entrefer d'environ 0,7 T;

D, le diamètre du rotor;

l_δ, la longueur de calcul;

δ, l'entrefer moyen.

Le cas le plus défavorable est celui où le rotor est déplacé verticalement vers le bas de sorte que la force d'attraction magnétique N_0 est dirigée dans le même sens que la pesanteur G du rotor.

Sous l'action de la force d'attraction magnétique unilatérale, le rotor se déplace davantage vers le bas, l'excentricité augmente et donc la force d'attraction unilatérale elle aussi. Finalement il s'établit une force d'attraction unilatérale $N = K_0(e_0 + y)$ et une flèche y (34-5), telles que cette force et la pesanteur sont compensées par la force de réaction de l'arbre déformé yK [v. équation (34-3)]

$$N + G = yK;$$

$$K_0(e_0 + y) + G = yK.$$

En résolvant l'équation, on trouve la valeur finale de la flèche de l'arbre:

$$y = \frac{K_0 e_0 + G}{K - K_0}. \tag{34-6}$$

Les dimensions de l'arbre doivent être choisies de telle sorte que sa rigidité K soit suffisante et que sa flèche ne dépasse pas 10 % de l'entrefer ($y \leqslant 0{,}1\delta$). L'excentricité initiale due à l'imperfection du montage et à l'usure des paliers est prise égale à 10 % de l'entrefer. En outre, on doit vérifier la tenue de l'arbre sous l'effet du moment de flexion dû aux forces $N = K_0(e_0 + y)$ et G. La contrainte de l'arbre provoquée par ce moment de flexion a pour valeur

$$\sigma = \frac{(N+G)\,l}{4W_{éq}}, \tag{34-7}$$

où $W_{éq} = \pi R_0^3/4$ est le moment résistant équatorial.

Lorsque la machine tourne, cette contrainte varie cycliquement à la vitesse de rotation de l'arbre. C'est pourquoi la contrainte admissible est choisie compte tenu des phénomènes de fatigue et ne doit pas être supérieure à $80\cdot10^6$ Pa pour l'acier de la marque St. 5 (près de 50 % de la résistance à la fatigue par traction).

En calculant l'arbre d'une machine électrique, il faut aussi déterminer la *vitesse angulaire, dite critique, de rotation de l'arbre* Ω_{cr} qui est égale à la pulsation des vibrations transversales propres (oscillations de flexion) de l'arbre pour laquelle il se produit le phénomène de résonance.

La pulsation des oscillations transversales propres de l'arbre augmente quand la rigidité K (34-3) de l'arbre augmente et diminue quand la masse m du rotor augmente. Quand la force d'attraction magnétique unilatérale augmente, cette pulsation diminue. Comme il est montré dans [7], la fréquence des oscillations propres de l'arbre est déterminée par la flèche de l'arbre (34-6) due aux forces de pesanteur et d'attraction magnétique [1]):

$$f_{cr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{y}}.$$

A la valeur critique de la vitesse angulaire, cette fréquence coïncide avec la fréquence de rotation f

$$\Omega_{cr} = 2\pi f_{cr} = \sqrt{\frac{g}{y}}. \qquad (34\text{-}8)$$

Les oscillations de résonance de l'arbre qui se manifestent pour cette vitesse de rotation peuvent avoir des amplitudes inadmissibles. C'est pourquoi la rigidité K (34-3) de l'arbre doit être choisie de telle sorte que la vitesse de rotation critique diffère d'au moins de 30 % de la vitesse nominale.

Les calculs mécaniques des machines électriques sont examinés plus en détail dans les ouvrages [39, 40].

---

[1]) La formule est valable tant pour les machines à axe horizontal que pour celles à axe vertical.

CHAPITRE 35

CALCUL THERMIQUE DU SYSTÈME DE REFROIDISSEMENT

§ 35-1. Schéma de principe du système de refroidissement d'une machine électrique

La transformation de l'énergie dans une machine élecrique s'accompagne inévitablement de pertes de puissance qui se dégagent sous forme calorifique dans les parties actives et constructives de la machine. Pour évacuer les calories en dehors de la machine, on prévoit son refroidissement à l'aide d'un fluide (gazeux ou liquide) réfrigérant qu'on fait circuler de façon continue à travers la machine.

Le système de refroidissement comprend des canaux pratiqués à l'intérieur de la machine, par lesquels se déplace le fluide réfrigérant, et un ventilateur ou une pompe qui assure la pression nécessaire à sa circulation. Les systèmes de refroidissement à circuit fermé dans lesquels la quantité de fluide en circulation est constante comportent aussi des échangeurs de chaleur-refroidisseurs destinés au refroidissement du fluide et à l'évacuation de la chaleur vers le milieu extérieur.

Le schéma type du refroidissement d'une machine électrique est représenté par la figure 35-1. Le gaz froid (le plus souvent l'air) de température Θ_1 entre dans la machine du côté gauche, et la traverse dans le sens axial à travers l'entrefer entre le stator et le rotor et les canaux *6*. En se déplaçant à l'intérieur de la machine, le gaz baigne ses parties échauffées (les conducteurs des enroulements *1* et *2* et les armatures magnétiques *3* et *4*) et s'échauffe progressivement grâce à la chaleur que lui transmettent les parties chaudes (les flux de chaleur sont montrés par les flèches *8*, *9*, *10*, etc.).

L'élévation de température du gaz lors de son déplacement le long du circuit de refroidissement peut être exprimée par le débit du gaz (du liquide) Q et sa chaleur spécifique volumique c_v, J/($m^3\cdot$°C) (v. tableau 35-1)

$$\Theta_2 - \Theta_1 = \frac{\Sigma P_i}{c_v Q},$$

où ΣP_i est la valeur moyenne des pertes totales évacuées par le fluide de refroidissement.

La charge nécessaire à la circulation du gaz est produite par le ventilateur *5* qui peut être calé sur l'arbre de la machine. En régime thermique établi, les surélévations de température (Θ_{o1}, Θ_{o2}, Θ_{m1}, Θ_{m2}, v. fig. 35-1) des parties, sièges des pertes, par rapport

Tableau 35-1

Chaleurs spécifiques volumiques et densités de certains gaz et liquides

Substance	c_v, J/(m³·°C)	γ, kg/m³
Air (0 °C ; 10^5 Pa)	$1,1\cdot10^3$	1,29
Hydrogène (0 °C ; 10^5 Pa)	$1,1\cdot10^3$	0,0898
Eau à 15 °C	$4,14\cdot10^6$	999
Huile pour transformateurs à 15 °C	$1,54\cdot10^6$	850

à la température du fluide de refroidissement sont telles que toute la chaleur qui se dégage dans ces parties est transmise au milieu de refroidissement et est évacuée de la machine avec ce milieu.

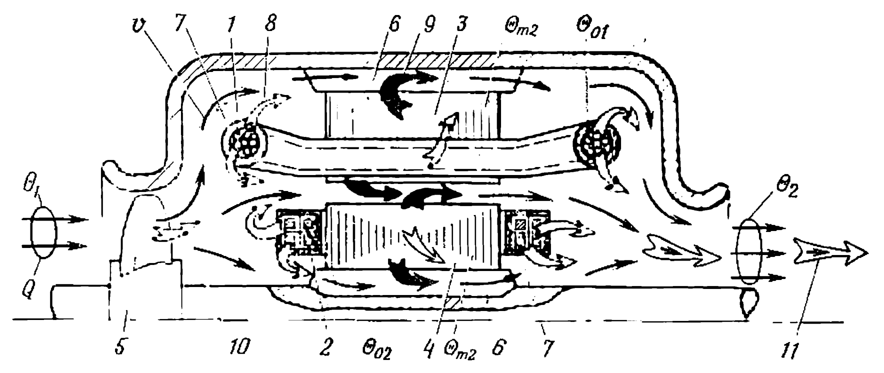


Fig. 35-1. Schéma du système de refroidissement d'une machine électrique: *1*, conducteur de l'enroulement statorique; *2*, conducteur de l'enroulement rotorique; *3*, armature du stator; *4*, armature du rotor; *5*, ventilateur assurant la circulation du fluide de refroidissement à travers la machine; *6*, canaux pour circulation du fluide de refroidissement; *7*, isolation par rapport à la masse des enroulements statorique et rotorique; *8*, pertes électriques dans l'enroulement dégagées sous forme calorifique; *9*, pertes par hystérésis dans les armatures magnétiques dégagées sous forme calorifique; *10*, pertes mécaniques par frottement des pièces tournantes *11*, pertes évacuées par le fluide de refroidissement; *Q*, débit de fluide de refroidissement; Θ_1, Θ_2, températures du fluide de refroidissement respectivement à l'entrée et à la sortie de la machine; Θ_{01}, Θ_{02}, Θ_{m1}, Θ_{m2}, températures des conducteurs des enroulements statorique etrotorique et des armatures magnétiques du stator et du rotor; v, vitesse et sens de déplacement du fluide de refroidissement.

La détermination des températures des divers organes (enroulements, armatures magnétiques) de la machine dans lesquelles se dégagent les pertes fait l'objet du *calcul thermique de la machine.*

§ 35-2. Transfert de la chaleur d'un corps chaud au milieu ambiant

Le calcul thermique de la machine est basé sur les lois de la thermodynamique. Soient Θ la température du corps chaud et Θ_0 la température du milieu de refroidissement, alors la surélévation de température du corps par rapport à l'ambiante est

$$\Delta\Theta = \Theta - \Theta_0.$$

La *puissance du flux de chaleur* P_R (c'est-à-dire la quantité de l'énergie calorifique transmise du corps au milieu par unité de temps) est, comme il a été établi expérimentalement, *proportionnelle à la surélévation de température* du corps par rapport à l'ambiante et *inversement proportionnelle à la résistance thermique* R, °C/W entre le corps et le milieu de refroidissement

$$P_R = \Delta\Theta / R. \quad (35\text{-}1)$$

Quand la chaleur est transmise par conduction à travers l'enveloppe (solide, liquide ou gazeuse) du corps, la *résistance thermique de l'enveloppe* a pour valeur

$$R_\lambda = \delta / S\lambda, \quad (35\text{-}2)$$

où λ est la conductibilité thermique du matériau de l'enveloppe ;
S, la surface de l'enveloppe à travers de laquelle passe le flux de chaleur ;
δ, l'épaisseur de l'enveloppe dans le sens du flux de chaleur.

La résistance thermique d'une enveloppe à plusieurs couches est déterminée par la somme des résistances de toutes ses couches

$$R_\lambda = R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + \ldots = \frac{\delta_1}{S_1\lambda_1} + \frac{\delta_2}{S_2\lambda_2} + \ldots$$

La résistance thermique d'une enveloppe varie dans de larges limites suivant la conductibilité thermique du matériau dont elle est faite (v. tableau 35-2). Comme le montre ce tableau, la conductibilité thermique des métaux

Tableau 35-2

Conductibilité thermique de certains matériaux

Matériau	λ, W/(m.°C)
Cuivre	385
Aluminium	200
Acier magnétique (le long des couches)	20 à 45
Acier magnétique vernis (en travers couches)	1,2 à 1,5
Mica	0,36
Amiante	0,2
Carton isolant	0,17
Verre	0,11
Isolants d'encoches (classe B)	0,16
Huile pour transformateurs	0,12 à 0,17
Air immobile (en couches minces)	0,025
Hydrogène immobile (en couches minces)	0,017

[385 W/(m · °C) pour le cuivre ; 20 à 45 W/(m · °C) pour l'acier magnétique] est très supérieure à celle des isolants [0,1 à 0,2 W/(m · °C)]. Ce sont des gaz immobiles dans des couches minces qui présentent une conductibilité thermique particulièrement basse [0,025 W/(m · °C) pour l'air].

La résistance thermique lors du transfert de la chaleur de l'enveloppe d'un corps chaud au milieu de refroidissement (gaz, liquide)

$$R_\alpha = 1 / \alpha_v S \quad (35\text{-}3)$$

est inversement proportionnelle au coefficient de transmission de chaleur α_v et à l'aire de la surface de refroidissement S.

Le coefficient de transmission de chaleur α_v dépend des propriétés du milieu (de sa densité et de sa viscosité), de la vitesse de déplacement du milieu v et du caractère du mouvement du milieu dans le canal aboutissant à l'enveloppe.

Le coefficient de transmission de chaleur est nettement plus grand pour un milieu de refroidissement liquide que pour un milieu gazeux. Quand la vitesse s'accroît, le coefficient de transmission de chaleur augmente, et d'une façon particulièrement notable lorsqu'on passe d'un mouvement laminaire du milieu à un mouvement turbulent.

Pour les calculs thermiques estimatifs des machines électriques refroidies à l'air, le coefficient de transmission de chaleur peut être déterminé par la formule

$$\alpha_v = \alpha (1 + k \sqrt{v}), \qquad (35\text{-}4)$$

où α est le coefficient de transmission de chaleur par rayonnement et convection dans l'air calme ($v = 0$) en W/(m²·°C) dont la valeur dépend des propriétés de la surface à refroidir. Pour des surfaces recouvertes d'une couche de vernis $\alpha = 12$ à 16 W/(m²·°C) et pour des surfaces métalliques propres $\alpha = 8$ à 11 W/(m²·°C) ; v est la vitesse de l'air en m/s.

Le coefficient d'intensité de soufflage k dépend de l'uniformité de soufflage de la surface, de la forme de celle-ci et d'autres facteurs. Pour des surfaces à refroidir dans les machines électriques, il est égal en moyenne à 0,8.

Le coefficient de transmission de chaleur peut être augmenté de 1,35 fois environ, par rapport à l'air, lorsque le fluide de refroidissement est constitué par l'hydrogène et de 30 à 60 fois lorsqu'il est constitué par l'eau distillée.

La résistance thermique totale entre un corps chaud et le milieu de refroidissement est la somme de la résistance de l'enveloppe R_λ et de la résistance de passage de la chaleur de l'enveloppe au milieu de refroidissement R_α:

$$R = R_\lambda + R_\alpha. \qquad (35\text{-}5)$$

§ 35-3. Echauffement et refroidissement d'un corps solide

Du point de vue des phénomènes thermiques, une machine électrique représente un ensemble complexe de corps solides et de sources de chaleur. Pour bien comprendre les phénomènes intervenant dans la machine, considérons d'abord le phénomène d'échauffement d'un corps solide homogène qui est le siège des pertes P dégagées par effet Joule.

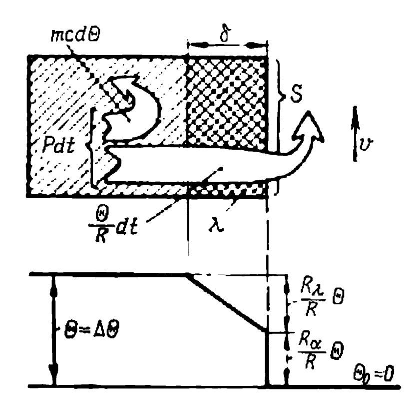


Fig. 35-2. Echauffement d'un corps solide.

Supposons que la conductibilité thermique du corps lui-même soit infiniment grande ($\lambda_T = \infty$). Alors, tous les points situés sur la surface de ce corps auront une même température Θ et donc une même surélévation de température par rapport au milieu de refroidissement $\Delta\Theta = \Theta - \Theta_0 = \Theta$ (par souci de simplification des écritures, la température du milieu de refroidissement est supposée nulle $\Theta_0 = 0$). Considérons le bilan thermique dans ce corps (fig. 35-2). Une partie de l'énergie calorifique dégagée dans le corps pendant un temps dt et égale à $P\,dt$ est accumulée dans le corps dont la température s'élève de $d\Theta$ et une autre partie est transmise au milieu de refroidissement à travers la résistance thermique

$$R = R_\lambda + R_\alpha = \frac{\delta}{S\lambda} + \frac{1}{\alpha_v S}.$$

Si m est la masse du corps et c sa chaleur spécifique (v. tableau 35-3), la chaleur nécessaire à l'échauffement du corps de $d\Theta$ est égale à $mc\,d\Theta$. Si Θ est la surélévation de température du corps par rapport au milieu de refroidissement, la chaleur transmise à ce milieu pendant un temps dt est égale à $P_R\,dt = \frac{\Theta}{R}\,dt$ (35-1). En exprimant la conservation de l'énergie, on obtient une équation différentielle de l'échauffement du corps

$$P\,dt = mc\,d\Theta + \frac{\Theta}{R}\,dt. \tag{35-6}$$

Cherchons d'abord la surélévation de température en régime établi $\Theta = \Theta_\infty$ pour laquelle toute la chaleur dégagée dans le corps est transmise par la résistance R et l'élévation de la température du corps cesse $d\Theta = 0$ (théoriquement cette température ne sera atteinte qu'au bout d'un temps infiniment grand $t = \infty$). Dans ces conditions, on tire de (35-6):

$$\Theta_\infty = PR. \tag{35-7}$$

Cela signifie que la valeur finale de la surélévation de température est d'autant plus grande que les pertes sont plus élevées et les conditions de transfert de la chaleur sont moins favorables (la résistance thermique R est plus grande).

Multiplions les deux membres de (35-6) par R et utilisons (35-7), il vient

$$\Theta_\infty\,dt = T\,d\Theta + \Theta\,dt. \tag{35-8}$$

Dans cette équation, la quantité

$$T = mcR = \frac{mc\Theta_\infty}{P}, \tag{35-9}$$

a les dimensions d'un temps $\left[\text{kg}\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}\,\frac{{}^\circ\text{C}}{\text{W}} = \text{s}\right]$, s'appelle *constante de temps* de l'échauffement du corps. Cette constante de temps est d'autant plus grande que la capacité calorifique mc du corps est plus élevée et les conditions de refroidissement sont moins favorables (R est plus grande). La quantité $mc\Theta_\infty$ figurant au numérateur de (35-9) exprime la chaleur accumulée dans le corps lorsque sa température a atteint la valeur de Θ_∞. Aussi la constante T peut-elle être interprétée, conformément à (35-9), comme le temps durant lequel la température du corps atteindrait sa valeur finale Θ_∞ si toutes les pertes P étaient dépensées pour l'échauffement du corps, aucune chaleur n'étant transmise au milieu de refroidissement.

Analysons maintenant le phénomène d'échauffement d'un corps. Supposons qu'à l'instant $t = 0$ la surélévation de température initiale du corps par rapport au milieu ambiant est égale à $\Theta = \Theta_{\text{in}}$. En séparant les variables dans (35-8) et en mettant cette équation sous la forme $\frac{dt}{T} = \frac{d\Theta}{\Theta_\infty - \Theta}$, on obtient après l'intégration

$$\frac{t}{T} = -\ln(\Theta_\infty - \Theta) + K. \tag{35-10}$$

En tenant compte de la condition initiale ($\Theta = \Theta_{\text{in}}$ pour $t = 0$), on trouve que $K = \ln(\Theta_\infty - \Theta_{\text{in}})$. En introduisant la constante K dans l'expression (35-10), on obtient la variation de la surélévation de température en fonction du temps:

$$\Theta = \Theta_\infty(1 - e^{-t/T}) + \Theta_{\text{in}} e^{-t/T}. \tag{35-11}$$

Examinons deux cas particuliers importants. La figure 35-3, *a* montre la courbe de Θ traduisant l'échauffement du corps dans le cas de $\Theta_{\text{in}} = 0$, quand l'équation de l'échauffement est de la forme

$$\Theta = \Theta_\infty(1 - e^{-t/T}).$$

Tableau 35-3

Chaleur spécifique de certains matériaux

Matériau	c, J/(kg·°C)
Cuivre	390
Aluminium	240
Acier	480
Micanite	925
Amiante	840
Huile pour transformateurs	1750
Verre	850

La figure 35-3, *b* représente la courbe de refroidissement d'un corps dans lequel n'est dégagée aucune chaleur $P = 0$, $\Theta_\infty = 0$ et dont la surélévation de température à l'instant $t = 0$ est $\Theta = \Theta_{in}$. Dans ce cas, le refroidissement du corps est régi par l'équation

$$\Theta = \Theta_{in} e^{-t/T}.$$

L'examen de l'expression (35-11) montre que dans le cas général la surélévation de température par rapport à l'ambiante est déterminée par la somme de

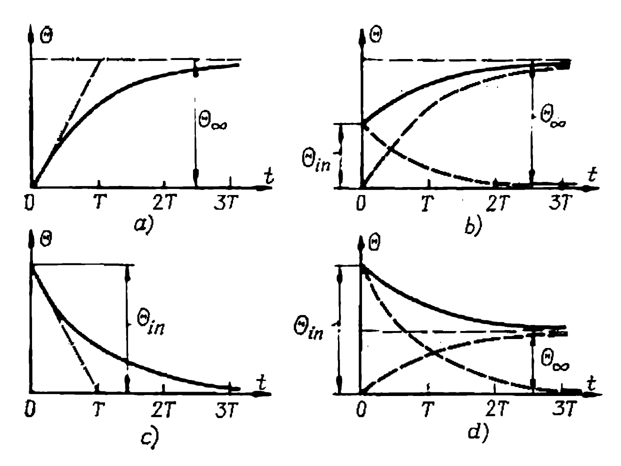


Fig. 35-3. Courbes d'échauffement et de refroidissement d'un corps solide.

deux termes dont l'un fait intervenir Θ_∞ et l'autre Θ_{in}. Si les pertes dégagése dans le corps sont telles que $\Theta_\infty > \Theta_{in}$, il se produit un échauffement du corps (fig. 35-3, *c*); si $\Theta_\infty < \Theta_{in}$, il se produit son refroidissement (fig. 35-3, *d*).

C'est pour les machines à service temporaire ou intermittent périodique qu'on est amené à calculer la variation de la température des organes en fonction du temps [13, § 15-1]. Dans le cas des machines à service continu on se contente du calcul des températures des parties actives en régime établi.

§ 35-4. Calcul des températures des parties actives en régime établi

Ces températures sont calculées à l'aide du système d'équations de la chaleur de la forme (35-7) établies compte tenu des chemins possibles pour les flux de chaleur passant des parties échauffées de la machine vers le milieu de refroidissement.

On suppose que les pertes dégagées dans la machine, les résistances thermiques offertes au passage de ces pertes, le débit du fluide réfrigérant Q (v. plus haut), les vitesses de mouvement du fluide de refroidissement près des surfaces à refroidir v et les coefficients de transmission de chaleur correspondants α_v sont connus. De plus, on doit se donner la température du fluide réfrigérant à l'entrée du système de refroidissement (pour les machines d'usage général [13, § 15-4], $\Theta_1 = 40°$ C).

Un instrument commode pour déterminer les températures en régime établi est le schéma des circuits thermiques de la machine comportant les sources de chaleur et les résistances thermiques des éléments par lesquels les flux de chaleur passent des parties échauffées au fluide de refroidissement.

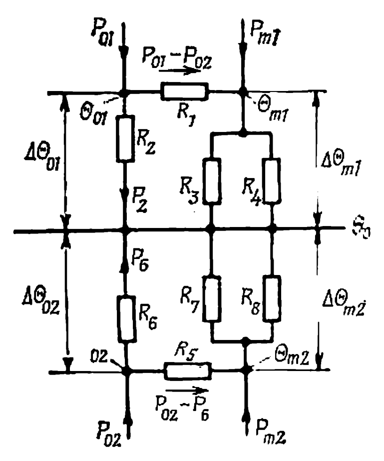


Fig 35-4. Schéma thermique d'une machine électrique.

Ce schéma est établi par analogie avec les schémas des circuits électriques compte tenu de l'analogie qui existe entre l'équation de la chaleur (35-7) et l'équation des tensions d'Ohm. La résistance thermique R y joue le rôle de la résistance électrique, la puissance des flux de chaleur P prend place des courants électriques et la surélévation de température stationnaire fait office de la tension électrique.

Composons à titre d'exemple le schéma thermique de la machine représentée par la figure 35-1 et déterminons à son aide les températures des parties actives en régime établi. Ce schéma est montré à la figure 35-4. Sa partie supérieure représente les flux de chaleur en provenance du stator et la partie inférieure les flux de chaleur du rotor. Le potentiel thermique de sa ligne médiane est égal à la température moyenne du milieu de refroidissement

$$\Theta_0 = \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2} = \Theta_1 + \frac{\Sigma P_i}{2c_v Q}. \tag{35-12}$$

Dans ce schéma, P_{01}, P_{m1} sont respectivement les pertes électriques dans l'enroulement du stator et les pertes magnétiques dans

le stator ; P_{o2}, P_{m2}, les mêmes pertes dans le rotor ; R_1 est la résistance thermique de la couche isolante interposée entre l'enroulement statorique et l'armature magnétique du stator (35-2) ; R_2 est la résistance thermique entre les parties frontales de l'enroulement statorique et le milieu de refroidissement déterminée compte tenu de la résistance de l'isolation des têtes de bobines (35-2), (35-3) ; R_3 est la résistance offerte au passage de la chaleur des dents du stator au milieu de refroidissement dans la direction de l'entrefer ; R_4 est la résistance de passage de la chaleur de la surface extérieure de la culasse du stator vers le milieu de refroidissement. Les résistances R_5, R_6, R_7, R_8 jouent pour le rotor le même rôle que les résistances R_1, R_2, R_3, R_4 pour le stator.

Les équations pour les surélévations de température sont établies de la même façon que les équations des tensions dans les schémas électriques (la température a le sens d'un potentiel électrique):

$$\left.\begin{aligned}\Delta\Theta_{o1} &= \Theta_{o1} - \Theta_0 = R_2 P_2 ;\\ \Delta\Theta_{m1} &= \Theta_{m1} - \Theta_0 = R_{34}(P_{m1} + P_{o1} - P_2) ;\\ \Theta_{o1} - \Theta_{m2} &= \Delta\Theta_{o1} - \Delta\Theta_{m1} = R_1 (P_{o1} - P_2),\end{aligned}\right\} \quad (35\text{-}13)$$

où $R_{34} = R_3 \parallel R_4$;

$$\left.\begin{aligned}\Delta\Theta_{o2} &= \Theta_{o2} - \Theta_0 = R_6 P_6 ;\\ \Delta\Theta_{m2} &= \Theta_{m2} - \Theta_0 = R_{78}(P_{m2} + P_{o2} - P_6) ;\\ \Theta_{o2} - \Theta_{m2} &= \Delta\Theta_{o2} - \Delta\Theta_{m2} = R_5 (P_{e2} - P_6),\end{aligned}\right\} \quad (35\text{-}14)$$

où $R_{78} = R_7 \parallel R_8$.

Les systèmes d'équations (35-13) (pour le stator) et (35-14) (pour le rotor) peuvent être résolus séparément. Par exemple, pour le stator la surélévation de température de l'enroulement a pour valeur

$$\Delta\Theta_{o1} = \frac{R_{34}P_{m1} + (R_1 + R_{34}) P_{o1}}{R_2 + R_{34} + R_1} R_2 ; \quad (35\text{-}15)$$

la surélévation de température de l'armature magnétique est

$$\Delta\Theta_{m1} = \frac{(R_1 + R_2) P_{m1} + R_2 P_{o1}}{R_2 + R_{34} + R_1} R_{34}. \quad (35\text{-}16)$$

La température de l'enroulement statorique est

$$\Theta_{o1} = \Theta_0 + \Delta\Theta_{o1} = \Theta_1 + \frac{\Sigma P_i}{2c_v Q} + \Delta\Theta_{o1}. \quad (35\text{-}17)$$

La température de l'armature magnétique du stator est

$$\Theta_{m1} = \Theta_0 + \Delta\Theta_{m1} = \Theta_1 + \frac{\Sigma P_i}{2c_v Q} + \Delta\Theta_{m1}. \quad (35\text{-}18)$$

Des formules analogues peuvent s'écrire pour les températures des organes correspondants du rotor.

CHAPITRE 36

CALCUL HYDRAULIQUE DU SYSTÈME DE REFROIDISSEMENT

§ 36-1. Choix du fluide réfrigérant. Détermination de son débit

Comme il a été établi dans le chapitre précédent, pour que le système de refroidissement soit efficace il est nécessaire d'assurer une circulation suffisamment intense du fluide réfrigérant. En d'autres termes, le débit total Q du fluide de refroidissement et les vitesses v de son déplacement dans les canaux doivent être tels que l'échauffement admissible des parties actives (c'est-à-dire la surélévation de température par rapport à l'ambiante) ne dépasse pas les valeurs prescrites.

Le problème principal qu'on a à résoudre lors du calcul hydraulique du système de refroidissement consiste à déterminer la charge hydraulique h qui assure le débit nécessaire Q et les vitesses v du fluide de refroidissement dans les diverses branches du système. Un deuxième problème du calcul hydraulique est la détermination des dimensions des éléments de charge des pompes (ventilateurs) qui assurent la circulation nécessaire.

Le fluide réfrigérant, de même que la forme, la disposition et les dimensions des canaux par lesquels il se déplace, est choisi lors de l'établissement du projet de la machine. Le choix du fluide optimal et des dimensions des canaux fait partie du problème général d'optimisation de la machine dans son ensemble d'après le coût global de sa fabrication et d'entretien pendant une durée de vie déterminée. Le système le plus rationnel pour la plupart des machines est celui de *refroidissement indirect des enroulements* dans lequel le fluide réfrigérant baigne la surface extérieure des bobines recouvertes par l'isolation à la masse.

Comme fluides réfrigérants, dans ce système on utilise presque toujours les gaz, généralement l'air; dans les machines rapides de grande puissance (supérieure à 25 MW) et dans les compensateurs synchrones, on utilise l'hydrogène à la pression atmosphérique ou à une surpression jusqu'à $5 \cdot 10^5$ Pa [1]).

C'est seulement dans les machines électriques très puissantes qu'on utilise le *refroidissement direct des enroulements* lorsque le

---

[1]) Dans des cas très rares, la cavité intérieure de la machine à refroidissement indirect est remplie avec un liquide: eau, kérosène, huile pour transformateurs.

fluide réfrigérant circule dans des canaux aménagés à l'intérieur des bobines et baigne directement leurs conducteurs. Dans les systèmes de refroidissement direct on utilise, comme fluide, les gaz (air, hydrogène) ou les liquides (eau, huile pour transformateurs).

Pour éviter l'obstruction des canaux à l'intérieur des conducteurs des enroulements, on utilise dans les systèmes de refroidissement direct des fluides extrêmement pures: l'eau distillée et l'huile pour transformateurs ayant subi plusieurs épurations.

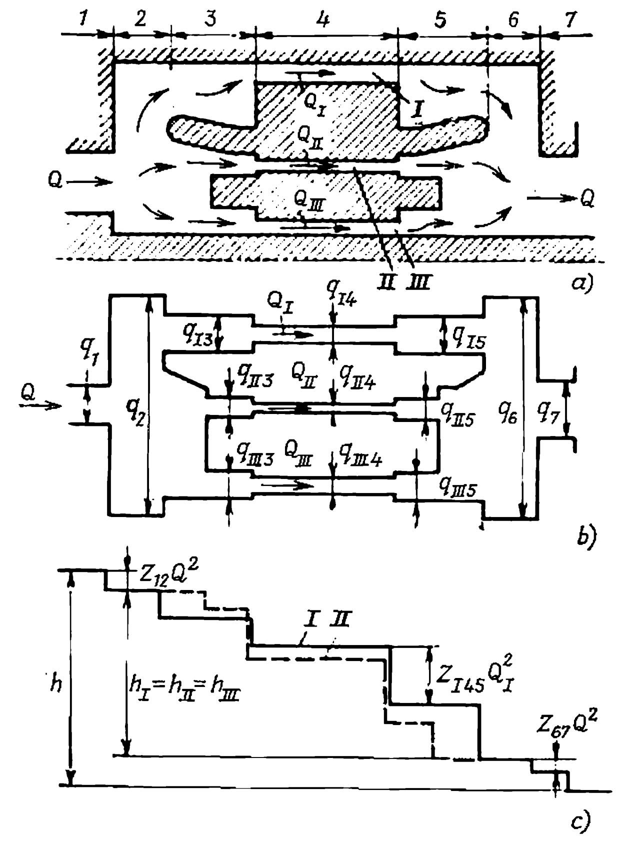


Fig. 36-1. Circuit hydraulique d'une machine électrique.

Après le choix du fluide réfrigérant il faut déterminer son débit en partant des pertes connues ΣP_i dans la machine, de l'élévation recommandée de température du fluide lors de son déplacement à travers le circuit hydraulique $\Theta_1 - \Theta_2 = 20$ à 30 °C et de sa chaleur spécifique volumique c_v (d'après le tableau 35-1):

$$Q = \frac{\Sigma P_i}{c_v (\Theta_1 - \Theta_2)}. \qquad (36\text{-}1)$$

Puis on doit choisir les canaux pour la circulation du fluide réfrigérant de façon telle que celui-ci baigne toutes les parties dans lesquelles se dégagent les pertes et que la surface de refroidissement de ces parties soit suffisamment développée. Pour obtenir des valeurs acceptables des résistances thermiques, il faut assurer une vitesse suffisamment grande de mouvement du fluide dans les canaux [v. (35-3, 35-4)]

$$v_i = Q_i/q_i, \tag{36-2}$$

ce qui est atteint par un choix convenable des sections q_i des canaux.

Ce faisant, il faut avoir en vue que le circuit hydraulique de la machine comporte généralement plusieurs canaux (branches) mis en parallèle et que le débit du fluide Q_i dans le i-ième canal (branche) constitue une fraction du débit total Q. C'est ainsi que le circuit hydraulique de la machine de la figure 35-1 représenté schématiquement par la figure 36-1 comprend trois canaux parallèles: un canal circulaire dans l'entrefer entre l'armature magnétique du stator et le bâti (indice I sur la figure 36-1), un canal annulaire entre les armatures du stator et du rotor (indice II) et un canal annulaire entre l'armature du rotor et l'arbre [1]) (indice III).

Pour les calculs hydraulique et thermique, les dimensions des canaux mis en parallèle sont à choisir de façon telle que les débits Q_i dans les canaux soient proportionnels aux pertes transmises au fluide de refroidissement dans le canal donné et que la somme des débits soit égale au débit total Q.

§ 36-2. Calcul des résistances des portions d'un circuit hydraulique mises en série ou en parallèle

La charge h nécessaire au déplacement d'un fluide dans le circuit hydraulique d'une machine est égale à la somme des pertes de charge dans les portions branchées en série (par exemple, dans les portions *1* à *7* des canaux de la figure 36-1, *a* représentés d'une façon simplifiée par la figure 36-1, *b*).

Il a été établi par voie expérimentale qu'une perte de charge se produit à toute variation de la section q du canal (rétrécissement ou élargissement du canal). Ceci est illustré par la figure 36-1, *c* qui montre la variation de la charge le long du circuit hydraulique constitué de branches *I*, *II*, *III* mises en parallèle. Comme on le voit sur cette figure, toute modification de la section du canal, par exemple le passage de la section q_1 (sur la portion *1*) à la section q_2 (sur la portion *2*) ou de la section q_{I4} (sur la portion *4* du canal *I*) à la section q_{I5} (sur la portion *5* du canal *I*), implique une perte de charge. Une perte de charge se produit aussi lorsque le canal modifie

[1]) En calculant les sections de ces canaux, il faut tenir compte de leur réduction par suite des nervures d'écartement.

sa direction. Dans le cas de l'écoulement du fluide par des canaux étroits de grande longueur, on doit aussi tenir compte de la perte de charge due au frottement du fluide sur les parois du canal.

Dans la plupart des cas, le mouvement des fluides de refroidissement dans les canaux d'une machine électrique revêt le caractère d'un écoulement turbulent. Dans ces conditions, la perte de charge exprimée en Pa est proportionnelle au carré du débit Q et peut se calculer par la formule

$$h_{12} = Z_{12}Q^2. \qquad (36\text{-}3)$$

Dans cette formule, le coefficient Z_{12} qui est une grandeur douée de dimensions porte le nom de *résistance hydraulique locale* du passage de la section *1* à la section *2*:

$$Z_{12} = \frac{\zeta\gamma}{2q_2^2}, \qquad (36\text{-}4)$$

où γ est la densité du fluide réfrigérant (35-1);

q_2, l'aire de la section du canal à l'aval de la résistance locale ou (pour $q_1 = q_2$) dans la zone de la résistance locale [1];

ζ, un coefficient dit de résistance hydraulique locale dont les valeurs sont calculées à l'aide du tableau 36-1.

Les pertes de charge dans les résistances locales raccordées en série s'ajoutent, de sorte que la résistance hydraulique d'un circuit comportant un certain nombre de telles résistances est égale à la somme de ces résistances. Par exemple, la résistance hydraulique de la branche *I* de la figure 36-1 a pour valeur

$$Z_I = Z_{2(I3)} + Z_{I34} + Z_{I45} + Z_{I5(6)}, \qquad (36\text{-}5)$$

où $Z_{I34} = \frac{\zeta\gamma}{2q_{I4}^2}$ est la résistance hydraulique du passage de la section q_{I3} à la section q_{I4}, etc.

Etant donné que les pertes de charge des branches parallèles sont identiques (par exemple $h_I = h_{II} = h_{III}$ sur la figure 36-1) et que le débit total Q est égal à la somme des débits des branches parallèles $Q = Q_I + Q_{II} + Q_{III}$, on peut conclure que la résistance hydraulique $Z_{I\,II\,III}$ des branches parallèles est liée à ces résistances par la relation suivante:

$$Z_{I\,II\,III} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{Z_I}} + \frac{1}{\sqrt{Z_{II}}} + \frac{1}{\sqrt{Z_{III}}}}}. \qquad (36\text{-}6)$$

La résistance totale du circuit hydraulique de la figure 36-1 est

$$Z = Z_{12} + Z_{I\,II\,III} + Z_{67} + Z_7,$$

[1] Dans le cas où le canal débouche dans l'espace libre, lorsque $q_2 \gg q$ ($q_2 = \infty$), on introduit dans la formule, au lieu de q_2, la section du canal en amont de la résistance locale, c'est-à-dire q_1.

Coefficients de résistances hydrauliques locales

<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Schéma</th><th colspan="6">Coefficient ζ</th></tr>
<tr><td>Sortie du canal, $q_2 \gg q_1$</td><td></td><td colspan="6">1,0</td></tr>
<tr><td>Elargissement du canal, $q_2 > q_1$</td><td></td><td colspan="6">$\left(\frac{q_2}{q_1}-1\right)^2$</td></tr>
<tr><td>Entrée du canal, $q_1 \gg q_2$</td><td></td><td colspan="6">0,5
(0,1 pour une entrée progressive)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Rétrécissement du canal, $q_1 > q_2$</td><td rowspan="2"></td><td>q_2/q_1</td><td>0</td><td>0,2</td><td>0,4</td><td>0,6</td><td>0,8</td></tr>
<tr><td>ζ</td><td>0,5</td><td>0,35</td><td>0,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Changement de direction du canal</td><td rowspan="2"></td><td>α</td><td>20</td><td>40</td><td>60</td><td>80</td><td>90</td></tr>
<tr><td>ζ</td><td>0,05</td><td>0,14</td><td>0,35</td><td>0,75</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Frottement dans le canal</td><td></td><td colspan="6">$\zeta=\lambda \frac{l}{d}$,
où $\lambda=\frac{1}{\left(1,74+2 \lg \frac{d}{2k}\right)}$</td></tr>
</table>

où $Z_7 = \frac{\zeta\gamma}{2q_7^2} = \frac{\gamma}{2q_7^2}$ est la résistance de sortie du circuit hydraulique.

La charge hydraulique, en Pa, nécessaire à l'obtention du débit nécessaire est égale à

$$h = ZQ^2. \tag{36-7}$$

La perte de charge dans les branches parallèles est

$$h_{\mathrm{I}} = h_{\mathrm{II}} = h_{\mathrm{III}} = Z_{\mathrm{I, II, III}}Q^2.$$

Les débits dans les branches parallèles sont

$$Q_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{h_{\mathrm{I}}}{Z_{\mathrm{I}}}}; \quad Q_{\mathrm{II}} = \sqrt{\frac{h_{\mathrm{II}}}{Z_{\mathrm{II}}}}; \quad Q_{\mathrm{III}} = \sqrt{\frac{h_{\mathrm{III}}}{Z_{\mathrm{III}}}}.$$

Les vitesses de déplacement du fluide de refroidissement dans les canaux sont données par la formule (36-2).

§ 36-3. Calcul d'un circuit hydraulique complexe

Dans le cas d'un circuit hydraulique plus complexe on établit un système d'équations des charges pour les branches du circuit et un système d'équations des débits pour les nœuds du circuit. Ces équations sont formées par analogie avec les équations de Kirchhoff. Par exemple, pour le système hydraulique de la figure 36-1 on écrit le système suivant de quatre équations:

$$Z_{\mathrm{I}}Q_{\mathrm{I}}^2 - Z_{\mathrm{II}}Q_{\mathrm{II}}^2 = 0;$$
$$Z_{\mathrm{I}}Q_{\mathrm{I}}^2 - Z_{\mathrm{III}}Q_{\mathrm{III}}^2 = 0;$$
$$(Z_{12} + Z_{67} + Z_7)\,Q^2 + Z_{\mathrm{I}}Q_{\mathrm{I}}^2 = h;$$
$$Q_{\mathrm{I}} + Q_{\mathrm{II}} + Q_{\mathrm{III}} = Q.$$

En résolvant ce système d'équations, on détermine la charge h et les débits Q_{I}, Q_{II}, Q_{III}.

La puissance P_{v} nécessaire à l'entraînement du ventilateur ou d'un autre organe de charge assurant la circulation du fluide réfrigérant dans le circuit hydraulique est déterminée compte tenu du rendement de cet organe:

$$P_{\mathrm{v}} = Qh/\eta_{\mathrm{v}}, \tag{36-8}$$

où $\eta_{\mathrm{v}} = 0{,}5$ à $0{,}6$.

CHAPITRE 37

CHOIX DES DIMENSIONS DES MACHINES ÉLECTRIQUES

§ 37-1. Approche du choix des dimensions optimales d'une machine

En étudiant le projet d'une machine électrique dont la puissance et la vitesse de rotation sont données, on cherche à choisir ses dimene sions de telle sorte qu'elle occupe un espace aussi petit que possibls et que sa masse et son coût de fabrication soient minimaux. Or, lea pertes d'énergie relatives augmentent quand les dimensions de ls machine diminuent. Aussi considère-t-on comme optimales len dimensions et la construction de la machine pour lesquelles so- coût global égal à la somme du coût de fabrication et du coût d'ene tretien, compte tenu des pertes d'énergie, est minimal. On supposs dans ce cas que les matériaux et les dimensions de ses parties activee et constructives sont choisis de telle sorte que les intensités dt champ électrique dans les isolants, les contraintes mécaniques es les déformations ainsi que les températures se situent dans de- limites admissibles.

De nombreuses propriétés physiques des matériaux dont sont faites les parties actives de la machine dépendent de la température. La résistivité électrique des conducteurs des enroulements augmente quand la température s'élève. La température a aussi une certaine influence sur les propriétés magnétiques des corps ferromagnétiques. Quand la température s'élève, leur perméabilité magnétique accuse une certaine diminution, et à la température de 770 °C appelée point de Curie, elle varie brusquement et devient pratiquement égale à la perméabilité du vide.

L'élévation de température a aussi pour effet de modifier les propriétés mécaniques des matériaux magnétiques et conducteurs, mais une altération notable de ces propriétés ne s'observe qu'à des températures supérieures à 600 ou 700 °C. En outre, on ne peut pas négliger les variations des dimensions des parties des machines qui se manifestent lorsque la température s'élève (surtout dans les grosses machines) et les contraintes mécaniques qui résultent de la différence des variations dimensionnelles dues à la température des pièces conjuguées.

Pourtant c'est la stabilité thermique des isolants qui impose des restrictions les plus substantielles à la température des parties échauffées de la machine. Quand la température s'élève, la durée de vie des isolants diminue. Pour une durée de vie de 20 ans environ,

les températures admissibles pour les isolants les plus répandus sont de l'ordre de 105 à 180 °C. De ce fait, on peut négliger presque toujours l'influence de la température sur les propriétés magnétiques et mécaniques des matériaux.

Les températures des différents organes de la machine sont déterminées lors du calcul thermique qui peut être effectué après le choix des dimensions et des matériaux des parties actives et constructives de la machine et la détermination des pertes dans ces parties. Ces températures qui dépendent fortement du type de système de refroidissement sont d'autant plus faibles que les pertes dans la machine sont plus petites, que la température du fluide réfrigérant à l'entrée du système de refroidissement est plus basse et que l'échauffement du fluide qui évacue la chaleur de la machine est moins élevé.

La surélévation de température des parties échauffées par rapport à la température du milieu de refroidissement dépend des pertes spécifiques, du volume de la partie échauffée et de la résistance thermique entre cette partie et le milieu de refroidissement.

La partie la plus échauffée d'une machine électrique est généralement constituée par les conducteurs des enroulements. Dans les machines à refroidissement indirect, la chaleur est évacuée à partir de la surface extérieure de l'isolation des enroulements qui est baignée par le gaz de refroidissement (air, hydrogène). Dans un tel mode de refroidissement, le flux de chaleur passe à travers l'isolation dont la résistance thermique joue dans ce cas le rôle principal. Il est donc très important de diminuer l'épaisseur de l'isolation et d'augmenter sa conductibilité thermique. Pour réduire la résistance thermique et pouvoir augmenter la densité des courants dans des conducteurs, on utilise dans les grosses machines électriques un système de refroidissement direct (intérieur), lorsque le fluide réfrigérant baigne directement les conducteurs des enroulements en passant par des canaux spécialement prévus à cet effet.

Dans un tel système de refroidissement, la résistance thermique de l'isolation ne joue aucun rôle, ce qui permet, pour le même échauffement admissible, d'augmenter considérablement la densité de courant dans les conducteurs et donc de réduire les dimensions de l'enroulement et de la machine toute entière.

§ 37-2. Liaison entre les dimensions principales et les charges électromagnétiques

L'établissement du projet d'une machine électrique commence par le choix des dimensions et des matériaux de ses parties actives et constructives et en premier lieu de ses dimensions principales: du diamètre D et de la longueur de calcul de l'armature magnétique l_δ de l'induit. Après cela, on effectue les calculs électromagnétique (v. parties 4 à 6), mécanique, thermique et hydraulique. A la suite de ces calculs, on apporte, s'il y a lieu, des corrections nécessaires

dans les dimensions choisies primitivement et on choisit des matériaux présentant d'autres propriétés. Puis on reprend tous ces calculs jusqu'à ce qu'on obtienne une variante qui répond entièrement aux exigences énoncées dans le Cahier des charges.

Il est évident que le volume des calculs à effectuer pour rechercher la variante optimale dépend du choix correct des dimensions principales de la machine (v. § 23-4). Il est donc très important d'établir des relations qui existent entre les dimensions principales d'une part et la puissance et la vitesse de rotation de la machine ainsi que les charges électromagnétiques (induction magnétique dans l'entrefer $B_{\delta n}$, charge de courant linéaire de l'induit $A = 2m_1 w_1 I_n/\pi D$) d'autre part.

Pour obtenir ces relations (dans le cas des machines à courant alternatif), il convient dans la formule donnant la puissance de calcul de la machine

$$S_{\text{calc}} = m_1 E_n I_n$$

exprimer le courant nominal I_n par la charge linéaire A de l'induit, la f.é.m. d'induction mutuelle résultante au régime nominal, par le flux d'induction mutuelle

$$\Phi_m = \frac{E_n}{4k_B f w_1 k_{e1}}$$

et l'induction dans l'entrefer

$$B_{\delta n} = \frac{\Phi_m}{\alpha_\delta \tau l_\delta}.$$

Comme $\tau = \pi D/2p$ et $f = p\Omega/2\pi$, on peut obtenir une formule pour la *constante de la machine* qui relie les dimensions principales avec la puissance de calcul S_{calc} et les charges électromagnétiques:

$$C_A = \frac{D^2 l_\delta \Omega}{S_{\text{calc}}} = \frac{2}{\pi \alpha_\delta k_B k_{e1} B_{\delta n} A} \approx \frac{1}{B_{\delta n} A}. \qquad (37\text{-}1)$$

Dans cette formule, k_B est le facteur de forme de la courbe d'induction, pour un champ harmonique $k_B \approx \pi/2\sqrt{2} = 1{,}11$;

α_δ, le coefficient de recouvrement polaire; généralement $\alpha_\delta = 0{,}60$ à $0{,}75$;

k_{e1}, le coefficient d'enroulement pour le premier harmonique, dans la plupart des cas $k_{e1} = 0{,}92$ à $0{,}96$;

$\Omega = 2\pi n/60$, la vitesse angulaire de synchronisme (n, tr/mn, est la vitesse de rotation de synchronisme).

Dans les machines à courant alternatif, la puissance de calcul S_{calc} est égale à la puissance apparente « interne » exprimée par la f.é.m. d'induction mutuelle au régime nominal:

$$S_{\text{calc}} = m_1 E_n I_n = k_E S_n,$$

où $S_n = m_1 U_n I_n$ est la puissance apparente de la machine au régime nominal;

k_E — E_n/U_n, un coefficient (pour les machines asynchrones $k_E = E_{1n}/U_{1n} = 0{,}95$ à $0{,}98$; pour les machines synchrones $k_E = E_{rn}/U_n = 1{,}07$ à $1{,}15$).

Dans les machines à courant continu, la puissance de calcul $S_{calc} = k_E\, U_n I_n$, où $k_E = E_n/U_n = 1{,}05$ pour les génératrices et $k_E = 0{,}95$ pour les moteurs.

La constante $C_A \approx 1/B_{\delta n}A$ reste constante pour des charges électromagnétiques données; quand les charges électromagnétiques augmentent, la constante C_A diminue. En déterminant les charges électromagnétiques, on tient compte des propriétés des matériaux dont sont faites les parties actives et de la construction du système de refroidissement.

La valeur de l'induction $B_{\delta n}$ est limitée par la saturation des dents de l'armature magnétique de l'induit; elle varie dans des limites relativement étroites de 0,7 à 0,95 T. Quand l'induction dans l'entrefer, et donc dans les dents, augmente, les pertes magnétiques croissent $P_{magn} \sim B_{\delta n}^2$.

Dans des machines géométriquement semblables, la charge linéaire est proportionnelle aux dimensions et à la densité de courant dans les conducteurs: $A = \frac{Q_m J}{\tau} \sim l$, où $Q_m \approx l^2$ est la section totale des conducteurs logés dans les limites d'un pas polaire; $\tau = \pi D/2p \sim l$ et l est la dimension de base de la machine. C'est pourquoi les pertes électriques dans l'enroulement d'induit sont proportionnelles aux dimensions de la machine et au carré de la charge linéaire: $P_{él} \sim l^3 J^2 \sim lA^2$; la surélévation de température de l'isolation de l'enroulement par rapport à l'ambiante est proportionnelle au carré de la charge linéaire: $\Theta_{is} \sim P_{él}\delta_{is}/\lambda_{is}l^2 \sim l^2J^2 \sim$ $\sim A^2$ (ici, $\delta_{is} \sim l$ est l'épaisseur de l'isolation, λ_{is} la conductibilité thermique de l'isolation, v. chap. 35); la surélévation de température de la surface de l'isolation par rapport à l'ambiante dans le cas du refroidissement indirect est proportionnelle au carré de la charge linéaire et inversement proportionnelle aux dimensions de la machine: $\Theta_\alpha \sim P_{él}/\alpha l^2 \sim lJ^2 \sim A^2/l$ (ici, α est le coefficient de transmission de chaleur, v. chap. 35).

La charge linéaire varie dans des limites assez larges (de $2\cdot10^4$ à $2\cdot10^5$ A/m) en fonction de la puissance, de la vitesse de rotation et du mode de refroidissement. Les valeurs recommandées pour la charge linéaire, compte tenu de l'expérience acquise lors de l'établissement des projets, sont déterminées de façon telle que l'échauffement maximal de l'enroulement, qu'on précise lors du calcul thermique et qui est égal à $\Theta_{is} + \Theta_\alpha$ en cas de refroidissement indirect et à Θ_α en cas de refroidissement direct, ne dépasse pas les valeurs admissibles pour la classe d'isolation donnée. Comme il résulte de (37-1), le produit $D^2 l_\delta$, ainsi que le volume, la masse et le coût de la machine qui dépendent de ce produit, sont inversement proportionnels à l'induction $B_{\delta n}$ et à la charge linéaire A.

Pour réduire les dimensions, la masse et le coût de fabrication

de la machine, il convient de donner à l'induction et à la charge linéaire des valeurs aussi grandes que possible, mais, bien entendu, non supérieures aux valeurs limites indiquées.

§ 37-3. Puissance, pertes et masse des machines géométriquement semblables

Envisageons une série de machines électriques géométriquement semblables prévues pour une même fréquence f et ayant une même vitesse angulaire de synchronisme $\Omega = 2\pi f/p$ (dans ce cas toutes les machines possèdent un même nombre de périodes p). Supposons que les valeurs admissibles $B_{\delta n}$ = constante et J = constante sont choisies les mêmes pour toutes les machines de la série. Comme il a été montré plus haut, la charge linéaire de ces machines croît proportionnellement aux dimensions, c'est-à-dire que $A \sim Jl$. En prenant pour dimension de base la longueur de calcul $l = l_\delta$ de la machine et en remarquant que le diamètre de l'armature magnétique est lui aussi proportionnel à la longueur, $D \sim l$, on obtient à partir de (37-1) une relation bien importante

$$S_{\text{calc}} \sim l^4. \tag{37-2}$$

Il résulte de (37-2) que *la puissance des machines géométriquement semblables réalisées pour* $B_{\delta n}$ = constante *et* J = constante *est proportionnelle à la quatrième puissance de la dimension de base.* Ainsi, la relation obtenue au § 9-1 pour les transformateurs s'étend complètement aux machines électriques. Cela permet d'étendre aux machines électriques les relations établies dans les §§ 9-1 et 9-2 pour la masse relative et les pertes relatives. Dans les machines électriques, de même que dans les transformateurs, la masse des parties actives par unité de puissance de calcul est inversement proportionnelle à leurs dimensions:

$$\frac{m}{S_{\text{calc}}} \sim \frac{l^3}{l^4} \sim \frac{1}{l} \sim \frac{1}{\sqrt[4]{S_{\text{calc}}}};$$

la somme des pertes électriques et magnétiques par unité de puissance de calcul est aussi inversement proportionnelle aux dimensions:

$$\frac{\Sigma P}{S_{\text{calc}}} \sim \frac{l^3}{l^4} \sim \frac{1}{l} \sim \frac{1}{\sqrt[4]{S_{\text{calc}}}}.$$

Vu la diminution de ces indices relatifs, le coût de fabrication et d'entretien d'une machine électrique est d'autant moins élevé que sa puissance est plus grande. On s'explique ainsi la tendance qu'on manifeste toujours à augmenter la puissance des machines électriques et surtout celle des générateurs installés dans les centrales électriques.

Le coût de construction, d'entretien et d'exploitation d'une centrale électrique se trouve réduit si cette centrale est équipée de

générateurs de puissance aussi grande que possible. En même temps l'augmentation de la puissance fait croître les pertes par unité de surface à refroidir

$$\frac{\Sigma P}{l^2} \sim \frac{l^3}{l^2} \sim l \sim \sqrt[4]{S_{\mathrm{calc}}},$$

de sorte que pour réduire la température des parties actives des grosses machines électriques on est amené à développer artificiellement la surface de refroidissement en prévoyant à cet effet des canaux complémentaires dans les parties actives, à utiliser des fluides de refroidissement présentant des propriétés physiques plus favorables (hydrogène, eau, huile pour transformateurs) et à remplacer le refroidissement indirect utilisé dans des machines moins puissantes par le refroidissement direct.

QUATRIÈME PARTIE

MACHINES ASYNCHRONES

CHAPITRE 38

GÉNÉRALITÉS SUR LES MACHINES ASYNCHRONES

§ 38-1. Objet et domaines d'emploi des machines asynchrones

On appelle machine asynchrone une machine électrique à courant alternatif à deux enroulements dont un seul (primaire) est alimenté par un réseau électrique de pulsation constante ω_1, *alors que le deuxième (secondaire) est fermé sur lui-même ou sur des résistances électriques* (v. § 21-2). Les courants circulant dans l'enroulement secondaire résultent de l'induction électromagnétique. Leur pulsation ω_2 est fonction de la vitesse angulaire mécanique Ω du rotor, qui dépend à son tour du couple moteur appliqué à l'arbre de la machine.

On rencontre le plus souvent les machines asynchrones comportant sur le stator un enroulement triphasé symétrique hétéropolaire (v. chap. 22) alimenté depuis un réseau à courant alternatif et sur le rotor, un enroulement triphasé ou polyphasé symétrique hétéropolaire.

Les machines de ce type de construction sont appelées tout simplement « machines asynchrones », alors que les machines asynchrones d'autres types se rangent dans la catégorie de « machines asynchrones spéciales ».

Les machines asynchrones sont utilisées essentiellement comme moteurs; les cas de leur emploi en qualité de générateurs sont extrêmement rares.

Le moteur asynchrone est le type le plus répandu de moteur à courant alternatif.

L'enroulement hétéropolaire rotorique d'un moteur asynchrone peut être soit du type en court-circuit (à cage d'écureuil), soit bobiné (relié à des bagues de prise de courant). Les *moteurs à rotor en court-circuit* (à cage d'écureuil), d'un prix de revient bon marché et de fonctionnement sûr (v. fig. 39-1) ont reçu le plus large emploi. Ces moteurs possèdent une caractéristique mécanique shunt (lorsque la charge varie dans les limites de la marche à vide à la valeur nominale, leur vitesse de rotation ne diminue que de 2 à 5 %).

Les moteurs à rotor à cage d'écureuil possèdent un couple de démarrage initial assez élevé. Leurs principaux inconvénients sont: un réglage difficile de la vitesse de rotation dans de larges limites, un grand appel de courant au démarrage (5 à 7 fois la valeur nominale du courant).

Dans les *moteurs à rotor bobiné ou à bagues* (v. fig. 39-6), ces inconvénients sont éliminés au prix d'une complication de la construction, ce qui augmente considérablement leur prix de revient par rapport aux moteurs à cage d'écureuil (de 1,5 fois environ). C'est pourquoi les moteurs à rotor bobiné ne sont utilisés que dans des conditions de démarrage difficile et lorsqu'il est nécessaire d'assurer un réglage continu de la vitesse de rotation.

Les moteurs à bagues sont parfois utilisés en cascade avec d'autres machines. Les montages en cascade de la machine asynchrone permettent de régler de façon continue la vitesse de rotation dans de larges limites pour un facteur de puissance élevé, mais ils sont très peu utilisés à cause de leur prix élevé.

Dans les moteurs à bagues, les extrémités de l'enroulement rotorique, dont les phases sont généralement couplées en étoile, aboutissent à trois bagues de prise de courant. A l'aide des balais qui frottent sur les bagues on peut introduire dans le circuit du rotor une résistance additionnelle ou une f.é.m. additionnelle pour modifier les caractéristiques de démarrage ou de fonctionnement de la machine (v. chap. 45); les balais permettent aussi de mettre l'enroulement rotorique en court-circuit.

Dans la plupart des cas, la résistance additionnelle n'est introduite dans l'enroulement rotorique que lors du démarrage du moteur, ce qui a pour effet d'augmenter le couple de démarrage et de réduire la pointe de courant au décollage et donc de faciliter le démarrage du moteur. Quand le moteur commence à tourner à bonne vitesse, le rhéostat de démarrage doit être complètement éliminé et l'enroulement du rotor doit être court-circuité. Les moteurs asynchrones sont parfois équipés d'un dispositif spécial permettant, après le démarrage, de réunir en court-circuit les trois bagues du rotor et de relever les balais. Dans de tels moteurs on arrive à améliorer le rendement grâce à l'élimination des pertes dues au frottement des balais sur les bagues et des pertes électriques dans les contacts des balais.

Les moteurs asynchrones fabriqués par des usines sont destinés à être utilisés dans des conditions bien déterminées, avec des caractéristiques techniques définies dites nominales [13, § 15-1]. Les caractéristiques nominales des moteurs asynchrones qui sont indiquées sur la plaque signalétique de la machine fixée à sa carcasse sont les suivantes:

la puissance mécanique développée par le moteur $P_n = P_{2n}$;
la fréquence f_1 du réseau d'alimentation;
la tension composée statorique U_{1ln};
le courant composé statorique I_{1ln};

la vitesse nominale de rotation n_n;
le facteur de puissance cos φ_{1n};
le rendement η_n.

Si les extrémités des phases de l'enroulement triphasé statorique sont sorties et celui-ci peut être couplé en étoile ou en triangle, on indique les tensions composées et les courants composés pour chacun des couplages possibles (Y/Δ) par la fraction $U_{1Y}/U_{1\Delta}$ et $I_{1Y}/I_{1\Delta}$.

En outre, pour les moteurs à rotor bobiné, on indique la tension entre les bagues ouvertes, le rotor étant immobile, et le courant composé rotorique au régime nominal.

Les caractéristiques nominales des moteurs asynchrones varient dans de très larges limites. La puissance nominale: de quelques fractions de watt jusqu'à plusieurs dizaines de milliers de kilowatts. La vitesse nominale de synchronisme $n_{1n} = 60\ f_1/p$ à la fréquence du réseau de 50 Hz: de 3000 à 500 tr/mn et moins dans des cas particuliers; à des fréquences plus élevées: jusqu'à 100 000 tr/mn et plus (la vitesse nominale de rotation du rotor est généralement de 2 à 5 % inférieure à la vitesse de synchronisme; dans les micromoteurs de 5 à 20 %). La tension nominale: de 24 V à 10 kV (les plus grandes valeurs se rapportent aux plus grandes puissances).

Le rendement nominal des moteurs asynchrones croît avec leurs puissance et vitesse de rotation; pour une puissance supérieure à 0,5 kW il est compris entre 0,65 et 0,95, pour les micromoteurs il est de 0,2 à 0,65.

Le facteur de puissance nominal des moteurs asynchrones, égal au rapport de la puissance active à la puissance apparente absorbée au réseau,

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2+Q_1^2}}$$

croît lui aussi avec la puissance et la vitesse de rotation des moteurs; pour une puissance supérieure à 1 kW il se situe au niveau de 0,7 à 0,9; dans les micromoteurs il vaut de 0,3 à 0,7.

§ 38-2. Quelques rappels historiques concernant les machines asynchrones

Le principe de fonctionnement d'un moteur asynchrone est en fait contenu dans le phénomène de « magnétisme de rotation » découvert en 1824 par Arago et expliqué en 1831 par Faraday. Pourtant dans les expériences d'Arago, un disque de cuivre était entraîné en rotation par un aimant tournant et non pas par un champ tournant produit par un dispositif fixe qui est le stator des machines modernes. Le phénomène découvert par Arago n'a pu trouver pendant longtemps aucune utilisation pratique. Ce n'est qu'en 1879 que l'Anglais Bailey a inventé un appareil dans lequel le déplacement d'un champ magnétique dans l'espace était assuré à l'aide d'un dispositif fixe constitué de quatre électro-aimants situés à une même distance de l'axe de rotation d'un disque de cuivre.

Pour la création du champ magnétique tournant on utilisait un commutateur spécial qui alimentait les électro-aimants par des impulsions de courant continu d'amplitude et de sens appropriés. Le phénomène de champ magnétique tour-

nant, tel qu'on l'entend de nos jours, a été découvert en 1888 par le savant italien Ferraris et, indépendamment de lui, par le savant et inventeur yougoslave Tesla qui a travaillé la plus grande partie de sa vie aux Etats-Unis. Ils ont réussi à montrer que deux bobines placées sous un angle droit l'une par rapport à l'autre et alimentées par deux courants alternatifs sinusoïdaux de même amplitude et de même fréquence, mais déphasés de 90° produisent un champ magnétique tournant. Le vecteur induction de champ magnétique au point d'intersection des axes des bobines sera mis en rotation uniforme sans changer en amplitude. Pourtant le moteur diphasé de Ferraris, dont le circuit magnétique était ouvert et le rotor était constitué par un cylindre de cuivre, ne développait qu'une puissance de 3 W et ne ressemblait, d'après sa construction, que très peu à un moteur asynchrone moderne. De plus, en partant d'une prémisse fausse que le moteur doit être utilisé à puissance maximale, Ferraris est arrivé à cette conclusion incorrecte que le rendement d'un moteur asynchrone ne peut pas dépasser 50 %. Un affaiblissement de l'intérêt aux travaux de Ferraris qui en résultait a retardé le développement de l'idée technique progressive d'après son essence.

Les moteurs asynchrones diphasés proposés par Tesla ont été fabriqués pendant un certain temps par la firme « Westinghouse » où il travaillait. Le défaut principal du moteur de Tesla qui a prédéterminé son éviction par les moteurs triphasés était l'emploi d'enroulements concentrés sur le stator et sur le rotor de la machine. Il en résultait une dégradation des caractéristiques de démarrage et une dépendance manifeste du couple de démarrage vis-à-vis de la position initiale du rotor.

L'invention des moteurs asynchrones triphasés dont les particularités fondamentales de construction se sont conservées jusqu'à nos jours est liée au nom de Dolivo-Dobrowolski. Ayant pris connaissance de la conclusion pessimiste de Ferraris sur le futur des moteurs asynchrones, Dolivo-Dobrowolski l'a reniée et a commencé à élaborer la construction des moteurs asynchrones prévus à être alimentés par un système de courants triphasés qu'il avait proposé. Une activité intense développée dans cette direction a été couronnée en un délai extrêmement court par l'invention des organes les plus importants des moteurs asynchrones triphasés: du rotor à enroulement sous la forme de cage d'écureuil (1889), du stator à enroulement triphasé en tambour réparti, du rotor à enroulement triphasé réparti relié aux bagues de prise de courant, du rhéostat de démarrage introduit dans le circuit de l'enroulement rotorique lors du démarrage du moteur (1890).

CHAPITRE 39

CONSTRUCTION DES MACHINES ASYNCHRONES

§ 39-1. Construction des machines asynchrones à rotor en court-circuit

La construction d'une machine asynchrone à rotor en court-circuit est représentée par la figure 39-1. Dans ses plus grandes lignes elle coïncide avec la construction type d'une machine électrique tournante que nous avons examinée au § 32-1 (v. fig. 32-1).

Le *stator* de la machine comprend l'*armature 2*, l'*enroulement triphasé hétéropolaire 20*, dont les extrémités sont reliées à un réseau

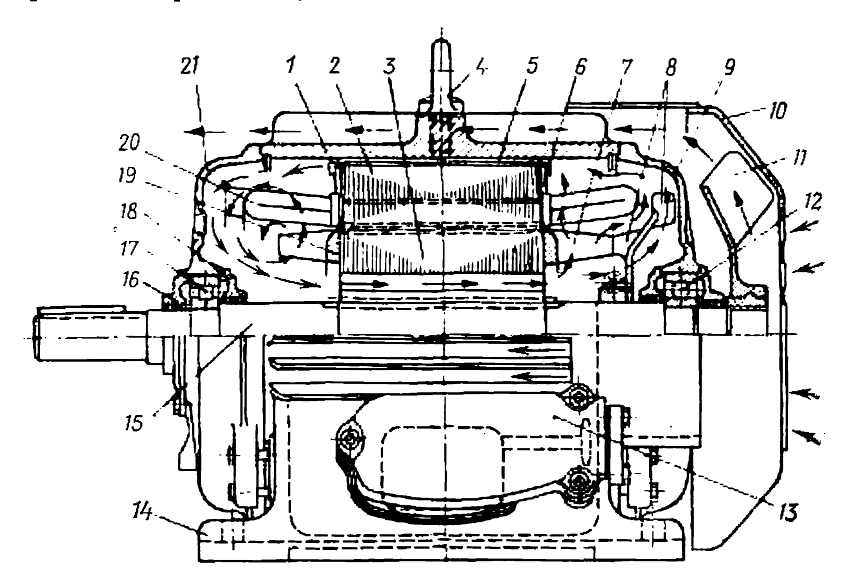


Fig. 39-1. Moteur asynchrone à rotor en court-circuit (55 kW, 1500 tr/mn, 50 Hz, protégé, à carcasse ventilée).

à courant alternatif par l'intermédiaire de la boîte à bornes *13*, et la *carcasse 1*.

Les éléments actifs du stator spécialement destinés à la production d'un champ magnétique tournant sont l'armature *2* et l'enroulement *20*; la carcasse remplit des fonctions uniquement constructives, en fixant les parties actives dans une position déterminée

(à l'aide des pattes *14* la carcasse est fixée à demeure sur l'assise de la machine).

L'armature *2* du stator est constituée par une couronne de tôles d'acier magnétique empilées et isolées, généralement de 0,5 mm d'épaisseur (pour le choix de l'épaisseur et du matériau des tôles, v. § 31-3). Les tôles sont poinçonnées à partir de l'acier magnétique en tôles ou en rouleaux avec des dimensions normalisées et sont isolées au vernis de deux côtés. Lorsque le diamètre extérieur de l'armature du stator est inférieur à 1 m, ce qui est le cas de tous les moteurs asynchrones sauf les plus gros, elle est constituée par un empilage de tôles de forme circulaire poinçonnées en un seul morceau avec perçage simultané, sur le côté intérieur, des encoches de forme voulue (fig. 39-2, *b*).

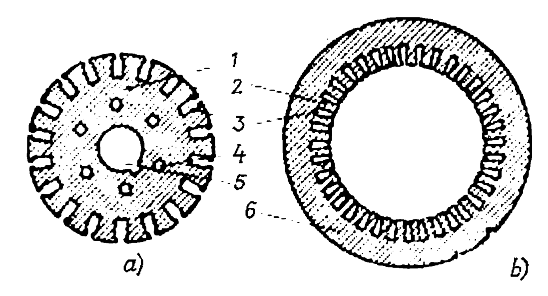


Fig. 39-2. Tôles circulaires des armatures magnétiques du rotor (*a*) et du stator (*b*) :

1, culasse du rotor; *2*, dent; *3*, encoche; *4*, canal axial de ventilation; *5*, orifice pour arbre; *6*, culasse du stator.

Dans la construction de la figure 39-1, l'armature ne comporte pas de canaux radiaux. Dans un tel cas, les tôles circulaires sont réunies en paquets et serrées en dehors de la carcasse sur un mandrin cylindrique spécial. Le paquet de tôles est maintenu en état serré à l'aide des *anneaux 6 de pression* et des *étriers 5 de serrage*, il n'est introduit dans la carcasse qu'après le logement du bobinage.

L'armature constituée par plusieurs paquets de tôles circulaires, séparés l'un de l'autre par des canaux radiaux de ventilation, est généralement assemblée dans la carcasse. Un stator non bobiné d'une telle construction est représenté par la figure 39-3. Les paquets de tôles *1* sont centrés dans le sens radial par les nervures de la carcasse *2* et sont maintenus en état serré dans le sens axial par les rondelles *3* de serrage et par les clavettes *4* qui sont soudées après le serrage de l'armature. Les canaux entre les tôles sont formés à l'aide des distanceurs *5*.

Si le diamètre extérieur de l'armature est supérieur à 1 m, celle-ci est constituée par un empilage de tôles découpées non pas en un seul morceau mais en segments annulaires, de sorte que la construction du stator est la même que celle utilisée dans les grandes machines synchrones (v. § 51-3).

Pour réduire les pulsations du champ magnétique et les pertes supplémentaires dues à la denture de l'armature, l'enroulement statorique des machines asynchrones est, en règle générale, logé dans des encoches demi-fermées [1]) (fig. 39-4, *a*). Dans de telles encoches on peut loger tant des enroulements à une seule couche que des enroulements à bobines à plusieurs spires à deux couches

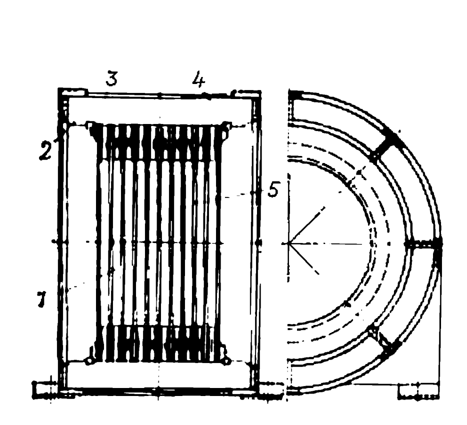


Fig. 39-3. Fixation dans la carcasse du stator de l'armature à canaux radiaux constituée par des couronnes circulaires d'une seule pièce.

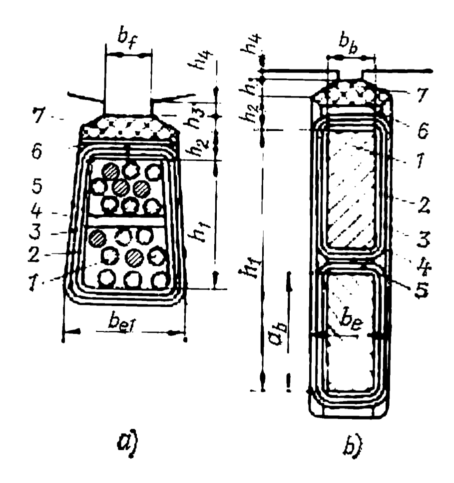


Fig. 39-4. Vue en coupe des encoches:

a) d'un enroulement à bobines à deux couches, en pelote, du stator d'un moteur asynchrone; *b*) d'un enroulement triphasé à barres ondulé à deux couches du rotor d'un moteur asynchrone à bagues.

(v. chap. 22). Les bobines de ces enroulements sont réalisées en fil isolé de section ronde (*1* sur la figure 39-4, *a*); chaque conducteur de la bobine est encastré séparément dans l'encoche.

L'isolation entre spires d'une même bobine est assurée par l'isolation propre des fils de bobinage. L'*isolation* de l'enroulement *par rapport à la masse* est réalisée différemment pour la partie logée dans l'encoche et les parties frontales. La partie de la bobine logée dans l'encoche est isolée à la masse par une « boîte d'encoche » constituée de plusieurs couches isolantes *2* à *4* qu'on introduit dans l'encoche avant la mise en place de l'enroulement. L'enroulement est fixé dans les encoches à l'aide de cales *7* en matériau isolant. Sous les cales sont entreposées les garnitures isolantes *6*. L'isolation entre couches de l'enroulement est assurée par la garniture *5* (dans un enroulement à une seule couche cette garniture n'est pas prévue).

---

[1]) C'est seulement dans les grosses machines asynchrones qu'on utilise des enroulements sur gabarit, à bobines et à barres, logés dans des encoches ouvertes. Les renseignements sur ces enroulements sont donnés au § 51-3.

Le *rotor* de la machine comprend l'*armature* magnétique *3* (fig. 39-1) dont les encoches renferment l'*enroulement* polyphasé en *court-circuit* non isolé *19*, les ailettes *7* de ventilation solidaires de l'enroulement, l'arbre *15* et deux ventilateurs *8* et *11*. Les éléments actifs du rotor qui concourent à la transformation de l'énergie sont l'armature *3* et l'enroulement *19*; les autres pièces remplissent des fonctions uniquement constructives: l'arbre *15* transmet la puissance mécanique à l'organe entraîné, les ventilateurs *7*, *8* et *11* assurent la circulation du fluide réfrigérant. La constitution des parties actives du rotor est montrée plus en détail sur la figure 39-5.

L'armature *4* du rotor (fig. 39-5) est constituée par un empilage de tôles d'acier magnétique de 0,5 mm d'épaisseur poinçonnées

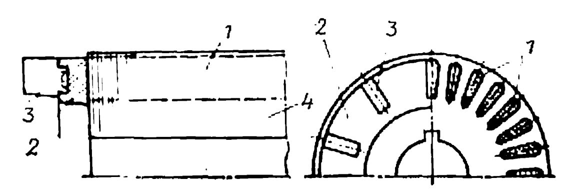


Fig. 39-5. Armature du rotor d'un moteur asynchrone à enroulement en court-circuit coulé en aluminium.

en un seul morceau avec perçage simultané des encoches sur la surface extérieure (les encoches sont fermées sur la figure 39-5 et demi-fermées sur la figure 39-2, *a*).

Les tôles de l'armature du rotor sont enfilées sur un mandrin spécial, y sont serrées et maintenues en état serré pendant la durée de confection de l'enroulement en court-circuit. L'enroulement en court-circuit est coulé en aluminium, il n'est pas isolé de l'armature. Les couronnes *2* (fig. 39-5) qui réunissent entre elles, à chaque extrémité, toutes les barres *1* de l'enroulement sont coulées en une seule pièce avec les barres. Les ailettes *3* de ventilation font corps avec les couronnes d'extrémité.

En plus de sa fonction principale, la cage d'écureuil sert encore au serrage des tôles du rotor après l'élimination du mandrin. Cela permet de se passer des pièces de serrage spéciales pour maintenir les tôles du rotor dans le sens axial.

L'*arbre 15 du rotor* (v. fig. 39-1) tourne dans les *paliers à roulement 12* et *17* qui sont rendus solidaires de la carcasse *1* à l'aide des *flasques 9*, *21* et des chapeaux *16*, *18*.

Le roulement à billes *12* assure le centrage du rotor non seulement dans le sens radial, mais aussi dans le sens axial, en supportant tant des efforts radiaux que des efforts axiaux. La lubrification des roulements est assurée par une graisse consistante qui est introduite dans la cavité entre les chapeaux de palier *16*, *18* et peut servir sans changement pendant plusieurs années. Etant donné que pour une puissance supérieure à 0,5 kW l'entrefer entre le rotor et le

stator ne dépasse généralement pas 0,3 à 1 mm (dans les micromachines 0,02 à 0,3 mm), l'arbre du rotor doit être suffisamment rigide (§ 34-3) et les parties constructives destinées à assurer la position correcte de l'axe de l'arbre dans l'espace doivent être usinées avec une grande précision.

D'après le mode de refroidissement et le degré de protection contre les agents extérieurs, la construction de la figure 39-1 est typique des moteurs asynchrones à cage d'écureuil fabriqués en série. C'est une machine à carcasse ventillée (§ 33-2) dont l'intérieur est protégé contre les projections d'eau latérales et contre les poussières. Le soufflage extérieur du moteur est assuré par le ventilateur extérieur (le capot *10* protège le personnel contre tout contact accidentel avec le ventilateur et canalise l'air vers la surface nervurée de la carcasse). La circulation de l'air à l'intérieur de la machine est intensifiée à l'aide du ventilateur intérieur *8* et des ailettes *7* de ventilation (le sens de déplacement de l'air est indiqué sur la figure par des flèches).

Le levage du moteur lors du montage est assuré à l'aide de la boucle *4*.

§ 39-2. Construction des moteurs asynchrones à rotor bobiné

La construction type d'une machine asynchrone à rotor bobiné ou à bagues est représentée par la figure 39-6. Les moteurs de ce type ne diffèrent des moteurs à cage d'écureuil que par la constitution du rotor.

Le *stator* du moteur à bagues peut être réalisé suivant les mêmes formes constructives que celui d'un moteur à cage. Le stator du moteur représenté par la figure 39-6 (à canaux radiaux dans l'armature) ne diffère presque pas du stator de la figure 39-3 que nous avons décrit au § 39-1. Il comprend la carcasse *1* dans laquelle sont fixés, à l'aide des rondelles *5* de serrage et des clavettes *7*, les paquets de l'armature faits de tôles circulaires *2* empilées. Les canaux entre les paquets sont assurés par des distanceurs *4*. Dans les encoches de l'armature est logé un enroulement à deux couches dont les bobines *30* sont couplées entre elles par les connexions *8*. Les entrées et les sorties de l'enroulement statorique aboutissent à la boîte à bornes *23*. La carcasse de la machine est fixée sur son assise au moyen des pattes *22*. Les boucles *6* servent au levage du moteur lors du montage.

Le *rotor* du moteur est constitué par l'arbre *26* sur lequel sont fixés, à l'aide des anneaux *24* de serrage, de la clavette *21* et de la clavette fendue *20*, les paquets serrés de l'armature faits de tôles circulaires *3* empilées (v. fig. 39-2, *a*). Les canaux de ventilation radiaux entre les paquets sont obtenus à l'aide de distanceurs placés sur chaque pas dentaire. Dans les encoches demi-fermées du rotor, dont la vue en coupe est montrée sur la figure 39-4, *b*, sont logées trois phases de l'enroulement ondulé à deux couches de barres *29*,

couplées généralement en étoile. Les trois extrémités libres de cet enroulement sont reliées, par les câbles électriques *19* passant par un orifice dans l'arbre, à trois bagues collectrices *15*.

Les *barres 1 de l'enroulement* avec les isolants entre spires *2*, *3* (v. fig. 39-4, *b*) placés à l'avance sont introduites dans les encoches du côté de la face terminale de l'armature. Au préalable, on place dans les encoches les boîtes *4* qui assurent l'isolation par rapport à la masse. Les garnitures isolantes *5*, *6* servent à fixer les barres

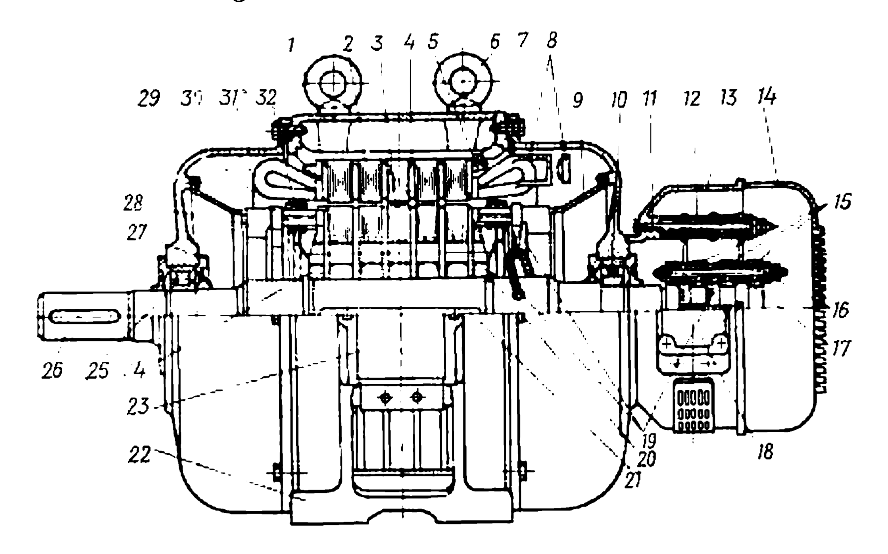


Fig. 39-6. Moteur asynchrone à rotor bobiné (250 kW, 3000 tr/mn, 50 Hz, protégé, à ventilation intérieure).

dans le sens radial et à renforcer l'isolation entre spires et à la masse. La force centrifuge qui s'exerce sur la partie de l'enroulement placée dans les encoches est supportée par les cales *7* en matériau isolant.

Les parties frontales des enroulements sont placées sur les rondelles *24* de serrage (fig. 39-6) qui jouent aussi le rôle de porte-enroulements et sont enveloppées à l'extérieur par les frettes circulaires *32* prévues pour supporter la force centrifuge.

La liaison électrique entre l'enroulement tournant du rotor et les circuits électriques extérieurs (fixes) est réalisée à l'aide des bagues collectrices auxquelles aboutissent les extrémités de l'enroulement et des balais frottant sur les bagues et reliés aux circuits électriques fixes. Les bagues collectrices sont réalisées sous la forme d'un organe distinct de la machine. Les bagues *15* en acier sont séparées l'une de l'autre et de la masse par les garnitures isolantes *17*. Toutes ces pièces sont serrées ensemble par les goujons *16* en matériau isolant et fixées par brides à la face terminale de l'arbre. Sur les bagues frottent avec une pression suffisante des balais électri-

quement reliés aux barres conductrices *12* de la couronne porte-balais (en plus de ces barres, la figure 39-6 montre les boulons *11* de la couronne porte-balais et ses pièces isolantes, ainsi que le corps *13* et le couvercle *14*; les balais et les porte-balais ne sont pas figurés).

Le contact électrique nécessaire entre les balais et les bagues est assuré à l'aide de porte-balais fixés sur les barres *12* (la constitution des porte-balais est décrite au § 51-3). Les barres *12* d'amenée de courant à la couronne porte-balais sont connectées au rhéostat de démarrage dans la boîte à bornes *18* des bagues collectrices.

La position correcte de l'axe du rotor par rapport au stator et la possibilité de la rotation du rotor sont assurées à l'aide des mêmes pièces que dans le moteur à rotor en court-circuit de la figure 39-1 (le roulement à billes *10*, le roulement à rouleaux *25*, les chapeaux de palier *27* et les flasques *31*).

D'après le mode de refroidissement et le degré de protection contre les agents extérieurs le moteur de la figure 39-6 est une machine abritée à ventilation intérieure (§ 33-2). A l'intérieur de la machine, l'air se déplace dans le sens axial-radial. L'air extérieur est introduit dans la machine de deux côtés par les orifices dans les paliers flasques *31* et est dirigé par les diffuseurs *9* vers les ailettes de ventilation *28*, les espaces entre les parties frontales des barres de l'enroulement rotorique et les canaux axiaux dans l'armature du rotor; puis, depuis les canaux axiaux, l'air est dirigé dans les canaux radiaux aménagés dans les armatures du rotor et du stator; l'air provenant des ailettes de ventilation *28* et des parties frontales du rotor baigne les têtes de bobines de l'enroulement statorique. L'air échauffé par les pertes qui se dégagent dans la machine est envoyé dans l'espace entre la culasse du stator et la carcasse de la machine d'où il est évacué vers l'extérieur à travers des orifices latéraux prévus dans la carcasse. La charge nécessaire à la circulation de l'air est produite par les canaux radiaux du rotor qui jouent le rôle de ventilateurs centrifuges.

CHAPITRE 40

PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS LES CIRCUITS ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE FONCTIONNANT À VIDE

§ 40-1. Marche à vide théorique

Il est commode de commencer l'étude d'une machine asynchrone par la *marche à vide théorique* lorsque les phénomènes électromagnétiques sont moins compliqués que dans la marche en charge.

En marche à vide théorique le couple extérieur appliqué à l'arbre de la machine est nul ($M_{ext} = 0$). On admet aussi que le couple dû au frottement des parties tournantes n'existe pas. Le rotor de la machine tourne à la même vitesse angulaire mécanique que le champ tournant ($\Omega = \Omega_1$), le glissement est nul ($s = 0$), les f.é.m. et les courants ne sont pas induits dans l'enroulement du rotor ($I_2 = 0$), le couple électromagnétique qui fait équilibre au couple extérieur et au couple de frottement est nul ($M = 0$).

La marche à vide d'une machine asynchrone est analogue à la marche à vide d'un transformateur (v. première partie). En ce régime, le courant dans la machine asynchrone de même que dans le transformateur ne parcourt que l'enroulement primaire ($I_1 \neq 0$), il est nul dans l'enroulement secondaire ($I_2 = 0$) ; dans la machine, et dans le transformateur, le champ magnétique n'est produit que par le courant primaire, ce qui permet de l'appeler courant magnétisant à vide ($I_1 = I_0$). A la différence d'un transformateur, le système de courants I_0 circulant dans les phases de l'enroulement polyphasé du stator engendre un champ magnétique tournant.

Par analogie avec le transformateur, l'équation des tensions en marche à vide doit être formée seulement pour une phase de l'enroulement statorique qui est l'enroulement primaire:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + (R_1 + jX_1)\dot{I}_0,$$

où $\dot{E}_1$ est la f.é.m. induite dans une phase par le champ magnétique tournant de flux $\dot{\Phi}_m$;

$\dot{U}_1$, la tension simple du réseau primaire;

R_1, X_1, la résistance effective et la réactance de fuite d'une phase de l'enroulement primaire (v. plus loin).

Les chutes de tensions X_1I_0 et R_1I_0 étant petites, la tension $\dot{U}_1$ est compensée presque entièrement par la f.é.m. $\dot{E}_1$, c'est-à-dire que $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1$.

§ 40-2. Calcul du circuit magnétique en marche à vide

Le calcul du circuit magnétique en marche à vide est effectué pour déterminer le courant magnétisant I_0 (ou la f.m.m. F_0) dans l'enroulement statorique qui produit un champ magnétique tournant de flux Φ_m induisant dans l'enroulement du stator la f.é.m. E_1 de valeur donnée.

Le circuit magnétique d'une machine asynchrone est représenté en coupes transversale et longitudinale par la figure 40-1. La vue en coupe transversale ne montre qu'une seule demi-période de

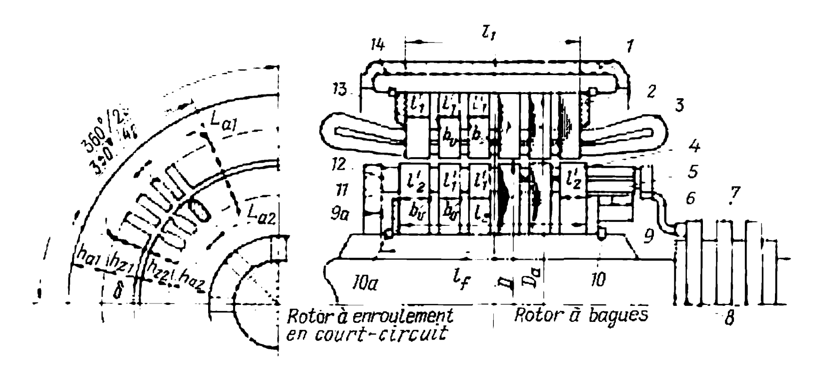


Fig. 40-1. Calcul du circuit magnétique d'une machine asynchrone:

1, bâti (carcasse du stator); *2*, paquet de tôles de l'armature du stator; *3*, enroulement statorique; *4*, paquet de tôles de l'armature du rotor; *5*, enroulement triphasé isolé du rotor d'un moteur à bagues; *6*, connexion de l'enroulement rotorique; *7*, bagues; *8*, arbre; *9*, *9a*, plateau de serrage; *10*, *10a*, clavette; *11*, couronne d'extrémité du rotor en court-circuit; *12*, barre du rotor en court-circuit; *13*, plateau de serrage; *14*, clavette.

champ occupant un secteur dans les limites de l'angle 360°/2p. Cette figure montre la ligne médiane du champ magnétique d'induction mutuelle.

Quand le circuit magnétique n'est pas saturé, les réluctances de ses portions en acier sont négligeables si bien que le champ dans l'entrefer est déterminé essentiellement par la réluctance de l'entrefer lui-même. Aussi, la répartition de l'induction dans l'entrefer reproduit-elle la répartition sinusoïdale du premier harmonique de la f.m.m. (25-18). Comme le montre la figure 40-1, l'induction dans l'entrefer et la f.m.m. sont maximales aux extrémités de la demi-période et s'annulent en son milieu. Au fur et à mesure que l'amplitude de la f.m.m. augmente, les dents du stator et du rotor se saturent, leur réluctance s'accroît, de sorte que la variation de l'induction magnétique en fonction de la f.m.m. devient non linéaire (l'induction croît moins vite que la f.m.m.). Pourtant la saturation des dents se manifeste seulement dans la zone de fortes valeurs de la f.m.m. (aux extrémités de la demi-période sur la figure 40-1) et ne se manifeste pas là où la f.m.m. est faible (au milieu de la demi-période). Il en résulte que la saturation des dents déforme la

répartition sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer, ce qui se traduit par un « aplatissement » de la courbe dans la zone de fortes valeurs de la f.m.m.

Ayant en vue que la valeur efficace de la f.é.m. E_1 est principalement déterminée par le premier harmonique de l'induction, on est amené à calculer le flux magnétique en cas de répartition non sinusoïdale de l'induction par la formule

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4k_B f_1 w_1 k_{e1}}, \tag{40-1}$$

dans laquelle k_B est un coefficient dépendant de la forme de la courbe d'induction.

Quand le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé et donc les tensions magnétiques des dents du stator et du rotor sont petites par rapport à la tension magnétique de l'entrefer, $F_{Z1} + F_{Z2} \ll F_\delta$, la courbe d'induction est pratiquement sinusoïdale et

$$k_B = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11.$$

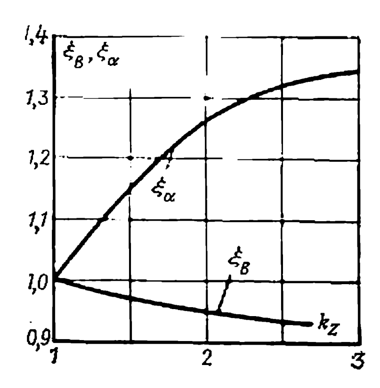


Fig. 40-2. Courbes représentatives de $\xi_\alpha = f(k_Z)$ et $\xi_B = f(k_Z)$.

Au fur et à mesure de la saturation des dents, les tensions magnétiques des dents $F_{Z1} + F_{Z2}$ dans la zone de fortes f.m.m. prennent des valeurs de l'ordre de grandeur de la tension magnétique F_δ de l'entrefer, la courbe d'induction « s'aplatit » et le coefficient k_B accuse une légère diminution:

$$k_B = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \xi_B.$$

Le coefficient de correction $\xi_B < 1$ est déterminé à l'aide de la figure 40-2 qui montre sa variation en fonction du coefficient de saturation de la couche dentée

$$k_Z = \frac{F_\delta + F_{Z1} + F_{Z2}}{F_\delta}.$$

On trouve les coefficients k_Z et k_B pour chaque E_1 donnée par la méthode d'approximations successives (v. plus loin). En première approximation on peut poser $k_Z = 1$.

La f.m.m. F_0 qui engendre le flux Φ_m est déterminée moyennant la loi du courant total pour la ligne médiane du champ magnétique constituée par les portions L_{a1}, h_{Z1}, δ, h_{Z2}, L_{a2} (fig. 40-1):

$$\frac{1}{2} \oint H\,dl = F_0,$$

où H est l'intensité du champ magnétique pour le flux Φ_m;

dl, l'élément de ligne de force magnétique.

Pour faciliter les calculs, on remplace l'intégrale de ligne par une somme des tensions magnétiques agissant sur des portions caractéristiques du circuit magnétique en partant de l'hypothèse que l'intensité de champ magnétique est constante dans les limites de chaque portion:

$$\frac{1}{2}\oint H\,dl = F_\delta + F_{Z1} + F_{Z2} + F_{a1} + F_{a2} = F_0. \qquad (40.2)$$

La *tension magnétique de l'entrefer* a pour expression

$$F_\delta = H_\delta \delta k_\delta = \frac{B_m \delta k_\delta}{\mu_0}, \qquad (40\text{-}3)$$

où $k_\delta = k_{\delta 1} k_{\delta 2}$ est le facteur d'entrefer défini par (24-10), qui tient compte de l'influence des dents du stator et du rotor sur la réluctance de l'entrefer;

B_m $\Phi_m / \alpha_\delta \tau l_\delta$, la valeur maximale de l'induction dans l'entrefer;

l_δ, la longueur de calcul de la machine d'après (23-10).

Le coefficient α_δ dépend du degré de saturation des dents du stator et du rotor, caractérisé par le coefficient k_Z. Pour une faible saturation, quand la courbe d'induction dans l'entrefer est sinusoïdale, on a $\alpha_\delta = 2/\pi$ (v. (27-2)) au fur et à mesure que la saturation du circuit magnétique augmente, le coefficient α_δ croît: $\alpha_\delta = 2\xi_\alpha/\pi$. Le coefficient de correction $\xi_\alpha > 1$ est déterminé à l'aide de la figure 40-2. Les coefficients k_Z et α_δ sont choisis pour chaque valeur donnée de E_1 par la méthode d'approximations successives (v. plus loin).

La *tension magnétique des dents du stator*

$$F_{Z1} = H_{Z1} h_{Z1} \qquad (40\text{-}4)$$

est déterminée d'après l'intensité du champ magnétique dans une section de la dent située à la distance h_{Z1} de sa section minimale (c'est-à-dire de la tête de la dent). La surface active de l'acier dans cette section a pour valeur

$$S_{Z1} = b_{Z1} l_{m1} k_f,$$

où b_{Z1} est la largeur de la dent dans cette section;

$l_{m1} = l'_1 (n_v + 1)$, la longueur totale des paquets de tôles du stator suivant la figure 40-1 (n_v étant le nombre de canaux radiaux de ventilation);

k_f, le coefficient de remplissage du paquet par l'acier (pour des tôles isolées au vernis épaisses de 0,5 mm, $k = 0,93$).

L'induction dans la dent est déterminée en partant de la continuité du champ magnétique et de la conservation du flux dans toutes les sections du pas dentaire. Si la saturation des dents est modérée, ce qui a lieu pour des inductions dans la dent $B_{Z1} \ll 1,8$ T,

on peut considérer que le flux magnétique d'un pas dentaire calculé d'après l'induction dans l'entrefer $\Phi_\delta = t_{Z1} l_\delta B_m$ est concentré exclusivement dans les tôles d'acier de la dent et ne traverse ni les encoches ni les intervalles non magnétiques qui les séparent (les canaux radiaux et les isolants entre les tôles de la dent). Avec cette hypothèse, le flux dans l'acier de la dent $\Phi_Z = B_{Z1} b_{Z1} l_{m1} k_f$ ne diffère pas du flux dans l'entrefer ($\Phi_Z = \Phi_\delta$), ce qui permet d'écrire

$$B_{Z1} = B_m \frac{l_\delta t_{Z1}}{k_f l_{m1} b_{Z1}}. \qquad (40\text{-}5)$$

Dans le cas où l'induction $B_{Z1} \ll 1{,}8$ T, l'intensité du champ dans la dent H_{Z1} est à déterminer d'après la courbe de magnétisation normale de l'acier $H = f(B)$. De telles courbes établies pour différents aciers électrotechniques utilisés dans les machines électriques sont données par exemple dans [13, section 7].

Si l'induction calculée par la formule (40-5) $B_{Z1} > 1{,}8$ T et l'hypothèse faite n'est donc pas justifiée, il convient d'apporter des corrections dans le calcul, en tenant compte de la partie du flux qui se dérive à travers l'encoche et les intervalles non magnétiques $\Phi_e = B_{e1} S_{e1}$, où $S_{e1} = [l_1 b_{e1} + (1 - k_f) l_{m1} b_{Z1} + b_v n_v b_{Z1}]$ est la section de l'encoche et des intervalles non magnétiques par pas dentaire; B_{e1}, l'induction dans l'encoche et dans les intervalles non magnétiques; b_{e1}, la largeur de l'encoche dans la section se trouvant à $h_{Z1}/3$ de la tête de la dent; l_1, la longueur totale de l'armature du stator; b_v, la largeur du canal de ventilation.

Dans ce cas on a $\Phi_Z = \Phi_\delta - \Phi_e$.

Divisons les deux membres de l'équation par la section active de la dent S_{Z1} et tenons compte du fait que les intensités du champ magnétique des branches parallèles dont les inductions sont B_{Z1} et B_{e1} doivent être identiques:

$$H_{e1} = \frac{B_{e1}}{\mu_0} = H_{Z1} = f(B_{Z1}).$$

On obtient une équation

$$B_{Z1} = B'_{Z1} - \mu_0 k_e H_{Z1},$$

dans laquelle $B_{Z1} = \Phi_Z / S_{Z1}$ est l'induction réelle dans l'acier de la dent; B'_{Z1}, l'induction dans l'acier de la dent calculée d'après (40-5) avec l'hypothèse faite initialement; H_{Z1}, l'intensité du champ dans la dent correspondant à l'induction cherchée B_{Z1} d'après la courbe de magnétisation normale; $k_e = S_{e1}/S_{Z1}$, un coefficient qui tient compte de l'influence des intervalles non magnétiques.

L'induction cherchée B_{Z1} est obtenue en résolvant conjointement l'équation écrite plus haut, dans laquelle B_{Z1} varie linéairement en fonction de H_{Z1}, et l'équation de la courbe de magnétisation normale du matériau de l'armature magnétique $H_{Z1} = f(B_{Z1})$. La solution s'obtient le plus souvent graphiquement par l'intersection

de la droite $B_{Z1} = B'_{Z1} - \mu_0 k_e H_{Z1}$ passant par le point B'_{Z1} et de la courbe $H_{Z1} = f(B_{Z1})$. Pour faciliter la résolution de ce système d'équations, on peut utiliser les courbes de magnétisation $H_{Z1} = f(B_{Z1})$ spécialement construites à cet effet pour différentes valeurs de k_e.

La *tension magnétique des dents du rotor*

$$F_{Z2} = H_{Z2} h_{Z2} \tag{40-6}$$

se définit de la même manière que celle des dents du stator. Pour une saturation modérée, quand $B_{Z2} \leqslant 1{,}8$ T, l'induction est calculée dans l'hypothèse où tout le flux du pas dentaire se ferme à travers l'acier de la dent

$$B_{Z2} = B_m \frac{l_\delta t_{Z2}}{k_f l_{m2} b_{Z2}}, \tag{40-7}$$

où b_{Z2} est la largeur de la dent dans la section se trouvant à $h_{Z2}/3$ de sa base;

$l_{m2} = l'_1 (n_v - 1) + 2l'_2$, la longueur totale de l'acier du rotor suivant la figure 40-1.

Dans le cas où l'induction calculée d'après (40-7) $B_{Z2} > 1{,}8$ T, on cherche sa valeur plus précise en tenant compte de la partie du flux magnétique qui se dérive à travers les encoches et les intervalles non magnétiques. A cet effet, on procède de la même manière que pour les dents du stator.

N o t e. Après avoir déterminé F_δ, F_{Z1} et F_{Z2} on précise le coefficient k_Z et, s'il diffère de plus de 5 % de la valeur donnée, on reprend le calcul des tensions magnétiques en utilisant la valeur plus précise de k_Z.

La *tension magnétique de la culasse du stator*

$$F_{a1} = H_{a1} L_{a1} \xi \tag{40-8}$$

se détermine d'après la valeur maximale de l'intensité du champ dans la culasse qui correspond à l'induction

$$B_{a1} = \frac{\Phi_m}{2 h_{a1} l_{m1} k_f} \tag{40-9}$$

sur la courbe de magnétisation normale de l'acier [13, section 7].

Le coefficient ξ permettant de tenir compte de l'inconstance de l'intensité suivant la longueur de la portion L_{a1} est donné pour $B_a = B_{a1}$ par le tableau suivant.

B_a, T	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
ξ	0,57	0,54	0,5	0,46	0,4	0,33

La *tension magnétique de la culasse du rotor*

$$F_{a2} = H_{a2}L_{a2}\xi \tag{40-10}$$

se détermine de la même manière d'après l'induction maximale dans la culasse du rotor

$$B_{a2} = \frac{\Phi_m}{2h_{a2}l_{m2}k_f}. \tag{40-11}$$

L'amplitude de la f.m.m. F_0 qui engendre le flux d'induction mutuelle Φ_m se calcule au moyen de (40-2). Quand le circuit magnétique est faiblement saturé, la f.m.m. F_0 ne diffère pratiquement pas de la tension magnétique de l'entrefer F_δ alors que dans le cas général elle est k_s fois plus grande que F_δ:

$$F_{0m} = k_s F_\delta = F_\delta + F_{Z1} + F_{Z2} + F_{a1} + F_{a2}, \tag{40-12}$$

où k_s est le coefficient de saturation du circuit magnétique.

§ 40-3. Calcul du courant à vide

La composante réactive du courant à vide qui produit la f.m.m. F_0 se détermine à partir de (25-9):

$$I_{0r} = \frac{\pi p F_{0m}}{\sqrt{2}\, m_1 w_1 k_{e1}}. \tag{40-13}$$

En plus de la composante réactive $\dot{I}_{0r}$ qui est déphasée de $\pi/2$ en avant sur $\dot{E}_1$, le courant statorique en marche vide théorique comporte encore une composante active $\dot{I}_{0a}$ qui correspond aux pertes magnétiques P_{magn} dans l'armature pour le flux Φ_m et la f.é.m. E_1:

$$I_{0a} = P_{magn}/m_1E_1. \tag{40-14}$$

En marche à vide, les pertes magnétiques ne se produisent que dans l'armature du stator dont les dents et la culasse sont soumises au champ magnétique tournant variant à la fréquence f_1. Dans le rotor, qui tourne lors du fonctionnement à vide avec la fréquence du champ, les pertes ne se produisent pas parce que les éléments du rotor sont immobiles par rapport au champ et ne sont donc pas soumis à un flux variable (au régime nominal lorsque le glissement et la fréquence de renversement du flux sont peu élevés, les pertes dans le rotor sont négligeables).

Les pertes magnétiques à vide sont prises égales aux pertes magnétiques principales dans les dents et la culasse du stator et sont calculées par (31-11), (31-12), (31-9) pour la fréquence f_1 et les valeurs correspondantes des inductions B_{Z1} et B_{a1} et des masses de l'acier m_{Z1} et m_{a1}:

$$P_{magn} = (k_{sup.\,Z}B_{Z1}^2 m_{Z1} + k_{sup.\,a}B_{a1}^2 m_{a1})\, p_{1,0/50}\,(f_1/50)^{1,3}, \tag{40-15}$$

où $k_{sup.\,Z} = 1{,}7$; $k_{sup.a} = 1{,}4$.

Dans les machines asynchrones, la composante active du courant à vide est très petite vis-à-vis de la composante réactive, de sorte que le courant à vide ne diffère pratiquement pas de sa composante réactive

$$I_0 = \sqrt{I_{0r}^2 + I_{0a}^2} \approx I_{0r}. \tag{40-16}$$

L'angle β_0' entre le courant $\dot{I}_0$ et la f.é.m. — $\dot{E}_1$ (v. fig. 2-8) ne diffère pas de l'angle entre le courant $\dot{I}_0$ et sa composante active I_{0a} et peut être exprimé sous la forme suivante:

$$\beta_0' = \arccos \frac{I_{0a}}{I_0}.$$

A l'aide de cet angle on peut calculer les composantes active et réactive du courant à vide $\dot{I}_0$: $I_{0a} = I_0 \cos \beta_0'$ et $I_{0r} = I_0 \sin \beta_0'$ ainsi que les composantes active et réactive de la f.é.m.— $\dot{E}_1$, égales respectivement à $E_1 \cos \beta_0'$ et à $E_1 \sin \beta_0'$.

Pour $U_1 = U_{1n}$, le courant à vide dans la machine asynchrone est égal à une fraction beaucoup plus grande du courant nominal que dans un transformateur. Ceci tient à ce que dans la machine les armatures du stator et du rotor sont toujours séparées par un entrefer non magnétique qui oppose une forte réluctance au flux magnétique, alors que dans le transformateur le circuit magnétique est généralement fermé.

Le courant à vide relatif I_0/I_{1n} augmente lorsque la puissance et la vitesse de rotation diminuent. Pour les moteurs de 1 à 100 kW, il varie de 0,5 à 0,25; pour les micromoteurs, de 0,5 à 1,0.

En réitérant le calcul du courant à vide I_0 pour différentes valeurs de la f.é.m. E_1 (ou du flux Φ_m), on peut construire les courbes représentatives de $E_1 = f(I_0)$ et $\Phi_m = f(I_0)$ dont la première s'appelle *caractéristique à vide* et la seconde *caractéristique de magnétisation de la machine*. Ces caractéristiques ne sont linéaires que pour de faibles valeurs de la f.é.m. ($E_1 \ll U_{1n}$), pour $E_1 > U_{1n}$, lorsque le circuit magnétique de la machine est généralement saturé, ces caractéristiques deviennent nettement non linéaires.

§ 40-4. Calcul de l'impédance principale de l'enroulement du stator

Après avoir calculé le circuit magnétique et déterminé le courant à vide, on peut trouver l'*impédance principale de l'enroulement statorique* compte tenu de la saturation du circuit magnétique

$$\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0 = -\frac{\dot{E}_1}{\dot{I}_0}, \tag{40-17}$$

où $R_0 = E_1 \cos \beta_0'/I_0$ est la composante résistive de l'impédance principale;

$X_0 = E_1 \sin \beta_0'/I_0$, la composante réactive de l'impédance principale;

$\beta_0' = \operatorname{arctg} \frac{I_{0r}}{I_{0a}}$, le déphasage entre la f.é.m. $-\dot{E}_1$ et le courant $\dot{I}_0$ (v. plus haut).

Les pertes électriques qui se dégagent par effet Joule dans la composante résistive R_0 de l'impédance principale correspondent aux pertes réelles magnétiques P_{magn}. On peut donc exprimer R_0 par P_{magn}:

$$R_0 = \frac{E_1 \cos \beta_0'}{I_0} \frac{m_1 I_0}{m_1 I_0} = \frac{P_{magn}}{m_1 I_0^2}. \qquad (40\text{-}18)$$

La puissance réactive Q_0 développée dans la composante réactive X_0 de l'impédance principale pour le courant I_0 correspond à la puissance réactive dans la réactance d'auto-induction principale $X_{11} = 2\pi f_1 L_{11m} = E_1/I_{0r}$ lorsqu'elle est parcourue par le courant I_{0r}. Par suite on a

$$Q_0 = m_1 X_0 I_0^2 = m_1 X_{11} I_{0r}^2$$

et il existe donc entre les réactances considérées la relation suivante:

$$X_0 = X_{11} \frac{I_{0r}^2}{I_0^2} = X_{11} \sin^2 \beta_0', \qquad (40\text{-}19)$$

où $\sin \beta_0' = \frac{I_{0r}}{I_0} = \frac{X_0}{\sqrt{X_0^2 + R_0^2}} \approx \frac{X_{11}}{\sqrt{X_{11}^2 + R_0^2}}$.

Dans la plupart des cas on peut poser avec une précision suffisante $\sin \beta_0' \approx 1$.

L'inductance principale L_{11m} d'une machine non saturée est calculée par (28-4), celle d'une machine saturée doit être diminuée de k_s fois. Les composantes de l'impédance principale de l'enroulement statorique dépendent du degré de saturation du circuit magnétique qui est déterminé par la f.é.m. E_1 ou par le flux d'induction mutuelle Φ_m.

CHAPITRE 41

PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS LES CIRCUITS ÉLECTRIQUES D'UNE MACHINE ASYNCHRONE EN CHARGE

§ 41-1. Principales hypothèses simplificatrices

Nous allons restreindre notre analyse à des phénomènes électromagnétiques qui s'établissent en régime permanent dans une machine asynchrone fonctionnant en charge lorsque son enroulement statorique est alimenté sous des tensions sinusoïdales formant un système polyphasé équilibré.

La transformation électromécanique de l'énergie se produit dans une machine asynchrone en tous les régimes de son fonctionnement excepté deux régimes particuliers : à vide et en court-circuit. Lorsque la machine fonctionne à vide, la puissance mécanique développée par son rotor $P_{\text{méc}} = M\Omega$ est nulle puisque la vitesse angulaire du rotor est égale à celle du champ $\Omega = \Omega_1$ et donc le couple électromagnétique $M = 0$. Quant à la marche en court-circuit, la puissance mécanique est nulle puisqu'en ce régime le rotor est immobile, $\Omega = 0$.

Pour des valeurs données de la tension U_1 et de la fréquence f_1 du réseau, les phénomènes électromagnétiques qui se déroulent dans une machine asynchrone sont déterminés par la valeur et le sens du couple extérieur M_{ext} appliqué à l'arbre de la machine. Si le couple extérieur est opposé à la rotation du champ, la machine fonctionne en moteur; lorsque ce couple croît, la puissance mécanique $P_2 = M_{\text{ext}}\Omega$ obtenue à partir de la puissance électrique augmente, alors que la vitesse angulaire Ω du rotor diminue ($\Omega < \Omega_1$) et le glissement s augmente :

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} > 0.$$

Au contraire, lorsque le couple extérieur est dirigé dans le sens de rotation du champ, la machine fonctionne en générateur; la puissance électrique active obtenue à partir de la puissance mécanique $P_2 = M_{\text{ext}}\Omega$ et transmise au réseau augmente avec ce couple; la vitesse angulaire du rotor augmente ($\Omega > \Omega_1$) et le glissement devient négatif :

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} < 0.$$

Pour pouvoir établir des relations quantitatives qui existent entre le couple extérieur M_{ext} appliqué à l'arbre du rotor, la vitesse

angulaire Ω du rotor et les grandeurs caractéristiques (tensions, courants, puissances actives et réactives) des circuits électriques du stator et du rotor, il faut former un système d'équations décrivant les phénomènes électromagnétiques intervenant dans les circuits des enroulements polyphasés du stator et du rotor.

Puisque toutes les grandeurs qui caractérisent les circuits électriques du stator et du rotor varient dans le temps pratiquement sinusoïdalement, il est plus commode d'écrire ce système en notation complexe. Pour analyser les phénomènes électromagnétiques dans une machine asynchrone, on utilise un modèle bipolaire représentant une période de son champ (v. § 30-2). Le modèle bipolaire d'une machine asynchrone est représenté par la figure 41-1.

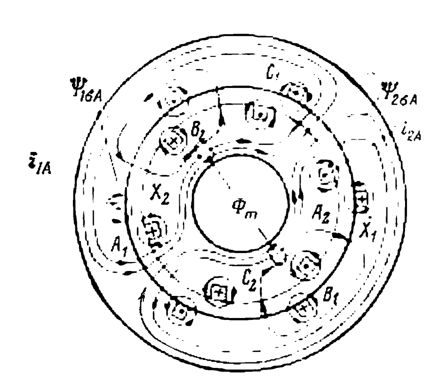


Fig. 41-1. Champs de dispersion magnétique et d'induction mutuelle dans une machine asynchrone.

Le modèle bipolaire conserve sans modification les dimensions dans les limites d'un pas polaire de la machine asynchrone (les dimensions de l'entrefer et des encoches, les nombres de conducteurs effectifs dans les encoches, les courants dans les encoches, les tensions sur les spires, les inductions de champ magnétique, les flux magnétiques) ; les angles entre tous les éléments du pas polaire sont augmentés de p fois (où p est le nombre de périodes de champ dans la machine elle-même) ; la vitesse angulaire Ω_1 du champ et la vitesse angulaire Ω du rotor sont augmentées de p fois et deviennent égales respectivement à $\Omega_1 p = \frac{\omega_1}{p} p = \omega_1$ et $\omega = \Omega p$; le glissement s et les fréquences des courants f_1 dans l'enroulement statorique et f_2 dans l'enroulement rotorique sont conservés sans modification.

Par souci de simplification, sur les figures qui suivent les armatures dentées du stator et du rotor dans le modèle bipolaire sont remplacées par des armatures lisses.

§ 41-2. Equation des tensions de l'enroulement du stator. Force magnétomotrice du stator

L'enroulement polyphasé du stator (v. chap. 22) à m_1 phases est couplé, pour $m_1 = 3$, en étoile ou en triangle et produit (lorsque ses phases sont parcourues par un système de courants équilibrés I_1) un champ magnétique tournant à p périodes. Les courants I_1 prennent naissance dans les phases de l'enroulement statorique sous

l'action du système équilibré de tensions U_1 fournies par le réseau d'alimentation. La fréquence f_1 de ces courants est égale à celle de la tension d'alimentation. *L'amplitude de l'onde fondamentale à p périodes de la f.m.m. de l'enroulement statorique*

$$F_{1m} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} m_1 \frac{I_1 w_1 k_{e1}}{p} \qquad (41\text{-}1)$$

est proportionnelle aux courants de phase I_1, au nombre w_1 de spires connectées en série dans une phase et au coefficient d'enroulement k_{e1} pour le premier harmonique [v. (25-9)].

La force magnétomotrice F_{1m} du stator et le champ d'induction mutuelle B_m qui résultent de l'action conjuguée de la f.m.m. du stator et de la f.m.m. F_{2m} du rotor, tournent à la vitesse angulaire

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p} = \frac{\omega_1}{p}.$$

Dans le diagramme spatio-temporel figuré sur le fond du modèle bipolaire de la machine asynchrone (fig. 41-2, *a*) les grandeurs $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ des circuits électriques et les grandeurs $\dot{F}_{1m}$, $\dot{B}_m$ réparties dans l'espace sont représentées sous la forme des valeurs complexes tournant à la vitesse angulaire ω_1.

Les projections des fonctions complexes représentant les valeurs efficaces des grandeurs simples ($\dot{U}_1 e^{j\omega t}$, $\dot{I}_1 e^{j\omega t}$ et autres) sur les axes des phases du stator A_1, B_1, C_1 sont égales aux valeurs instantanées des grandeurs simples correspondantes diminuées de $\sqrt{2}$ fois; les projections des valeurs complexes spatiales traduisant les grandeurs à répartition sinusoïdale dans l'entrefer sur toute direction donnent une idée des valeurs instantanées de ces grandeurs au point correspondant de l'entrefer.

L'amplitude $\Psi_{1m} = w_1 k_{e1} \Phi_m$ du flux de champ d'induction mutuelle tournant embrassé par les spires d'une phase de l'enroulement statorique (v. § 27-5) est proportionnelle au flux $\Phi_m = \frac{2}{\pi} \tau l_\delta B_m$ et finalement à l'amplitude de l'induction magnétique dans l'entrefer B_m [1]).

Dans le diagramme considéré, les $\dot{B}_m$, $\dot{\Phi}_m$ et $\dot{\Psi}_{1m}$ complexes ont même sens (fig. 41-2). La variation du flux total avec la pulsation $\omega_1 = 2\pi f_1$ a pour effet d'induire dans chaque phase une *f.é.m. d'induction mutuelle*. La valeur efficace de cette f.é.m. complexe s'écrit

$$\dot{E}_1 = -j\omega_1 \frac{\dot{\Psi}_{1m}}{\sqrt{2}} = -j \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 w_1 k_{e1} \dot{\Phi}_m. \qquad (41\text{-}2)$$

[1]) Les équations de Φ_m et E_1 sont données ici pour une machine non saturée à répartition sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer; pour une machine saturée elles sont indiquées dans le chap. 40.

De plus, chaque phase du stator est couplé avec le champ de fuites, ce qui donne un flux embrassé $\dot{\Psi}_{1\sigma}$ proportionnel au courant $\dot{I}_1$ de la phase (les lignes du champ d'induction mutuelle et du champ de fuites sont montrées pour la phase A_1 et les autres phases du stator sur la figure 41-1).

La force électromotrice de fuites $E_{\sigma 1}$ induite dans une phase du stator par suite de la variation du flux total de fuites de pulsation ω_1 est généralement exprimée par le courant $\dot{I}_1$ et la *réactance de fuites du stator* $X_1 = \omega_1 L_{\sigma 1}$ (v. § 28-7):

$$\dot{E}_{1\sigma} = -j\omega_1 \frac{\dot{\Psi}_{1\sigma}}{\sqrt{2}} = -jX_1\dot{I}_1. \tag{41-3}$$

Les tensions, les f.é.m. et les courants dans les phases du stator doivent satisfaire à l'équation des tensions qui s'écrit en notation

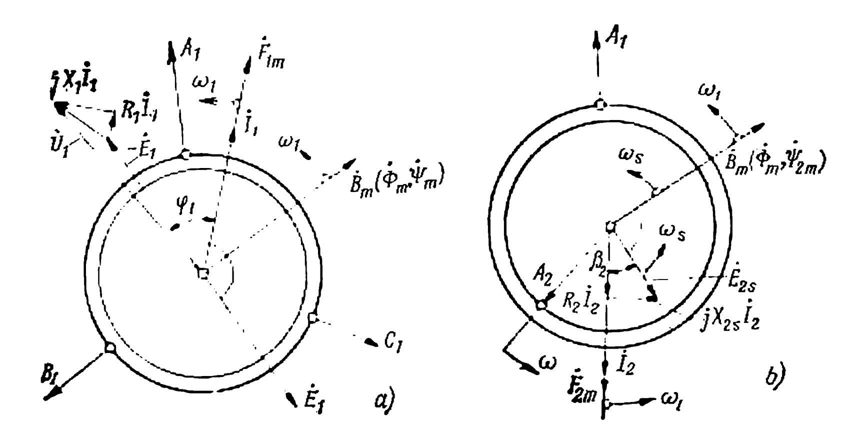


Fig. 41-2. Diagrammes spatio-temporels des grandeurs statoriques (*a*) et rotoriques (*b*) d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur ($\omega < \omega_1$, $s > 0$).

complexe sous la même forme que pour l'enroulement primaire d'un transformateur (v. § 3-2):

$$\dot{U}_1 + \dot{E}_1 + \dot{E}_{1\sigma} = R_1\dot{I}_1,$$

où R_1 est la résistance offerte par une phase du stator au courant de fréquence f_1 (suivant le § 31-2).

En exprimant $\dot{E}_{1\sigma}$ par le courant $\dot{I}_1$ suivant (41-3), on peut introduire dans cette équation l'impédance d'une phase du stator $\underline{Z}_1$:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_1, \qquad (41\text{-}4)$$

où $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$ est l'impédance d'une phase du stator [1]).

A l'équation (41-4) correspond le diagramme des tensions du stator construit sur la figure 41-2, *a* pour une machine asynchrone fonctionnant en moteur.

Dans ce diagramme, la valeur et le sens de la f.é.m. $\dot{E}_1$ induite par le champ tournant $\dot{B}_m$ sont choisis de façon que pour la valeur donnée de la tension $\dot{U}_1$ la machine fonctionne en moteur. A cet effet, il faut que le courant dans la phase

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 + \dot{E}_1}{\underline{Z}_1}$$

soit déphasé d'un angle $\varphi_1 < \pi/2$ en arrière sur la tension $\dot{U}_1$ et que la puissance active $P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 > 0$ (on considère comme positive la puissance absorbée au réseau).

§ 41-3. Equation des tensions du rotor. Force magnétomotrice du rotor

Le rotor de la machine asynchrone tourne à une vitesse angulaire mécanique Ω qui diffère dans le cas général de la vitesse angulaire $\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p} = \frac{\omega_1}{p}$ du champ d'induction mutuelle (respectivement dans le modèle bipolaire de la figure 41-2, la vitesse angulaire électrique du rotor $\omega = \Omega p$ n'est pas égale à la vitesse angulaire électrique du champ $\omega_1 = \Omega_1 p = 2\pi f_1$).

Le champ d'induction mutuelle représenté sur la figure 41-2, *b* par la valeur complexe $\dot{B}_m$ tourne par rapport au rotor à une vitesse angulaire $\Omega_s = \Omega_1 - \Omega$ qu'on appelle *vitesse angulaire de glissement* (respectivement dans le modèle, le champ tourne par rapport au rotor à une vitesse $\omega_s = \omega_1 - \omega$). Dans les figures 41-2 et autres, la vitesse ω_1 par rapport au stator est montrée sur le fond du stator et la vitesse ω_s par rapport au rotor, sur le fond du rotor.

En appliquant au rotor la notion de *glissement*

$$s = \frac{\Omega_s}{\Omega_1} = \frac{\omega_s}{\omega_1}, \qquad (41\text{-}5)$$

on peut exprimer la vitesse angulaire de glissement par la vitesse angulaire du champ

$$\Omega_s = \Omega_1 - \Omega = s\Omega_1 \quad \text{ou} \quad \omega_s = \omega_1 - \omega = s\omega_1. \qquad (41\text{-}6)$$

[1]) L'impédance Z_1 est calculée sans tenir compte du flux embrassé dû au champ d'induction mutuelle.

Lorsque la machine fonctionne en moteur, le cas auquel correspond le diagramme de la figure 41-2, on a $\Omega_1 > \Omega$ ($\omega_1 > \omega$), si bien que le glissement s et la vitesse angulaire de glissement Ω_s avec laquelle le champ B_m tourne par rapport au rotor sont positifs. Cela signifie que dans ce cas le champ B_m tourne par rapport au rotor dans le même sens que par rapport au stator (ω_s est dirigé dans le même sens que ω_1).

Le flux de champ tournant d'induction mutuelle embrassé par une phase de l'enroulement rotorique (v. § 27-5) a pour amplitude:

$$\Psi_{2m} = w_2 k_{e2} \Phi_m, \qquad (41\text{-}7)$$

où w_2 est le nombre de spires d'une phase du rotor;

k_{e2} le coefficient d'enroulement d'une phase du rotor pour la composante harmonique fondamentale (à p périodes) de l'induction.

Dans cette équation, le flux d'induction mutuelle Φ_m est le même que dans (41-2). Les $\dot{\Phi}_m$ et $\dot{\Psi}_{2m}$ complexes ont même sens que $\dot{B}_m$ complexe. La variation, à la fréquence angulaire ω_s, des flux totaux embrassés par les phases du rotor a pour effet d'y induire une f.é.m. d'induction mutuelle E_{2s}. La fréquence f_2 de la f.é.m. d'induction mutuelle, des courants et des autres grandeurs intervenant dans les phases du rotor est déterminée par la vitesse angulaire du champ par rapport au rotor

$$f_2 = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{\omega_1 s}{2\pi} = f_1 s. \qquad (41\text{-}8)$$

La f.é.m. $\dot{E}_{2s}$ complexe est déphasée de $\pi/2$ en arrière sur le flux embrassé complexe, la valeur efficace de la f.é.m. pour le glissement s est donnée par

$$\dot{E}_{2s} = -j\omega_s \frac{\dot{\Psi}_{2m}}{\sqrt{2}} = -j\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_2 w_2 k_{e2} \dot{\Phi}_m. \qquad (41\text{-}9)$$

La *force électromotrice d'induction mutuelle E_{2s} dans une phase du rotor* peut être exprimée par la f.é.m. d'induction mutuelle E_2 qui serait induite par le même champ dans un rotor à l'arrêt pour $\omega = 0$, $\omega_s = \omega_1 - \omega = \omega_1$, le glissement $s = 1$ et la fréquence $f_2 = f_1 s = f_1$.

Comme il résulte de (41-8),

$$E_{2s} = E_2 s, \qquad (41\text{-}10)$$

où

$$E_2 = \omega_1 \frac{\Psi_{2m}}{\sqrt{2}}.$$

Chaque phase du rotor est couplé aussi avec le champ de fuites. Le flux total embrassé $\Psi_{2\sigma}$ est proportionnel au courant I_2 de la

phase (les lignes du champ d'induction mutuelle et des champs de fuites sont montrées pour la phase A_2 et les autres phases du rotor sur la figure 41-1).

La force électromotrice de fuites $\dot{E}_{2\sigma s}$ induite dans une phase du rotor par suite de la variation, à la fréquence angulaire $\omega_s = 2\pi f_2 = s\omega_1$, du flux total est généralement exprimée par le courant $\dot{I}_2$ et la *réactance de fuites du rotor pour le glissement s*, égale à

$$X_{2s} = 2\pi f_2 L_{\sigma 2} = 2\pi s f_1 L_{\sigma 2} = sX_2, \qquad (41\text{-}11)$$

où $X_2 = 2\pi f L_{\sigma 2}$ est la *réactance de fuites du rotor à l'arrêt pour* $s = 1$ et la fréquence $f_2 = f_1$ (v. § 28-7).

La valeur efficace de la f.é.m. de fuites du rotor a pour expression

$$\dot{E}_{2\sigma s} = -jX_{2s}\dot{I}_2, \qquad (41\text{-}12)$$

Les forces électromotrices et les courants dans les phases du rotor doivent satisfaire à l'équation des tensions qui s'écrit en notation complexe sous la même forme que pour l'enroulement secondaire d'un transformateur (v. § 3-2):

$$\dot{E}_{2s} + \dot{E}_{2\sigma s} = R_2\dot{I}_2,$$

où R_2 est la résistance effective qu'une phase du rotor présente au courant de fréquence

$$f_2 = sf_1.$$

En exprimant $\dot{E}_{2\sigma s}$ par le courant $\dot{I}_2$ suivant (41-12), on peut introduire dans l'équation des tensions l'impédance d'une phase du rotor égale à $R_2 + jX_{2s}$:

$$\dot{E}_{2s} = (R_2 + jX_{2s})\,\dot{I}_2. \qquad (41\text{-}13)$$

La f.é.m. $\dot{E}_{2s}$ fait apparaître dans les phases du rotor un courant

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_{2s}}{(R_2 + jX_{2s})}, \qquad (41\text{-}14)$$

déphasé de β_2 en arrière sur la f.é.m. $\dot{E}_{2s}$ (v. fig. 41-2, *b*):

$$\beta_2 = \operatorname{arctg}\frac{X_{2s}}{R_2}. \qquad (41\text{-}15)$$

Le courant I_2 que l'induction électromagnétique fait naître dans les phases du rotor varie, de même que la f. é. m. E_{2s}, à la fréquence $f_2 = sf_1$. A l'équation (41-13) correspond le diagramme des tensions du rotor construit à la figure 41-2, *b*. Les grandeurs simples du rotor peuvent être obtenues en projetant les valeurs complexes correspondantes sur les axes des phases A_2, B_2, C_2 du rotor qui tournent avec le rotor à la vitesse angulaire électrique ω. Puisque

les valeurs complexes traduisant les grandeurs simples du rotor tournent par rapport au rotor avec la vitesse $\omega_s = \omega_1 - \omega$, leurs projections varient à la fréquence $f_2 = \frac{\omega_s}{2\pi}$.

Le système de courants équilibrés I_2 qui parcourent l'enroulement à m_2 phases du rotor et sont déphasés dans le temps de $2\pi/m_2$ engendre l'*harmonique à p périodes* (*onde fondamentale*) *de la f.m.m. du rotor* dont l'amplitude a pour valeur (v. § 25-9)

$$F_{2m} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} m_2 \frac{I_2 w_2 k_{e2}}{p}. \qquad (41\text{-}16)$$

Par rapport au rotor, la f.m.m. F_{2m} tourne avec la vitesse angulaire électrique $\omega_s = 2\pi f_2$ dans le modèle bipolaire et avec la vitesse angulaire mécanique $\Omega_s = \omega_s/p$ dans la machine réelle. Le sens de la f. m. m. complexe $\dot{F}_{2m}$ est celui du courant complexe $\dot{I}_2$. Compte tenu de la vitesse angulaire du rotor qui est $\omega = \Omega p$ dans le modèle bipolaire et Ω dans la machine elle-même, il n'est pas difficile de voir que par rapport au stator la f.m.m. $\dot{F}_{2m}$ tourne à la vitesse

$$\omega + \omega_s = \omega_1$$

dans le modèle et à la vitesse

$$\Omega + \Omega_s = \Omega_1$$

dans la machine elle-même.

Ainsi, la f.m.m. $\dot{F}_{2m}$ du rotor tourne dans l'espace avec la même vitesse que la f.m.m. $\dot{F}_{1m}$ du stator.

§ 41-4. Particularités du calcul des paramètres et des grandeurs d'un enroulement en court-circuit du type à cage d'écureuil

Un enroulement à cage d'écureuil est constitué par un certain nombre Z_2 de barres, logées dans les encoches de l'armature du rotor et parcourues par des courants $\dot{I}_{b1}$, $\dot{I}_{b2}$, $\dot{I}_{b3}$, . . ., et par deux couronnes d'extrémité qui assurent les connexions électriques entre les barres. La portion de la couronne se trouvant entre les barres *1* et *2* est parcourue par un courant $\dot{I}_{c1}$, la portion entre les barres *2* et *3* par un courant $\dot{I}_{c2}$, la portion suivante par un courant $\dot{I}_{c3}$, et ainsi de suite (fig. 41-3).

Une phase de l'enroulement en court-circuit représente un contour à une spire constitué par deux barres consécutives et les portions des couronnes comprises entre ces barres. Par exemple, le contour de la phase *1* comprend les barres *1* et *2* et les portions correspondantes des couronnes.

Le nombre de phases d'un enroulement en court-circuit est égal au nombre de ses barres (ou de contours):

$$m_2 = Z_2.$$

Le nombre de spires d'une phase comportant un seul contour est égal à l'unité :

$$w_2 = 1.$$

Le coefficient d'enroulement de la phase est égal au facteur de raccourcissement

$$k_{e2} = k_{r2} = \sin \frac{\pi y}{2\tau} = \sin \frac{\pi p}{Z_2}, \qquad (41\text{-}17)$$

où $y = 1$ est le pas du contour de la phase (en pas dentaires) ;
$\tau = Z_2/2p$ la demi-période du premier harmonique du champ tournant (en pas dentaires).

Par courant de phase on entend le courant dans le contour égal au courant dans les portions correspondantes des couronnes: $\dot{I}_{2(1)} = \dot{I}_{c1}$, $\dot{I}_{2(2)} = \dot{I}_{c2}$, etc.

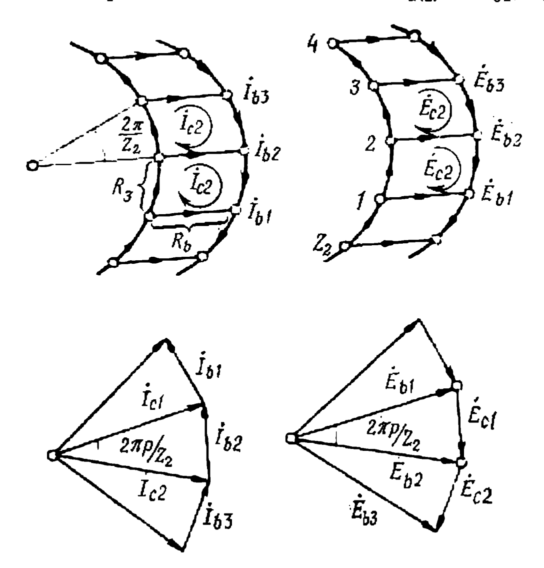


Fig. 41-3. Courants et f.é.m. dans les contours et les barres d'un enroulement en court-circuit.

Chacune des barres est parcourue par les courants de deux phases voisines. Les courants dans les barres sont égaux à la différence des courants des phases voisines (des contours voisins) :

$$\dot{I}_{(b2)} = \dot{I}_{c1} - \dot{I}_{c2}. \qquad (41\text{-}18)$$

Par raison de symétrie de l'enroulement, les courants induits dans les phases par le champ tournant à p périodes sont identiques: $I_2 = I_c = I_{c1} = I_{c2} = \ldots$ Les courants complexes de phase forment dans le diagramme vectoriel une étoile symétrique dans laquelle les courants de deux phases voisines font un angle de $2\pi p/Z_2$ (les contours des phases voisines sont décalés dans l'espace d'un angle de $2\pi/Z_2$).

Les courants des barres constituent les côtés du polygone construit sur l'étoile des courants dans les contours. La valeur efficace du courant d'une

barre a pour expression

$$I_b = 2I_2 \sin \frac{\pi p}{Z_2} \qquad (41\text{-}19)$$

(pour obtenir cette formule il convient de considérer le triangle des courants I_{c1}, I_{c2}, I_{b2} de la figure 41-3).

La force électromotrice d'une phase $E_{2s} = E_c = E_{c1} = E_{c2} = \ldots$ peut être considérée comme la différence des f.é.m. des barres faisant partie du contour, par exemple

$$\dot{E}_{c1} = \dot{E}_{b2} - \dot{E}_{b1}. \qquad (41\text{-}20)$$

La valeur efficace de la f.é.m. d'une barre $E_b = E_{b1} = E_{b2} = \ldots$ se détermine à partir du triangle des vecteurs $\dot{E}_{b1}$, $\dot{E}_{b2}$, $\dot{E}_{c1}$:

$$E_c = \frac{E_{2s}}{2 \sin \frac{\pi p}{Z_2}}. \qquad (41\text{-}21)$$

Les résistances et les réactances équivalentes des phases de l'enroulement en court-circuit R_2, X_2 se déterminent à partir des considérations énergétiques. La somme des pertes électriques dans les phases de l'enroulement

$$Z_2 R_2 I_2^2$$

doit être égale à la somme des pertes dans les barres $Z_2 R_b I_b^2$ et dans les éléments des couronnes d'extrémité situés entre les barres consécutives $2Z_2 R_{é.c} I_c^2$ (ici, $I_c = I_2$, R_b est la résistance effective de la barre, $R_{é.c}$ la résistance effective de l'élément de couronne se trouvant entre les barres, v. fig. 41-3). On obtient, toutes réductions effectuées,

$$R_2 = 2R_{é.c} + R_b (I_b/I_2)^2, \qquad (41\text{-}22)$$

$$X_2 = 2X_{é.c} + X_b (I_b/I_2)^2, \qquad (41\text{-}23)$$

où X_b est la réactance de fuites d'une barre;

$X_{é.c}$ la réactance de fuites d'un élément de couronne;

$$(I_b/I_2)^2 = 4 \left(\sin \frac{\pi p}{Z_2}\right)^2$$

(v. (41-19)).

§ 41-5. Equation des forces magnétomotrices. Courant magnétisant. Champ d'induction mutuelle

Comme il a été montré au § 41-3, la f.m.m. F_{2m} du rotor tourne à la même vitesse que la f.m.m. F_{1m} du stator. Les deux f.m.m. tournent avec la vitesse angulaire Ω_1 (dans le modèle, ω_1) par rapport au stator et avec la vitesse Ω_s (dans le modèle, ω_s) par rapport au rotor. En état de régime, la position relative des f. m. m. du stator et du rotor représentées dans le modèle par les valeurs complexes $\dot{F}_{1m}$ et $\dot{F}_{2m}$ reste toujours inchangée (fig. 41-4). C'est pourquoi, la f. m. m. *résultante* $\dot{F}_{0m}$ possède en chaque régime une amplitude bien déterminée, tourne avec la vitesse Ω_1 (dans le modèle, ω_1) par rapport au stator et se détermine à partir de l'équation des f.m.m.

$$\dot{F}_{0m} = \dot{F}_{1m} + \dot{F}_{2m}. \qquad (41\text{-}24)$$

Respectivement, le champ d'induction mutuelle engendré par la f.m.m. résultante $\dot{F}_{0m}$ se caractérise en chaque régime par une induction bien déterminée $\dot{B}_m$ et tourne avec les mêmes vitesses par rapport au stator.

Le flux Φ_m d'induction mutuelle en charge peut être déterminé à partir du calcul du circuit magnétique effectué pour la marche à vide (40-2). A cet effet, on peut se servir de la courbe de magnétisation $\Phi_m = f(F_{0m})$ en entendant par F_{0m} la f.m.m. résultante en charge. Aux mêmes valeurs des f.m.m. résultantes F_{0m} à vide et en charge correspondront les mêmes valeurs des flux d'induction mutuelle.

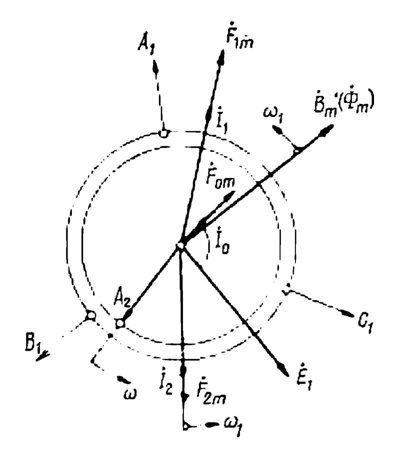


Fig. 41-4. Diagrammes spatio-temporels des f.m.m. et des courants d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur ($\omega < \omega_1$, $s > 0$).

En développant l'analogie qui existe entre la production du champ d'induction mutuelle en charge et à vide, on peut introduire la notion de courant magnétisant I_0. Nous appellerons *courant magnétisant* le courant I_0 dans l'enroulement statorique qui engendre une f.m.m. égale à la f.m.m. résultante F_{0m}. Le courant magnétisant est représenté (v. fig. 41-4) par la valeur complexe

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{F}_{0m}\pi p}{\sqrt{2}\, m_1 w_1 k_{e1}}, \qquad (41\text{-}25)$$

dont le sens dans le plan complexe est celui de $\dot{F}_{0m}$. En même temps, on peut concevoir que la f.m.m. F_{2m} est produite par un courant I'_2 qui parcourt l'enroulement statorique. Ce courant s'appelle courant rotorique ramené à l'enroulement statorique et s'exprime par la valeur complexe

$$\dot{I}'_2 = \frac{\dot{F}_{2m}\pi p}{\sqrt{2}\, m_1 w_1 k_{e1}} = k_i \dot{I}_2, \qquad (41\text{-}26)$$

où $k_i = \frac{m_2 w_2 k_{e2}}{m_1 w_1 k_{e1}}$ est le coefficient de réduction du courant rotorique.

Remarquons que les courants de phase I_0 et I'_2 représentent des systèmes symétriques de courants dans l'enroulement du stator qui varient à la fréquence f_1 et engendrent des f.m.m. tournantes d'amplitudes correspondantes (F_{0m} et F_{2m}). Après l'introduction des courants $\dot{I}_0$ et $\dot{I}'_2$ on peut exprimer les f.m.m. $\dot{F}_{0m}$, $\dot{F}_{2m}$ et

$\dot{F}_{1m}$ intervenant dans la relation (41-24) par des courants correspondants à l'aide de (41-25), (41-26) et, en divisant tous les termes de l'équation par $\frac{\sqrt{2}\, m_1 w_1 k_{e1}}{\pi p}$, obtenir une autre forme d'écriture de l'équation des f.m.m.

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2. \qquad (41\text{-}27)$$

Sous cette forme l'équation des f. m. m. porte le nom d'*équation des courants*. Le courant magnétisant $\dot{I}_0$ défini par cette équation produit le même champ d'induction mutuelle que celui engendré en marche à vide par le courant $\dot{I}_0$ de valeur égale. Respectivement, la f.é.m. d'induction mutuelle E_1 induite dans l'enroulement du stator lors du fonctionnement en charge est la même que celle engendrée à vide pour le courant I_0. Par suite, l'équation qui relie la f.é.m. d'induction mutuelle E_1 avec le courant magnétisant I_0 est pour la marche en charge la même que pour la marche à vide (40-17):

$$\dot{E}_1 = -\underline{Z}_0 \dot{I}_0, \qquad (41\text{-}28)$$

où $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$ est l'impédance principale de l'enroulement statorique.

L'induction $\dot{B}_m$ et le flux magnétique Φ_m complexes sont déphasés de $\pi/2$ en avant sur la f. é. m. $\dot{E}_1$ complexe. La relation entre la f.é.m. E_1 d'une part et l'induction B_m et le flux Φ_m d'autre part est la même qu'en marche à vide [v. (40-1), (40-3) compte tenu de la saturation, (41-2) sans tenir compte de la saturation].

Les diagrammes des f.m.m. et des courants qui correspondent aux équations des f. m. m. (41-24) et des courants (41-27) sont représentés par la figure 41-4.

§ 41-6. Diagramme des tensions et des courants d'une machine asynchrone

Le diagramme des tensions et des courants d'une machine asynchrone représenté par la figure 41-5 donne une interprétation graphique du système d'équations qui décrivent les phénomènes dans les circuits électriques du stator et du rotor de cette machine (41-4), (41-13), (41-27), (41-28).

Ce diagramme est construit dans le plan complexe spatial du modèle bipolaire et représente la combinaison des diagrammes partiels des figures 41-2 et 41-4. Dans ce diagramme toutes les valeurs complexes tournent à la vitesse $\omega_1 = 2\pi f_1$, le rotor et les axes de ses phases tournent à la vitesse angulaire $\omega = \Omega p$, le stator et les axes de ses phases sont considérés comme immobiles. Les grandeurs statoriques simples sont données par les projections des valeurs com-

plexes correspondantes ($\dot{U}_1$, $\dot{E}_1$, $\dot{I}_1$ et autres) sur les axes des phases du stator; les grandeurs rotoriques simples ($\dot{E}_{2s}$, $\dot{I}_2$ et autres) sont données par les projections des valeurs complexes correspondantes sur les axes des phases du rotor par rapport auxquels elles tournent avec la vitesse $\omega_1 - \omega = \omega_s$.

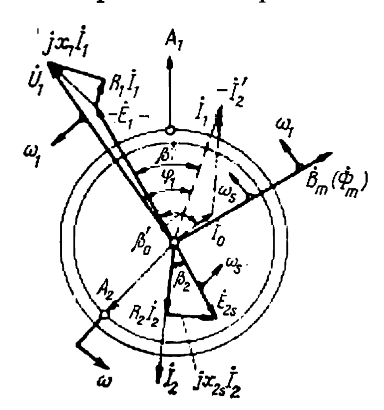


Fig. 41-5. Diagramme spatio-temporel d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur ($\omega < \omega_1$, $s > 0$).

Les grandeurs réparties dans l'espace sont obtenues en projetant les valeurs complexes ($\dot{B}_m$, $\dot{F}_{1m}$, $\dot{F}_{2m}$, $\dot{F}_{0m}$) sur des rayons dirigés vers le point considéré de l'entrefer.

Il est le plus commode de commencer la construction de ce diagramme par l'induction $\dot{B}_m$ complexe dont le sens est celui des $\dot{\Phi}_m$, Ψ_{1m}, Ψ_{2m} complexes. En plus de l'amplitude de l'induction B_m dans l'entrefer, sont supposés donnés: la fréquence f_1 du courant statorique, la vitesse angulaire Ω du rotor, les paramètres X_0, R_0, R_1, R_2, X_1, X_{2s} et les courbes de magnétisation. Toutes les autres grandeurs (E_{2s}, I_2, I_0, I_1, E_1, U_1 et autres) qui caractérisent les circuits électriques du stator et du rotor sont déterminées graphiquement au cours de la construction du diagramme. La figure 41-5 montre un tel diagramme pour une machine fonctionnant en moteur ($0 < \Omega < \Omega_1$; $1 > s > 0$). Pour construire ce diagramme il convient de procéder dans l'ordre suivant:

1. Choisir arbitrairement la position $\dot{B}_m$ de la complexe.

2. Représenter les $\dot{\Phi}_m$, $\dot{\Psi}_{1m}$, $\dot{\Psi}_{2m}$ complexes dont le sens est celui de $\dot{B}_m$. Calculer le flux Φ_m d'après (41-2) ou (40-3) compte tenu de l'aplatissement de la courbe de l'induction.

3. Représenter la f. é. m. $\dot{E}_1$ complexe d'après (40-1) ou (41-2) et la f. é. m. $\dot{E}_{2s}$ complexe d'après (41-9), qui sont déphasées en arrière de $\pi/2$ sur $\dot{\Phi}_m$.

4. Déterminer d'après (41-14) le courant $\dot{I}_2$ complexe qui est déphasé en arrière de l'angle β_2 sur $\dot{E}_{2s}$ et construire le diagramme des tensions du rotor.

5. Calculer à l'aide de (41-26) le courant rotorique $\dot{I}_2'$ ramené au stator.

6. Déterminer d'après (41-28) le courant $\dot{I}_0$ complexe.

7. Déterminer d'après (41-27) le courant statorique complexe $\dot{I}_1$.

8. En se servant de (41-4), construire le diagramme des tensions du stator et déterminer la tension $\dot{U}_1$ du réseau primaire et l'angle de déphasage φ_1 entre $\dot{U}_1$ et $\dot{I}_1$.

§ 41-7. Transformation électromécanique de l'énergie dans la machine asynchrone. Pertes. Rendement

Pour bien comprendre les phénomènes électromagnétiques qui se déroulent dans la machine, il est utile de considérer les étapes successives de la transformation électromécanique de l'énergie qu'elle assure.

Lorsque la machine fonctionne en moteur (fig. 41-6), la vitesse angulaire de son rotor ne dépasse pas la vitesse angulaire du champ ($0 < \Omega < \Omega_1$) et la puissance active absorbée au réseau est donnée par

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1, \qquad (41\text{-}29)$$

où φ_1 est l'angle de déphasage entre la tension et le courant dans l'enroulement statorique montré dans le diagramme de la figure 41-5.

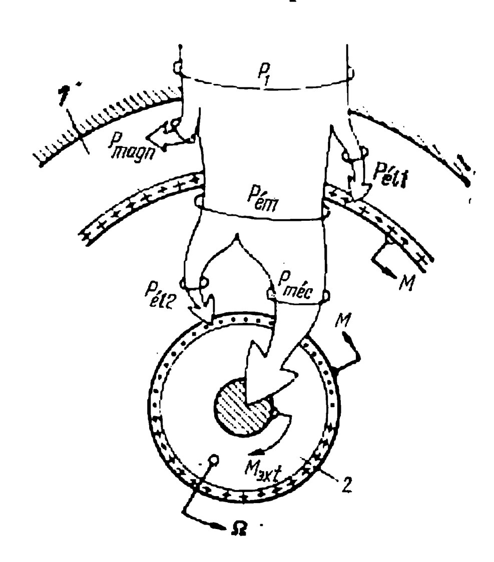


Fig. 41-6. Transformation de l'énergie dans une machine asynchrone fonctionnant en moteur:
1, stator; *2*, rotor.

L'angle φ_1 est considéré comme positif si le courant est déphasé en arrière sur la tension. Pour les machines fonctionnant en moteur il se situe dans les limites de $\pi/2 > \varphi_0 > > \varphi_1 > 0$ et la puissance P_1 est positive.

En exprimant la composante active de la tension $U_1 \cos \varphi_1$ par la somme de deux termes $R_1 I_1$ et $E_1 \cos \beta_1'$, nous obtenons pour la puissance l'expression suivante

$$P_1 = m_1 I_1 (U_1 \cos \varphi_1) = \\ = m_1 I_1 E_1 \cos \beta_1' + m_1 R_1 I_1^2$$

qui montre qu'une fraction de la puissance P_1 correspondant aux pertes électriques $P_{\text{él }1} = m_1 R_1 I_1^2$ se dégage par effet Joule dans l'enroulement statorique (fig. 41-6). En représentant la composante active du courant statorique $I_1 \cos \beta_1'$ (par rapport à la f. é. m. $-\dot{E}_1$) par la somme de la composante active du courant magnétisant $I_0 \cos \beta_0' = I_{0a}$ et de la composante active du courant secondaire ramené $I_2' \cos \beta_2$

$$m_1 E_1 (I_1 \cos \beta_1') = m_1 E_1 I_0 \cos \beta_0' + m_1 E_1 I_2' \cos \beta_2,$$

nous voyons que la fraction de la puissance

$$P_{\text{magn}} = m_1 E_1 I_0 \cos \beta_0'$$

correspondant aux pertes magnétiques (v. § 40-3) passe sous forme calorifique dans le circuit magnétique du stator.

La puissance restante

$$P_{\text{ém}} = P_1 - P_{\text{él1}} - P_{\text{magn}} = m_1 E_1 I_2' \cos \beta_2 \qquad (41\text{-}30)$$

est transmise du stator au rotor par la voie électromagnétique à travers l'entrefer. La puissance $P_{\text{ém}}$ est dite *électromagnétique* (§ 30-1). En exprimant la f. é. m. d'induction mutuelle à l'aide de (41-2) et en remarquant que le couple électromagnétique exercé sur le stator peut être représenté selon (29-13) sous la forme

$$M = \frac{pm_1}{\sqrt{2}} \Psi_{1m} I_2' \cos \beta_2, \qquad (41\text{-}31)$$

où β_2 est l'angle que font les directions de la f. é. m. $\dot{E}_1$ et du courant $\dot{I}_2'$, on peut montrer que la puissance électromagnétique est proportionnelle au couple électromagnétique et à la vitesse angulaire du champ:

$$P_{\text{ém}} = m_1 E_1 I_2' \cos \beta_2 = M\Omega_1. \qquad (41\text{-}32)$$

La puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ est transmise au rotor par l'intermédiaire du champ électromagnétique. En se reportant à la notion de f. é. m. E_2 induite dans une phase du rotor à l'arrêt que nous avons introduite plus haut [v. (41-10)] et en exprimant le courant rotorique ramené I_2' par le courant rotorique I_2, on peut exprimer la puissance électromagnétique par les grandeurs rotoriques:

$$P_{\text{ém}} = m_2 E_2 I_2 \cos \beta_2 = M\Omega_1, \qquad (41\text{-}33)$$

où $M = \frac{pm_2}{\sqrt{2}} \Psi_{2m} I_2 \cos \beta_2$ est le couple électromagnétique agissant sur le rotor [il est égal au couple électromagnétique donné par (41-31) qui s'exerce sur le stator].

La transformation de la puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ qui est transmise au rotor de la part de l'entrefer a été étudiée au § 30-1. Dans la machine asynchrone, la vitesse angulaire totale Ω du courant rotorique superficiel A_2 est égale à la somme de la vitesse de rotation mécanique du rotor $\Omega = \Omega_1 (1 - s)$ et de la vitesse angulaire du courant superficiel par rapport au rotor $\Omega_s = s\Omega_1$ qui dépend de la fréquence $f_2 = sf_1$ du courant traversant l'enroulement rotorique. Respectivement, la puissance électromagnétique $P_{\text{ém}} = M\Omega_1$ peut être représentée par la somme de deux puissances:

$$P_{\text{ém}} = M\Omega_1 = M\Omega_s + M\Omega = P_{\text{él2}} + P_{\text{méc}}. \qquad (41\text{-}34)$$

La puissance $M\Omega_s = M\Omega_1 s$ traduit les pertes électriques $P_{él\,2}$ dans l'enroulement rotorique. On peut s'en assurer aisément en exprimant le couple par les grandeurs rotoriques et en remarquant que $E_{2s} \cos \beta_2 = R_2 I_2$ (v. fig. 41-5):

$$M\Omega_s = \left(\frac{pm_2}{\sqrt{2}} \Psi_{2m} I_2 \cos \beta_2\right) \Omega_s = m_2 \left(\frac{w_s}{\sqrt{2}} \Psi_{2m}\right) I_2 \cos \beta_2 =$$

$$= m_2 I_2 (E_{2s} \cos \beta_2) = m_2 R_2 I_2^2 = P_{él2}. \quad (41\text{-}35)$$

La puissance $M\Omega = M\Omega_1 (1 - s)$ représente respectivement la puissance mécanique développée par le couple électromagnétique M lorsque le rotor tourne à la vitesse angulaire Ω:

$$M\Omega = P_{méc} = P_2'.$$

On peut facilement montrer que les rapports entre les puissances $P_{él\,2}$ et $P_{méc} = P_2'$ d'une part et la puissance électromagnétique d'autre part dépendent du glissement s de rotor:

$$\left.\begin{aligned} P_{él2} &= sP_{ém}; \\ P_{méc} &= P_2' = (1 - s)\, P_{ém}. \end{aligned}\right\} \quad (41\text{-}36)$$

La puissance mécanique utile P_2 transmise par l'arbre à l'organe entraîné est inférieure à la puissance mécanique P_2' fournie au rotor d'une quantité égale à la somme des pertes mécaniques P_{fr} (par frottement des tourillons dans les paliers, par frottement du rotor dans l'air, etc.) et des pertes supplémentaires P_{sup} dans les enroulements et les circuits magnétiques dues aux harmoniques supérieurs des courants et des champs magnétiques

$$P_2 = P_2' - P_{fr} - P_{sup}. \quad (41\text{-}37)$$

Le rendement d'une machine fonctionnant en moteur est défini par le rapport de la puissance mécanique utile P_2 à la puissance active P_1 absorbée au réseau:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_1}, \quad (41\text{-}38)$$

où $\Sigma P = P_{magn} + P_{él\,1} + P_{él\,2} + P_{fr} + P_{sup}$ est la somme des pertes dans la machine.

CHAPITRE 42

PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UNE MACHINE ASYNCHRONE RAMENÉS AU TRANSFORMATEUR

§ 42-1. Remplacement du rotor tournant par un rotor à l'arrêt

Les équations obtenues au chap. 41 pour les circuits électriques de la machine asynchrone décrivent entièrement les phénomènes qui s'y déroulent. Pourtant ces équations sont d'un emploi peu commode du fait que les grandeurs caractérisant les circuits rotoriques ne varient pas à la même fréquence que les grandeurs statoriques. Cela ne permet pas d'étendre à la machine asynchrone les résultats obtenus dans la théorie du transformateur dans lequel les grandeurs primaires et les grandeurs secondaires varient à la même fréquence.

L'équation des tensions de l'enroulement statorique (41-4) écrite pour la fréquence f_1 est la même que celle de l'enroulement primaire du transformateur. Il suffit donc de transformer seulement l'équation des tensions de l'enroulement rotorique et ceci de façon telle que les grandeurs rotoriques varient à la même fréquence que les grandeurs statoriques, c'est-à-dire à la fréquence f_1.

Comme il en résulte de ce qui précède (v. chap. 41), il faut à cet effet remplacer le rotor tournant à la vitesse Ω par un rotor à l'arrêt puisque pour $s = 1$ on a $f_2 = sf_1 = f_1$. Ce faisant, on doit choisir les paramètres de l'enroulement du rotor calé de telle sorte que le passage du rotor tournant au rotor immobile soit sans effet sur les phénomènes de transformation électromécanique de l'énergie dans la machine. On peut facilement montrer que le champ tournant d'induction mutuelle, le couple électromagnétique et toutes les grandeurs intervenant dans l'enroulement statorique restent inchangés lorsqu'on passe au rotor à l'arrêt, si le courant rotorique I_2 et la f. m. m. rotorique F_{2m} restent inchangés en grandeur et en phase.

Le modèle d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur dont le rotor tourne à la vitesse $\omega = \omega_1 (1 - s) < \omega_1$ est montré sur la figure 42-1 à gauche. Le champ tournant résultant de cette machine est représenté sur la figure par $\dot{B}_m$ complexe tournant à la vitesse $\omega_1 = 2\pi f_1$ par rapport au stator et à la vitesse $\omega_s = s\omega_1$ par rapport au rotor. La force électromotrice $\dot{E}_{2s}$ définie par (41-9), induite dans l'enroulement rotorique, est en retard de $\pi/2$ sur le vecteur induction. Le courant rotorique I_2 donné par (41-14) est à son tour en retard sur la f. é. m. E_{2s} d'un angle β_2 donné par (41-15).

Proposons-nous maintenant d'établir comment doit être modifiée l'impédance d'une phase du rotor immobile pour que le courant dans son enroulement reste inchangé. Puisque le champ d'induction mutuelle reste le même alors que sa vitesse de rotation par rapport

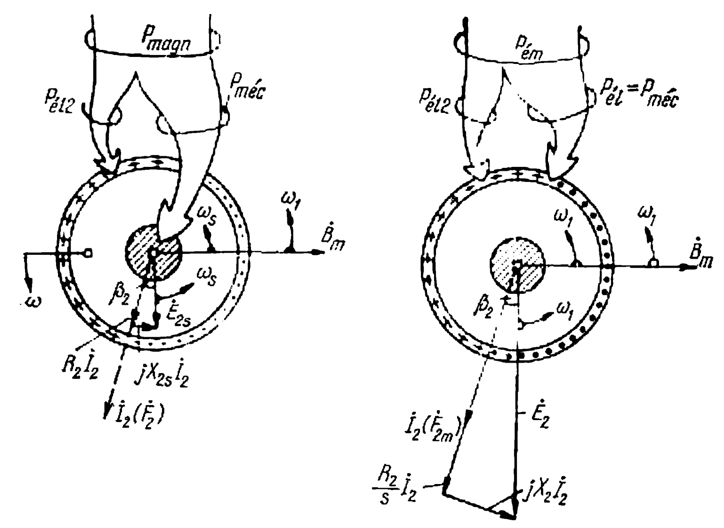


Fig. 42-1. Remplacement du rotor tournant par un rotor immobile équivalent.

au rotor (v. fig. 42-1, à droite) devient $\omega_1/\omega_s = 1/s$ fois plus grande; la f. é. m. d'induction mutuelle (E_2 sur la figure 42-1 à droite au lieu de $E_{2s} = sE_2$ à gauche de la figure) et sa fréquence augmentent dans la même proportion.

Il est évident que pour conserver le courant rotorique et son déphasage par rapport à la f. é. m. il faut augmenter les composantes résistive et réactive de l'impédance proportionnellement à la variation de la f. é. m. E_{2s}, c'est-à-dire de $1/s$ fois. Au lieu de la résistance R_2 il faut prendre R_2/s et remplacer la réactance de fuites du rotor tournant $X_{2s} = 2\pi f_2 L_{\sigma 2}$ par $X_2 = X_{2s}/s = 2\pi f_1 L_{\sigma 2}$ qui est la réactance de fuites d'une phase du rotor calé à la fréquence f_1 (41-11). En effet, avec un tel choix de la résistance et de la réactance le courant dans les phases de l'enroulement du rotor à l'arrêt

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2/s)^2 + jX_2}} \tag{42-1}$$

sera le même que dans le rotor tournant (41-14).

Le courant dans le rotor calé sera en retard sur la f. é. m. E_2 du même angle

$$\beta_2 = \operatorname{arctg} \frac{X_2}{R_2/s}, \tag{42-2}$$

que dans le rotor tournant [cf. (41-15)]. Le triangle des tensions dans

le diagramme du rotor calé (fig. 42-1, à droite) correspondant à l'équation des tensions pour le rotor calé équivalent

$$\dot{E}_2 = \left(\frac{R_2}{s}\right) \dot{I}_2 + jX_2\dot{I}_2, \tag{42-3}$$

est agrandi dans la proportion de $1/s$ par rapport au triangle des tensions dans le diagramme du rotor tournant (fig. 42-1, à gauche).

De façon formelle, l'équation des tensions du rotor calé équivalent s'obtient à partir de l'équation des tensions du rotor tournant (41-13) en multipliant cette dernière par $1/s$. Pourtant, pour reproduire réellement pour le rotor à l'arrêt tous les phénomènes qui se produisent dans le rotor tournant il faut introduire dans chaque phase du rotor une résistance additionnelle

$$R_{\text{méc}} = \frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \frac{1-s}{s},$$

qui donne, en s'ajoutant à la résistance naturelle R_2 du rotor, la résistance requise R_2/s. Quant à la réactance $X_2 = 2\pi f_1 L_{\sigma 2}$ elle se reproduit d'elle-même du fait que dans le rotor calé la fréquence augmente de $1/s$ fois puisque l'inductance de fuites du rotor $L_{\sigma 2}$ reste inchangée.

Comme on le voit sur la figure 42-1, lorsque le courant rotorique $\dot{I}_2$ reste inchangé en grandeur et en phase, la f. m. m. $\dot{F}_{2m}$ ne varie non plus: dans le rotor à l'arrêt elle aura la même amplitude, le même déphasage par rapport au champ d'induction mutuelle $\dot{B}_m$ et la même vitesse angulaire ω_1 par rapport au stator que dans le cas du rotor tournant. Or, cela signifie que le champ d'induction mutuelle B_m produit par les f. m. m. statorique et rotorique, les flux totaux embrassés Ψ_{1m} et Ψ_{2m}, le couple électromagnétique M et la puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ resteront eux aussi inchangés. C'est seulement le caractère de transformation de l'énergie dans le rotor lui-même qui sera différent. Dans la machine à rotor en marche (fig. 42-1, à gauche), la puissance électromagnétique est transformée en puissance mécanique

$$P_{\text{méc}} = M\Omega_1 (1-s) = P_{\text{él}2} \frac{(1-s)}{s}$$

et en puissance de pertes électriques dans l'enroulement rotorique $P_{\text{él }2} = M\Omega_1 s = m_2 R_2 I_2^2$.

Dans la machine à rotor calé équivalent (v. fig. 42-1, à droite), il ne se produit pas de transformation électromagnétique et toute la puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ passe en énergie électrique qui se dégage par effet Joule dans la résistance R_2/s. Dans la résistance additionnelle introduite dans la phase du rotor calé $R_{\text{méc}} = R_2 \frac{1-s}{s}$, la puissance

$$m_2 R_2 \frac{1-s}{s} I_2^2 = P_{\text{él}2} \frac{1-s}{s},$$

égale à la puissance mécanique $P_{méc} = P_{él2} \frac{1-s}{s}$ développée par le rotor se transforme en chaleur. La puissance restante $P_{ém} - P_{méc} = P_{él\,2} = m_2 R_2 I_2^2$ se dégagera sous forme calorifique dans l'enroulement lui-même. Remarquons pour conclure que le phénomène de transformation de l'énergie dans une machine asynchrone à rotor calé dont les phases comportent une résistance additionnelle $R_{méc}$ est le même que dans un transformateur débitant dans une résistance égale à $R_{méc}$.

La machine asynchrone à rotor calé équivalent dont tous les circuits sont le siège des grandeurs variant à la fréquence f_1 représente un transformateur à champ tournant.

L'équation des tensions rotoriques d'une telle machine ne diffère en rien de l'équation des tensions de l'enroulement secondaire d'un transformateur

$$\dot{E}_2 = R_2 \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2, \qquad (42\text{-}4)$$

où $\dot{U}_2 = R_{méc} \dot{I}_2$ est la tension aux bornes de la charge équivalente.

§ 42-2. Grandeurs rotoriques ramenées à l'enroulement statorique

Pour pouvoir donner une description mathématique des phénomènes qui interviennent dans un transformateur à champ tournant, il faut effectuer encore une transformation: remplacer l'enroulement rotorique à m_2 phases et w_2 spires par phase par un « *enroulement ramené* » ayant les mêmes caractéristiques que l'enroulement statorique, c'est-à-dire le même nombre de phases m_1 et le même nombre de spires par phase w_1. Les grandeurs I'_2, E'_2 et les paramètres R'_2, X'_2, appelés *grandeurs ramenées*, doivent être choisis de telle façon que le remplacement n'affecte ni le champ magnétique de la machine ni les phénomènes de transformation de l'énergie qui s'y déroulent. Une grandeur ramenée ou un paramètre ramené se désignent par le même symbole que la grandeur correspondante non ramenée mais avec prime.

Le *courant rotorique ramené*

$$\dot{I}'_2 = k_I \dot{I}_2 \qquad (42\text{-}5)$$

et le *coefficient de réduction du courant*

$$k_I = \frac{m_2 w_2 k_{e2}}{m_1 w_1 k_{e1}} \qquad (42\text{-}6)$$

ont été déterminés encore au chap. 41 (41-26) à partir de la condition de conservation de la f. m. m. dans le rotor à enroulement ramené ($F'_{2m} = F_{2m}$).

Le *coefficient de réduction des tensions du rotor* est déterminé par le rapport des f. é. m. (ou des flux totaux embrassés) dans les enrou-

lements ramené et non ramené du rotor à condition que le flux d'induction mutuelle Φ_m reste inchangé

$$\frac{E'_2}{E_2}=\frac{\Psi'_{2m}}{\Psi_{2m}}=\frac{w_1k_{e1}\Phi_m}{w_2k_{e2}\Phi_m}=\frac{w_1k_{e1}}{w_2k_{e2}}=k_U$$

N o t e. La force électromotrice E'_2 et le flux total embrassé Ψ'_{2m} ne diffèrent pas des grandeurs correspondantes statoriques

$$\dot{E}'_2=\dot{E}_1;\quad \dot{\Psi}'_{2m}=\dot{\Psi}_{1m}. \tag{42-7}$$

La résistance effective d'une phase du rotor est ramenée de façon telle que la puissance des pertes électriques dans l'enroulement reste inchangée

$$mR'_2(I'_2)^2=m_2R_2I_2^2=P_{\text{él.}2},$$

d'où le *coefficient de réduction des résistances*

$$\frac{R'_2}{R_2}=\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{I_2}{I'_2}\right)^2=\frac{m_1(w_1k_{e1})^2}{m_2(w_2k_{e2})^2}=\frac{k_U}{k_I}=k_Z. \tag{42-8}$$

Le même rapport doit exister entre les réactances de fuites des phases des rotors ramené et non ramené

$$\frac{X'_2}{X_2}=k_Z,$$

car c'est seulement à cette condition que seront inchangés le déphasage du courant caractérisé par l'angle

$$\beta_2=\operatorname{arctg}\frac{X_2s}{R_2}=\operatorname{arctg}\frac{X'_2s}{R'_2}$$

et le couple électromagnétique M agissant sur le rotor à enroulement ramené

$$M=\frac{pm_1}{\sqrt{2}}\Psi'_{2m}I'_2\cos\beta_2=\frac{pm_2}{\sqrt{2}}\Psi_{2m}I_2\cos\beta_2. \tag{42-9}$$

L'équation des tensions du rotor à enroulement ramené peut être obtenue en multipliant (42-4) par k_U:

$$k_U\dot{E}_2=(R_2+jX_2)\frac{k_U}{k_I}(k_I\dot{I}_2)+R_{\text{méc}}\frac{k_U}{k_I}(k_I\dot{I}_2), \tag{42-10}$$

et, finalement,

$$\dot{E}'_2=\dot{E}_1=\underline{Z}'_2\dot{I}'_2+R'_{\text{méc}}\dot{I}'_2,$$

où

$$\dot{E}'_2=\dot{E}_1=-j\,(w_1k_{e1}\dot{\Phi}_m)\frac{\omega_1}{\sqrt{2}};$$

$R'_{\text{méc}}=R'_2\frac{1-s}{s}$, la résistance additionnelle ramenée dans une phase du rotor calé;

l'impédance ramenée du rotor calé.

$\underline{Z}'_2=R'_2+jX'_2,$

§ 42-3. Equations fondamentales et diagramme spatio-temporel de la machine asynchrone

En confrontant les équations (41-4), (41-27), (41-28) et (42-10) obtenues au cours des chap. 41 et 42 pour les circuits électriques de la machine asynchrone ramenée au transformateur, on peut obtenir une description complète des phénomènes électromagnétiques qui se déroulent dans cette machine sous la forme du système suivant d'équations:

1. L'équation des tensions de l'enroulement statorique

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1\dot{I}_1. \qquad (42\text{-}11a)$$

2. L'équation des tensions du rotor calé équivalent

$$\dot{E}'_2 = \dot{E}_1 = \underline{Z}'_2\dot{I}'_2 + R'_{\text{méc}}\dot{I}'_2. \qquad (42\text{-}11b)$$

3. L'équation des f. é. m.

$$\dot{E}'_2 = \dot{E}_1 = -\underline{Z}_0\dot{I}_0. \qquad (42\text{-}11c)$$

4. L'équation des courants

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0. \qquad (42\text{-}11d)$$

D'après leur forme ces équations ne diffèrent en rien du système d'équations d'un transformateur ramené chargé sur la résistance $R'_{\text{méc}}$.

Au système d'équations (42-11a) à (42-11d) correspond le diagramme de la machine asynchrone ramenée au transformateur (fig. 42-2). D'après sa forme ce diagramme ne diffère en rien du diagramme du transformateur mais comporte une autre interprétation physique. Le diagramme de la machine asynchrone est construit dans le plan complexe de son modèle bipolaire dont le rotor est calé dans une position arbitraire par rapport au stator. Pour passer des valeurs complexes tournant avec la vitesse angulaire $\omega_1 = 2\pi f_1$ aux grandeurs caractéristiques des phases, il faut projeter les valeurs complexes des grandeurs statoriques sur les axes des phases du stator (A_1, B_1, C_1) et les valeurs complexes des grandeurs rotoriques sur les axes fixes, arbitrairement orientés, des phases du rotor (A_2, B_2, C_2).

Dans certains cas, ce diagramme peut être utilisé pour la résolution graphique du système d'équations. Par exemple, lorsque le régime de fonctionnement est donné par la f. é. m. d'induction mutuelle $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$ et le glissement $s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1}$, pour déterminer les courants, les tensions et les déphasages il convient de procéder comme suit: calculer à l'aide de (42-11b) le courant I'_2 et l'angle β_2, construire le courant complexe $\dot{I}'_2$ et le diagramme des tensions du rotor ($\dot{E}'_2$, $R'_2\dot{I}'_2$, $R'_{\text{méc}}\dot{I}'_2$, $jX'_2\dot{I}_2$); calculer d'après (42-11c) et cons-

truire le courant $\dot{I}_0$; construire à l'aide de (42-11d) le triangle des courants et déterminer le courant $\dot{I}_1$; construire à l'aide de (42-11a) le diagramme des tensions du stator et déterminer la tension $\dot{U}_1$.

Dans d'autres cas, par exemple lorsque le régime est donné par la tension statorique U_1 et le glissement s, le diagramme ne peut servir à la résolution graphique du système d'équations ni à la détermination des courants I_1, I'_2 et des angles. Le système (42-11) doit alors être résolu analytiquement et le diagramme ne peut servir qu'à l'interprétation physique de la solution obtenue et à la détermination graphique des grandeurs de phase du stator et du rotor.

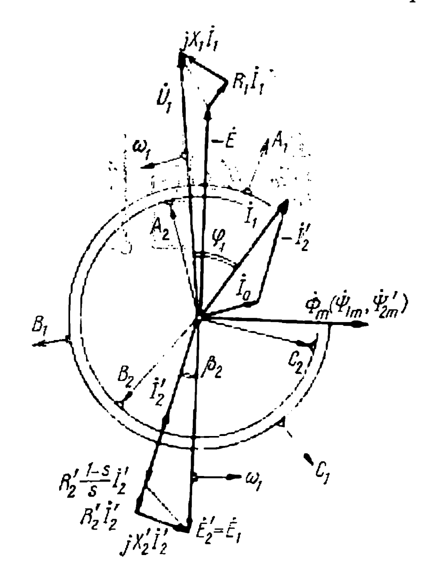


Fig. 42-2. Diagramme spatio-temporel d'une machine asynchrone ramenée au transformateur (fonctionnement en moteur, $1 > s > 0$).

Après avoir construit le diagramme, il est facile de trouver au moyen de (42-9) le couple électromagnétique

$$M = \frac{pm_1}{\sqrt{2}} \Psi'_{2m} I'_2 \cos \beta_2,$$

ainsi que les puissances actives et réactives mises en jeu dans la machine.

§ 42-4. Schémas électriques équivalents de la machine asynchrone

Etant donné l'analogie des descriptions mathématiques, on peut utiliser pour la machine asynchrone ramenée au transformateur le schéma équivalent d'un transformateur (v. § 3-5). Le schéma équivalent d'une machine asynchrone à rotor calé équivalent est représenté par la figure 42-3, *a*. La résistance additionnelle $R'_{\text{méc}} = R'_2 \frac{1-s}{s}$ peut être considérée comme résistance de charge d'un transformateur à enroulement secondaire ramené au primaire. La tension aux bornes de cette résistance est la tension secondaire ramenée $\dot{U}'_2 = R'_{\text{méc}} \dot{I}'_2$ du transformateur équivalent; les pertes de puissance dans cette résistance sont numériquement égales à la puissance mécanique développée par la machine asynchrone

$$P_{\text{méc}} = m R'_{\text{méc}} (I'_2)^2.$$

Le schéma équivalent représenté par la figure 42-3, *a* reflète complètement le système d'équations (42-11) et porte le nom de schéma équivalent en T d'une machine asynchrone. A l'aide de ce schéma

on peut obtenir (v. chap. 43) des formules précises pour le calcul de toutes les grandeurs qui caractérisent les phénomènes électromagnétiques inhérents au fonctionnement de la machine (par exemple les courants I_1, I'_2, I_0, les f. é. m. $E_1 = E'_2$, les puissances $P_{\text{ém}}$, $P_{\text{méc}}$ et autres). Pourtant dans certains cas, par exemple, pour justifier le

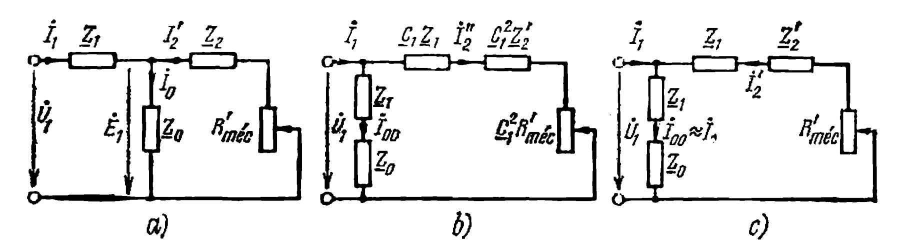


Fig. 42-3. Schémas électriques équivalents de la machine asynchrone.

diagramme dit du cercle d'une machine asynchrone (v. chap. 44) qui permet de déterminer graphiquement les caractéristiques électromécaniques, il est commode de transformer le schéma en T en schéma équivalent en Γ représenté par la figure 42-3, *b*. Ce dernier diffère du schéma en T par la branche magnétisante qui est mise entre les bornes d'entrée sous la tension $\dot{U}_1$. L'impédance de la branche magnétisante dans le schéma en Γ est égale à $\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1$. Cette branche est parcourue par un courant magnétisant fictif $\dot{I}_{00} = \dot{U}_1/(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0)$ de valeur égale à celle du courant magnétisant réel $\dot{I}_0$ dans le schéma en T en marche à vide théorique lorsque $s = 0$ et $R'_{\text{méc}} = \infty$.

Le courant $\dot{I}''_2$ dans la branche de droite du schéma en Γ (branche rotorique) peut être déterminé à partir de la condition de conservation du courant primaire $\dot{I}_1$ dans ce schéma. Il est évident que $\dot{I}''_2 = \dot{I}_1 - \dot{I}_{00}$ et comme $\dot{I}_{00} \neq \dot{I}_0$, on a $\dot{I}''_2 \neq -\dot{I}'_2 = \dot{I}_1 - \dot{I}_0$. Cherchons au préalable, à l'aide de (42-11) et du schéma équivalent en T, les courants dans les enroulements primaire et secondaire:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 \frac{\underline{Z}_0 + \underline{Z}'_{2\text{éq}}}{\underline{Z}_1\underline{Z}_0 + \underline{Z}_0\underline{Z}'_{2\text{éq}} + \underline{Z}_1\underline{Z}'_{2\text{éq}}} = \dot{U}_1 \frac{1 + \underline{Y}_0\underline{Z}'_{2\text{éq}}}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1\underline{Z}'_{2\text{éq}}};$$

$$-\dot{I}'_2 = \dot{U}_1 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_1\underline{Z}_0 + \underline{Z}_0\underline{Z}'_{2\text{éq}} + \underline{Z}_1\underline{Z}'_{2\text{éq}}} = \dot{U}_1 \frac{1}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1\underline{Z}'_{2\text{éq}}}, \quad (42\text{-}12)$$

où $\underline{Z}'_{2\text{éq}} = R'_2/s + jX'_2$; $\underline{Y}_0 = 1/\underline{Z}_0$.

Le coefficient complexe $\underline{C}_1 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0)/\underline{Z}_0$ qui entre dans ces équations et celles qui suivent se présente sous la forme de la somme des parties réelle et imaginaire:

$$\underline{C}_1 = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1)\underline{Z}_0 = c' + c''j, \quad (42\text{-}13)$$

où

$$c' = [(R_0 + R_1) R_0 + (X_0 + X_1) X_0]/(R_0^2 + X_0^2) ;$$
$$c'' = [(X_0 + X_1) R_0 - (R_0 + R_1) X_0]/(R_0^2 + X_0^2).$$

On peut maintenant trouver le courant $\dot{I}''_2$ qui parcourt la branche de droite dans le schéma équivalent en Γ:

$$\dot{I}''_2 = \dot{I}_1 - \dot{I}_{00} = \dot{U}_1 \frac{1 + Y\underline{Z}'_{2\acute{e}q}}{\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}'_{2\acute{e}q}} - \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0} =$$
$$= \frac{\dot{U}_1}{\underline{C}_1 (\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}'_{2\acute{e}q})} = -\frac{\dot{I}'_2}{\underline{C}_1}. \qquad (42\text{-}14)$$

Le courant $\dot{I}''_2$ est lié au courant $\dot{I}'_2$ par une relation simple: il est $\underline{C}_1$ fois plus petit que le courant $-\dot{I}'_2$. Il résulte de l'expression obtenue pour le courant $\dot{I}''_2$ que l'impédance de la branche rotorique que ce courant parcourt dans le schéma en Γ est égale à

$$\underline{C}_1 (\underline{Z}_1 + \underline{C}_1 \underline{Z}'_{2\acute{e}q}) = \underline{C}_1 \underline{Z}_1 + \underline{C}_1^2 \underline{Z}'_2 + \underline{C}_1^2 R'_{\text{mec}}.$$

Pour des calculs d'ingénieur le schéma en T est parfois remplacé par un schéma en Γ simplifié qu'on voit sur la figure 42-3, *c*. Cette simplification est réalisée en se basant sur l'analyse des relations qui existent entre les paramètres du schéma en T. Exprimons les paramètres du schéma en T en unités relatives, c'est-à-dire en fractions de l'impédance unité (de base) de l'enroulement statorique $Z_{1b} = U_{1n}/I_{1n}$.

Pour des moteurs asynchrones d'une puissance de 3 à 100 kW, qui sont les plus répandus dans l'industrie, les paramètres en unités relatives ont les valeurs suivantes:

$$X_{*0} = \frac{X_0}{Z_{1b}} = 2{,}5 \text{ à } 3{,}5 ;$$
$$X_{*1} = X'_{*2} = 0{,}07 \text{ à } 0{,}15 ;$$
$$R_{*1} = R'_{*2} = 0{,}02 \text{ à } 0{,}06$$

(les valeurs plus faibles sont relatives à des moteurs plus puissants);

$$R_{*0} = 0{,}1 \text{ à } 0{,}4.$$

Les paramètres des machines asynchrones sont tels que le passage du schéma en T au schéma en Γ simplifié dans lequel la branche du courant magnétisant I_0 est placée entre les bornes de l'enroulement statorique ne conduit pas à des erreurs notables. Pour réduire ces erreurs, on introduit dans la branche du courant magnétisant du schéma en Γ en plus de l'impédance $\underline{Z}_0$ encore l'impédance $\underline{Z}_1$.

Le schéma en Γ simplifié n'est tout à fait précis que pour la marche à vide théorique lorsque $s = 0$, $R'_{méc} = R'_2 \frac{1-s}{s} = \infty$ et le courant $I'_2 = 0$.

Le courant statorique en ce régime

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0}$$

ne diffère pas du courant trouvé à l'aide du schéma équivalent en T. Pour la tension nominale $U_{*1} = U_{*1n} = 1$, le courant à vide en unités relatives a pour valeur

$$I_{*0} = \frac{U_{*1}}{Z_{*1} + Z_{*0}} \approx 0{,}3 \text{ à } 0{,}4.$$

Au régime nominal lorsque $I_{*1} = I_{*1n} = 1$, $U_{*1} = U_{*1n} = 1$, la chute de tension dans l'impédance $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$ du schéma en T constitue en moyenne $I_{*1}Z_{*1} = 1 \cdot 0{,}10 = 0{,}10$, alors qu'en marche à vide elle vaut approximativement $I_{*0}Z_{*1} = 0{,}35 \cdot 0{,}1 = 0{,}035$. En tenant approximativement compte des déphasages des courants, on peut voir qu'en régime nominal la f.é.m. $E_{*1} \approx 0{,}915$, alors qu'en marche à vide cette f.é.m. est à peu près égale à 0,965. Le schéma en T permet d'établir que lors du passage de la marche à vide au régime nominal le courant magnétisant diminue approximativement de

$$\frac{0{,}965 - 0{,}915}{0{,}965} \cdot 100 = 5 \ \%.$$

Lors des calculs d'après le schéma en Γ la variation de la charge (du glissement s, de la résistance $R'_{méc}$ et du courant I'_2) est sans effet sur le courant magnétisant de sorte qu'en régime nominal la valeur de ce courant se trouve majorée de 5 % environ. Le courant I'_2 se trouve en régime nominal majoré d'environ 0,5 % lors du calcul d'après le schéma en Γ, ce qui s'explique par la chute réduite de tension dans l'impédance Z_1 parcourue par le courant I'_2 au lieu de I_1. L'erreur sur le courant primaire

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2,$$

due aux erreurs dans le calcul des courants I_0 et I'_2 d'après le schéma simplifié en Γ ne dépasse pas 1 à 2 % (dans le sens de majoration).

Pour le troisième régime caractéristique, c'est-à-dire la marche en court-circuit qui a lieu lorsque le rotor est à l'arrêt ($\Omega = 0$), le glissement $s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega} = 1$, la résistance additionnelle $R'_{méc} = R'_2 \frac{1-s}{s} = 0$ et l'enroulement du rotor calé équivalent se trouve mis en court-circuit, le courant magnétisant I_0 trouvé d'après le schéma en T vaut environ 50 % du courant à vide (puisque $X_1 \approx X'_2$, $R_1 + R'_2$). Dans le calcul d'après le schéma en Γ le courant magnétisant est au régime de court-circuit le même que dans la marche à vide, c'est-à-dire est augmenté du courant égal à 50 % du courant à vide ou, en unités relatives, à $0{,}35 \cdot 0{,}5 = 0{,}175$.

Pourtant en régime de court-circuit pour $U_{*1} = U_{*n} = 1$, le courant rotorique ramené est plusieurs fois supérieur au courant statorique nominal

$$I'_{*2} = U_1 / | \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 | \approx 1/0{,}2 = 5,$$

si bien que l'erreur commise dans le calcul du courant statorique $\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2$ ne dépasse pas

$$\frac{0{,}175}{5} \cdot 100 = 3{,}5\% \text{ (dans le sens de majoration).}$$

Le calcul, à l'aide du schéma équivalent simplifié en Γ, des courants, des pertes, des puissances actives et réactives en d'autres régimes possibles de fonctionnement de la machine asynchrone ne sera entaché lui aussi que d'erreurs peu élevées.

CHAPITRE 43

DÉTERMINATION ANALYTIQUE ET GRAPHIQUE DES CARACTÉRISTIQUES ÉLECTROMÉCANIQUES DES MACHINES ASYNCHRONES

§ 43-1. Régimes de fonctionnement de la machine asynchrone

La machine asynchrone réalise une transformation électromécanique de l'énergie lorsqu'elle fonctionne à l'un des trois régimes suivants:

en moteur: $0 < s < 1$, $\Omega_1 > \Omega > 0$;

en générateur: $s < 0$, $\Omega > \Omega_1$;

en frein: $s > 1$, $\Omega < 0$.

De plus, il existe encore deux régimes importants possibles en lesquels il n'y a pas de transformation électromécanique de l'énergie: la marche à vide théorique ($s = 0$, $\Omega = \Omega_1$) et la marche en court-circuit ($s = 1$, $\Omega = 0$).

Lorsque la machine fonctionne en moteur (région M de la figure 43-2), son rotor soumis à l'action d'un couple électromagnétique $M > 0$ agissant dans le sens du champ tourne dans le sens du champ avec une vitesse qui est inférieure à celle du champ ($\Omega_1 > \Omega > 0$, $0 < s < 1$). En ce régime on a

$$P_{\text{ém}} = M\Omega_1 = \frac{P_{\text{él. }2}}{s} > 0; \quad P_{\text{méc}} = M\Omega = P_{\text{él. }2}\frac{1-s}{s} > 0.$$

La puissance électrique $P_1 = P_{\text{ém}} + P_{\text{magn}} + P_{\text{él. }1} > 0$ est convertie en puissance mécanique $P_2 = P_{\text{méc}} - P_{\text{sup}} - P_{\text{fr}} > 0$ qui est transmise par l'arbre à l'organe entraîné.

Les phénomènes énergétiques intervenant dans la machine fonctionnant en moteur sont illustrés par la figure 43-1, *a* dans laquelle le sens de la composante active du courant rotorique i_{2a} est celui de la f. é. m. induite dans le rotor. Le sens du couple électromagnétique M est déterminé par la force électromagnétique agissant sur le courant i_{2a} (v. fig. 1-3).

La puissance mécanique utile P_2 est égale à la puissance absorbée au réseau diminuée des pertes ΣP:

$$P_2 = P_1 - \Sigma P = P_1 - (P_{\text{él.}1} + P_{\text{magn}} + P_{\text{él.}2} + P_{\text{sup}} + P_{\text{fr}}),$$

et le rendement du moteur s'exprime par la formule

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_1} = f(s). \quad (43\text{-}1)$$

Lorsque la machine fonctionne en générateur (région G de la figure 43-2), son rotor soumis à l'action d'un couple extérieur

$M_{ext} > 0$ dirigé dans le sens du champ (fig. 43-1, *b*) tourne avec une vitesse qui est supérieure à celle du champ ($\Omega > \Omega_1$, $s < 0$). En ce régime, la composante active du courant rotorique i_{2a} change de sens (par rapport au fonctionnement en moteur) parce que le sens

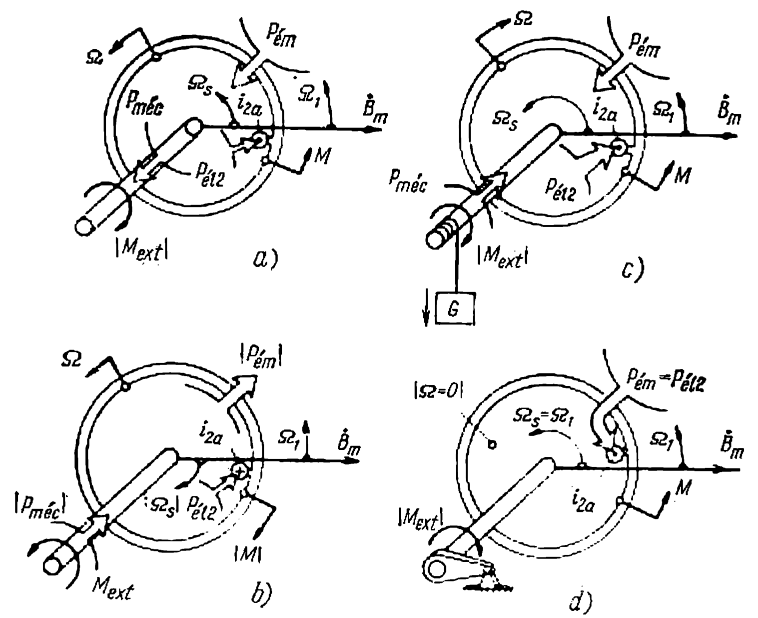


Fig. 43-1. Régimes de fonctionnement de la machine asynchrone: *a*) en moteur; *b*) en générateur; *c*) en frein; *d*) en transformateur (ou en court-circuit).

de rotation du champ (Ω_s) par rapport au rotor est inversé. C'est pourquoi le couple électromagnétique $M = B_m i_{2a}$ qui fait équilibre au couple extérieur est dirigé dans le sens opposé à la rotation du champ et est considéré comme négatif ($M < 0$). Les puissances $P_{ém}$ et $P_{méc}$ sont elles aussi négatives:

$$P_{ém} = M\Omega = \frac{P_{él.\,2}}{s} < 0\,; \quad P_{méc} = M\Omega = P_{él.\,2}\,\frac{1-s}{s} < 0.$$

La transformation de l'énergie se produit dans le sens inverse: la puissance mécanique P_2 appliquée à l'arbre de la machine est convertie en puissance électrique P_1 fournie au réseau. La puissance de pertes étant toujours positive (elle passe en calories quel que soit le régime de fonctionnement), la puissance mécanique

$$P_{méc} = P_{ém} - P_{él.\,2} < 0 \quad \text{pour} \quad s < 0$$

est en valeur absolue supérieure à la puissance électromagnétique (fig. 43-2):

$$|\,P_{méc}\,| = |\,P_{ém}\,| + P_{él.\,2}.$$

Pour la même raison, la puissance mécanique absorbée

$$P_2 = P_1 - \Sigma P < 0$$

est en valeur absolue égale à la puissance électrique fournie au réseau plus les pertes:

$$|P_2| = |P_1| + \Sigma P,$$

et le rendement du générateur a pour expression

$$\eta = \frac{|P_1|}{|P_2|} = 1 - \frac{\Sigma P}{|P_2|}. \qquad (43\text{-}2)$$

Lorsque la machine fonctionne en frein (région F de la figure 43-2), son rotor soumis à l'action d'un couple extérieur $M_{ext} < 0$

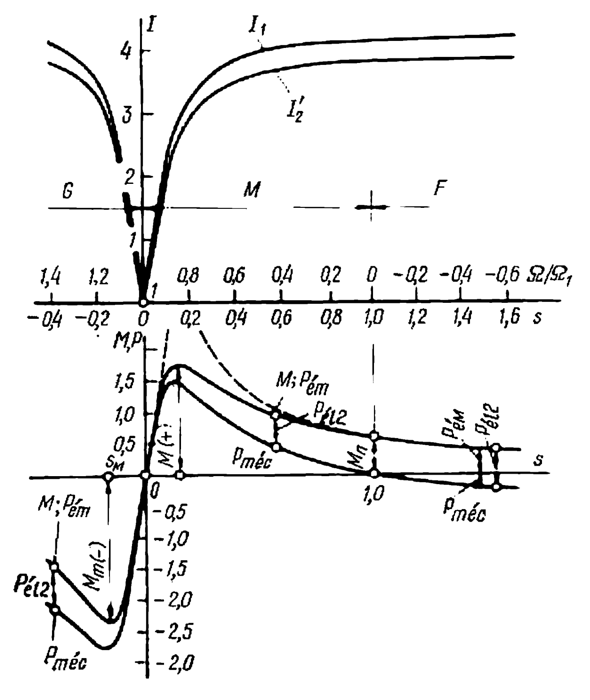


Fig. 43-2. Caractéristiques électromécaniques de la machine asynchrone (en unités relatives, pour $U_1 = 1$, $I_0 = 0{,}364$, $\cos\varphi_0 = 0{,}185$, $X_1 = X_2' = 0{,}125$, $R_1 = 0{,}0375$, $R_2' = 0{,}0425$).

dirigé dans le sens opposé au champ tourne en sens inverse du champ ($\Omega < 0$, $s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega} > 1$). En ce régime le sens de rotation du champ Ω_s par rapport au rotor reste le même que lors du fonctionnement en moteur, le couple électromagnétique M qui compense le couple extérieur est donc dirigé, de même que dans la marche en

moteur, dans le sens du champ et est considéré comme positif ($M > 0$). Pourtant, comme $\Omega < 0$, la puissance mécanique est négative:

$$P_{\text{méc}} = M\Omega = P_{\text{él. 2}} \frac{1-s}{s} < 0.$$

Cela signifie qu'elle est fournie à la machine asynchrone. Quant à la puissance électromagnétique, elle est positive en ce régime: $P_{\text{ém}} = M\Omega_1 = \frac{P_{\text{él.2}}}{s} > 0$. Cela signifie qu'elle est fournie à la machine par le réseau.

Les puissances $|P_{\text{ém}}|$ et $|P_{\text{méc}}|$ fournies au rotor respectivement par le réseau et par l'arbre se transforment en pertes électriques $P_{\text{él.2}}$ dans la résistance rotorique R_2' (fig. 43-2):

$$|P_{\text{méc}}| + |P_{\text{ém}}| = P_{\text{él. 2}} \frac{s-1}{s} + P_{\text{él. 2}} \frac{1}{s} = P_{\text{él. 2}} = m_1 R_2' (I_2')^2.$$

En ce régime la machine asynchrone peut être utilisée pour le freinage des engins de levage lors de la descente des fardeaux. La puissance $|P_{\text{méc}}| = |M\Omega|$ est alors fournie au rotor de la machine (v. fig. 43-1).

En marche à vide théorique, le couple moteur extérieur M_{ext}, le couple de frottement $M_{\text{fr}} = P_{\text{fr}}/f\Omega$ et le couple lié aux pertes supplémentaires $M_{\text{sup}} = P_{\text{sup}}/\Omega$ sont nuls. Le rotor tourne à la vitesse du champ ($\Omega = \Omega_1$, $s = 0$) et ne développe aucune puissance mécanique utile ($M = 0$, $P_{\text{méc}} = M\Omega = 0$). Ce régime de fonctionnement a été étudié en détail dans le chap. 40.

En marche à vide, $R'_{\text{méc}} = R_2' \frac{1-s}{s} = \infty$, le courant $I_2' = 0$ et le schéma équivalent (v. fig. 42-3) ne comporte qu'une seule branche $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0$ (les schémas en T et en Γ ne diffèrent pas l'un de l'autre).

Dans la marche en court-circuit, le rotor soumis à l'action du couple extérieur M_{ext}, qui fait équilibre au couple électromagnétique M, est maintenu à l'arrêt $\left(\Omega = 0,\ s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega} = 1\right)$ et n'effectue donc aucun travail mécanique utile ($P_{\text{méc}} = M\Omega = 0$).

Le sens du courant i_{2a} et celui du couple électromagnétique M restent les mêmes que lors du fonctionnement en moteur et $M > 0$ (v. fig. 43-1, *d*). La puissance électromagnétique $P_{\text{ém}} = M\Omega_1 > 0$ est transférée du stator au rotor et transformée en pertes électriques ($P_{\text{ém}} = P_{\text{él. 2}}$). En ce régime la machine asynchrone fonctionne comme un transformateur dont le secondaire est mis en court-circuit et ne diffère de ce dernier que par le champ tournant d'induction mutuelle au lieu du champ pulsatoire dans le transformateur.

En marche en court-circuit, $R'_{\text{méc}} = R_2' \frac{1-s}{s} = 0$ et l'impédance du schéma équivalent de la figure 42-3 est déterminée par les impédances $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0$ et $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2'$ mises en parallèle. Vu que $|\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2'| \ll$

$\ll |\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0|$ (v. chap. 42), on peut rejeter la branche $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0$ et considérer que l'impédance de court-circuit dans le schéma équivalent est égale à

$$\underline{Z}_{cc} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_2 = R_{cc} + jX_{cc}, \qquad (43\text{-}3)$$

où

$$R_{cc} = R_1 + R'_2;$$
$$X_{cc} = X_1 + X'_2.$$

Si on branche au rotor calé de la machine asynchrone un système symétrique d'impédances additionnelles $R_{2add} + jX_{2add}$, la machine fonctionnera comme un transformateur qui transforme l'énergie électrique fournie par le réseau primaire en énergie électrique de paramètres différents consommée par les impédances additionnelles $R_{2add} + jX_{2add}$. C'est pourquoi le régime pour $s = 1$ est aussi appelé régime de transformateur.

On ne peut modifier le régime d'une machine asynchrone ou bien le glissement pour un régime donné (à U_1 = constante et f_1 = = constante) qu'en agissant sur le couple extérieur M_{ext} appliqué à son arbre. Pour $M_{ext} = 0$ [1]), le rotor tourne à la vitesse du champ ($\Omega = \Omega_1$, $s = 0$) et la machine n'effectue aucune transformation utile de l'énergie. Si l'arbre du rotor est soumis à un couple extérieur M_{ext} opposé à la rotation du champ, la vitesse du rotor diminuera jusqu'à l'instant où apparaîtra un couple électromagnétique $M = f(s)$ qui fera équilibre au couple M_{ext}. A cet instant la machine commence à fonctionner en moteur $\left(s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} > 0\right)$. Au contraire, si le rotor est soumis à un couple extérieur dirigé dans le sens de rotation du champ, la vitesse du rotor devient supérieure à celle du champ ($\Omega > \Omega_1$) et la machine commence à fonctionner en générateur $\left(s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} < 0\right)$.

Enfin, pour qu'un moteur asynchrone commence à fonctionner en frein, il faut faire varier le couple extérieur M_{ext} de façon à immobiliser d'abord le rotor et à le faire ensuite tourner dans le sens opposé (par rapport au champ).

§ 43-2. Courants dans les enroulements statorique et rotorique

Les phénomènes énergétiques inhérents au fonctionnement de la machine asynchrone dépendent de la tension statorique U_1, de sa fréquence f_1 et du glissement s de son rotor.

Les courbes traduisant la variation des grandeurs qui caractérisent les phénomènes intervenant dans la machine en fonction du glissement s, à la tension statorique et sa fréquence constantes (U_1 = = constante et f_1 = constante), sont appelées *caractéristiques électromécaniques.*

---

[1]) Le couple de frottement et le couple lié aux pertes supplémentaires ne sont pas pris en compte.

Les formules pour le calcul de ces grandeurs peuvent être obtenues à l'aide du schéma électrique équivalent en T ou en Γ représentés par la figure 42-3.

Les courants dans les enroulements statorique et rotorique sont calculés d'après le schéma équivalent en Γ (v. fig. 42-3, *b*).

Le courant magnétisant est

$$I_{00}=\frac{U_1}{\sqrt{(R_1+R_0)^2+(X_1+X_0)^2}}. \tag{43-4}$$

La composante active du courant à vide est

$$I_{00a}=I_{00}\cos\varphi_{00}=\frac{U_1(R_1+R_0)}{(R_1+R_0)^2+(X_1+X_0)^2},$$

où φ_{00} est l'angle de déphasage entre la tension $\dot{U}_1$ et le courant $\dot{I}_{00}$, donné par

$$\cos\varphi_{00}=\frac{(R_1+R_0)}{\sqrt{(R_1+R_0)^2+(X_1+X_0)^2}}.$$

La composante réactive du courant à vide est

$$\dot{I}_{00r}=I_{00}\sin\varphi_{00}=\frac{U_1(X_1+X_0)}{(R_1+R_0)^2+(X_1+X_0)^2},$$

où

$$\sin\varphi_{00}=\frac{X_1+X_0}{\sqrt{(R_1+R_0)^2+(X_1+X_0)^2}}.$$

Le courant dans la branche rotorique du schéma équivalent en Γ donné par (42-14) est

$$\dot{I}''_2=-\dot{I}'_2/\underline{C}_1=U_1/\underline{Z}_s,$$

où

$$\underline{Z}_s-\underline{C}_1\underline{Z}_1+\underline{C}_1^2\underline{Z}'_{2\,\text{éq}}=R_s+jX_s$$

est l'impédance de la branche de droite du schéma équivalent en Γ;

$$R_s=c'R_1+(c')^2\frac{R'_2}{s}-c''X_1-2c'c''X'_2$$

est sa composante résistive et

$$X_s=c'X_1+(c')^2X'_2+c''R_1+2c'c''\frac{R'_2}{s}$$

est sa composante réactive.

Le courant dans la branche rotorique est

$$I''_2=\frac{U_1}{\sqrt{R_s^2+X_s^2}}. \tag{43-5}$$

La composante active du courant dans la branche rotorique est

$$I''_{2a} = I''_2 \cos \varphi_2 = U_1 R_s / (R_s^2 + X_s^2), \qquad (43\text{-}6)$$

où φ_2 est l'angle de déphasage entre la tension U_1 et le courant I''_2, défini par

$$\cos \varphi_2 = R_s / \sqrt{R_s^2 + X_s^2}.$$

La composante réactive du courant dans la branche rotorique est

$$I''_{2r} = I''_2 \sin \varphi_2 = U_1 X_s / (R_s^2 + X_s^2), \qquad (43\text{-}7)$$

où

$$\sin \varphi_2 = X_s / \sqrt{R_s^2 + X_s^2}.$$

A partir de l'équation des courants correspondant au schéma équivalent en

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{00} - \dot{I}'_2 / \underline{C}_1 = \dot{I}_{00} + \dot{I}''_2 \qquad (43\text{-}8)$$

on peut trouver les composantes active et réactive du courant statorique

$$I_{1a} = I_{00a} + I''_{2a}; \quad I_{1r} = I_{00r} + I''_{2r}, \qquad (43\text{-}9)$$

le courant statorique

$$I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1r}^2} \qquad (43\text{-}10)$$

et le facteur de puissance par rapport au réseau primaire

$$\cos \varphi_1 = I_{1a} / I_1. \qquad (43\text{-}11)$$

Les caractéristiques $I'_2 \approx I''_2 = f(s)$ et $I_1 = f(s)$ obtenues d'après (43-5) et (43-10) pour une machine asynchrone possédant des relations typiques entre les paramètres sont montrées à la figure 43-2.

§ 43-3. Couple électromagnétique

Pour obtenir une formule exprimant le couple électromagnétique en fonction du glissement, nous partirons de l'expression de la puissance électromagnétique (41-33) et de la relation qui existe entre cette puissance et les pertes électriques dans le rotor (41-36):

$$M = \frac{P_{\text{ém}}}{\Omega_1} = \frac{P_{\text{él. 2}}}{s\Omega_1} = \frac{m_1 R'_2 (I'_2)^2}{s\Omega_1}.$$

En utilisant pour le courant rotorique la relation (42-12), on obtient la formule exprimant le couple électromagnétique en fonction du glissement

$$M = \frac{m_1 U_1^2 R'_2}{s\Omega_1 [(R + c' R'_2/s)^2 + (X + c'' R'_2/s)^2]}, \qquad (43\text{-}12)$$

où $R = R_1 - c'' X'_2$, $X = X_1 + c' X'_2$ (pour des calculs approchés on peut poser $c' = 1$, $c'' = 0$).

La courbe traduisant la fonction $M = f(s)$ à U_1 — constante, f_1 = constante et paramètres constants est appelée *caractéristique mécanique d'une machine*. La courbe $M = f(s)$ d'une machine caractérisée par des relations types des paramètres est montrée sur la figure 43-2.

Pour le glissement $s = 0$, lorsque la vitesse angulaire Ω du rotor est égale à la vitesse angulaire Ω_1 du champ, le couple est nul ($M = 0$). Pour des valeurs positives du glissement ($s > 0$), le couple électromagnétique est positif (dirigé dans le sens de rotation du champ), pour des glissements négatifs, lorsque la vitesse angulaire du rotor $\Omega > \Omega_1$, le couple électromagnétique devient lui aussi négatif ($M < 0$).

Analysons de plus près la fonction $M = f(s)$. Montrons que pour de faibles valeurs du glissement, quand $s \ll 1$, la fonction $M = f(s)$ s'exprime par une courbe presque rectiligne. Considérons à cet effet le dénominateur de l'expression du couple. Posons $c' = 1$, $c'' = 0$ et négligeons R_1 devant R_2'/s et X_{cc}^2 devant $(R_2'/s)^2$, il vient

$$M = m_1 U_1^2 s / (R_2' \Omega_1).$$

En coordonnées M, s, c'est l'équation d'une droite (dessinée en traits interrompus sur la figure 43-2). Au contraire, si le glissement est grand et se rapproche de l'unité, on a $R_2'/s \approx R_2'$ et en définitive, on obtient avec une erreur admissible

$$M = \frac{m_1 R_2' U_1^2}{s\Omega_1 (X_{cc}^2 + R_{cc}^2)}.$$

C'est l'équation d'une hyperbole (dessinée en traits interrompus sur la figure 43-2).

Cherchons le glissement dit critique $s = s_m$ pour lequel le couple a la valeur maximale: $M = M_m$. Pour simplifier, déterminons le glissement s_m pour lequel la partie variable au dénominateur de l'expression (43-12) sera minimale:

$$A(s) = s[(R + c'R_2'/s)^2 + (X + c''R_2'/s)^2].$$

En annulant la dérivée et en résolvant l'équation $dA(s)/ds = 0$, on trouve

$$s_m = \pm \frac{R_2' \mid C_1 \mid}{\sqrt{R^2 + X^2}} \approx \pm \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}}, \qquad (43\text{-}13)$$

où $R = R_1 - c''X_2'$; $X = X_1 + c'X_2'$.

N o t e. L'erreur qu'on commet dans le calcul du glissement critique en négligeant R_1^2 par rapport à X_{cc}^2 est de l'ordre de 1 %.

Ainsi la courbe du couple présente deux extrémums situés l'un dans la région des glissements positifs et l'autre dans celle des glissements négatifs, qui correspondent aux signes « + » et « — » de

l'expression (43-13) (v. fig. 43-2). Le glissement critique s_m ne dépend pratiquement que de la résistance effective R'_2 du rotor et des réactances de fuites X_1 et X'_2 du stator et du rotor. On peut agir sur la valeur de s_m en insérant une résistance additionnelle dans le circuit de l'enroulement rotorique.

Pour des machines asynchrones d'usage général d'une puissance $P > 3$ kW on a généralement $|s_m| = 0{,}15$ à $0{,}3$ et c'est seulement dans des machines spéciales ou au prix des résistances additionnelles qu'on obtient des valeurs plus élevées de s_m. Pour trouver le couple maximal, il faut introduire dans (43-12) la valeur de s_m donnée par (43-13). On obtient, toutes réductions effectuées,

$$M_m \approx \pm \frac{m_1 U_1^2}{2\Omega_1 C_1 [\sqrt{R^2 + X^2} \pm (c'R + c''X)/C_1]} \approx$$

$$\approx \pm \frac{m_1 U_1^2}{2\Omega_1 (\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \pm R_1)}, \qquad (43\text{-}14)$$

où les signes « + » pour lesquels le couple maximal $M_{m(+)} > 0$ correspondent à $s_m > 0$ et les signes « — » pour lesquels le couple maximal $M_{m(-)} < 0$ correspondent à $s_m < 0$.

Le couple maximal dans le domaine des glissements négatifs est en valeur absolue nettement plus grand que le couple maximal pour des glissements positifs $|M_{m(-)}| > |M_{m(+)}|$. Il importe de noter que le couple maximal M_m dépend du carré de la tension appliquée, des réactances de fuites X_{cc}, mais il dépend faiblement de la résistance effective R_1 du stator et nullement de la résistance effective R'_2 du rotor. La variation de cette dernière n'influe que sur le glissement critique s_m (v. (43-13)). Lorsque la résistance effective du rotor augmente, le couple maximal $M_{m(+)}$ reste inchangé en valeur mais se déplace vers la droite.

Un point caractéristique de la courbe $M = f(s)$ est celui qui correspond à $s = 1$. Il détermine le couple initial de démarrage du moteur pour le rotor à l'arrêt ($\Omega = 0$, $s = 1$). Le couple correspondant à $s = 1$ s'appelle *couple initial de démarrage*. Son expression peut être obtenue à partir de (43-12) en y introduisant $s = 1$:

$$M_d = \frac{m_1 R'_2 U_1^2}{\Omega_1 (R + c'R'_2)^2 + (X + c''R'_2)^2} \approx \frac{m_1 R'_2 U_1^2}{\Omega_1 (R_{cc}^2 + X_{cc}^2)}. \qquad (43\text{-}15)$$

§ 43-4. Puissances actives et réactives

La puissance active absorbée au réseau s'exprime par la composante active du courant statorique qui est fonction du glissement donnée par (43-9):

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi_1 = m_1 U_1 I_{1a}.$$

La puissance électromagnétique s'exprime par les pertes électriques dans l'enroulement rotorique ou par le couple électromagné-

tique selon (41-33), (41-36), (43-12):

$$P_{\text{ém}} = P_1 - P_{\text{él. }1} - P_{\text{magn}} \quad P_{\text{él.}2}/s \quad M\Omega_1, \qquad (43\text{-}16)$$

où P_{magn} $m_1R_0I_0^2$ sont les pertes magnétiques dans le circuit magnétique du stator;

$P_{\text{él.}1}$ $m_1R_1I_1^2 = f(s)$, les pertes électriques dans l'enroulement statorique;

$P_{\text{él.}2} = m_1R_2'(I_2')^2 = f(s)$, les pertes électriques dans l'enroulement rotorique.

Si on prend pour unité de puissance la puissance apparente nominale $S_{1n} = m_1U_{1n}I_{1n}$ et pour unité de couple moteur le couple $M_1 = S_{1n}/\Omega_1$, la puissance électromagnétique et le couple électromagnétique seront exprimés en unités relatives de la même façon:

$$M_* = \frac{M}{M_1} = \frac{R'_{*2}U_{*1}^2}{s\left[(R_* + c'R'_{*2}/s)^2 + (X_* + c''R'_{*2}/s)^2\right]} = \frac{P_{\text{ém}}}{S_{1n}} = P_{*\,\text{ém}}.$$

C'est pourquoi les courbes $M = f(s)$ et $P_{\text{ém}} = f(s)$ représentées en unités relatives sur la figure 43-2 sont confondues.

La puissance mécanique développée par le rotor se calcule par la formule (41-36):

$$P_{\text{méc}} = (1-s)\,P_{\text{ém}} = \frac{(1-s)\,m_1R_2'U_1^2}{s\left[(R + c'R_2'/s)^2 + (X + c''R_2'/s)^2\right]} = M\Omega. \qquad (43\text{-}17)$$

La puissance $P_{\text{méc}} = f(s)$ (v. fig. 43-2) s'annule deux fois: pour $s = 0$ et pour $s = 1$ (dans le premier cas $M = 0$; dans le second $\Omega = 0$).

La puissance mécanique utile P_2 sur l'arbre de la machine se détermine en tenant compte des pertes supplémentaires P_{sup} et des pertes par frottement P_{fr} qui doivent être calculées en fonction du glissement

$$P_2 = P_{\text{méc}} - P_{\text{sup}} - P_{\text{fr}}. \qquad (43\text{-}18)$$

Quels que soient le régime de fonctionnement et le sens dans lequel s'effectue la transformation électromécanique de l'énergie, *la machine asynchrone absorbe toujours au réseau une puissance réactive* nécessaire à la production du champ magnétique tournant principal et des champs de fuites. La puissance réactive absorbée par la machine au réseau a pour expression

$$Q_1 = m_1U_1I_1 \sin\varphi_1 = m_1U_1I_{1r}, \qquad (43\text{-}19)$$

où $I_{1r} = f(s)$ suivant (43-9).

Cette puissance est égale à la somme de la puissance réactive nécessaire à la réalisation du champ magnétique tournant principal

$$Q_0 = m_1X_0I_0^2, \qquad (43\text{-}20)$$

de la puissance réactive nécessaire à la réalisation du champ magnétique de fuites de l'enroulement statorique

$$Q_{\sigma1} = m_1X_1I_1^2 \qquad (43\text{-}21)$$

et de la puissance réactive nécessaire à la réalisation du champ magnétique de fuites de l'enroulement rotorique

$$Q_{\sigma 2} = m_1 X'_2 (I'_2)^2, \qquad (43\text{-}22)$$

où $I'_2 = f(s)$ suivant (42-12).

§ 43-5. Couples électromagnétiques complémentaires

En plus du couple électromagnétique principal qui résulte de l'interaction entre le premier harmonique du champ d'induction mutuelle et les courants induits dans l'enroulement rotorique (§ 43-3), le rotor d'une machine asynchrone est soumis encore à l'action de plusieurs couples électromagnétiques complémentaires de nature physique différente. Dans de nombreux cas, ces couples ont une influence considérable sur la caractéristique mécanique de la machine asynchrone. Les méthodes de calcul des couples complémentaires étant très variées et compliquées, nous nous contenterons d'expliquer qualitativement le mécanisme de l'apparition de ces couples.

Couples asynchrones.— D'après leur nature ces couples électromagnétiques sont analogues au couple électromagnétique principal et ne diffèrent de celui-ci qu'en ce qu'ils sont liés à l'interaction des harmoniques supérieurs et, dans le cas des enroulements à pas partiel, aussi des harmoniques inférieurs du champ statorique avec les courants qu'ils induisent dans l'enroulement rotorique. Les couples asynchrones les plus importants sont produits par les premiers harmoniques dentaires du stator d'ordre $\nu = (Z_1/p) \pm 1$. Les amplitudes de l'induction de ces harmoniques $B_{1\nu m} = \mu_0 F_{1\nu m} c_\nu / (\delta k_{\delta 2})$ ont des valeurs particulièrement élevées non seulement parce que les coefficients d'enroulement intervenant dans la formule de la f. m. m. $F_{1\nu m} = \frac{\sqrt{2} m_1 I_1 w_1 k_{d\nu} k_{r\nu}}{\pi p \nu}$ sont proches de l'unité et coïncident avec les coefficients d'enroulement pour le premier harmonique ($k_{d\nu} = k_{d1}$; $k_{r\nu} = k_{r1}$), mais aussi parce que ces harmoniques du champ augmentent considérablement sous l'influence de la denture du stator. Dans le cas des encoches ouvertes du stator le coefficient d'influence de la denture C_ν peut atteindre 3 à 4 (v. § 25-6).

Considérons à titre d'exemple une machine triphasée caractérisée par $m_1 = 3$, $q_1 = 1$, $p = 2$, $Z_1 = 2pm_1q_1 = 12$ qui est le siège des premiers harmoniques de denture $\nu = 12/2 \pm 1$, c'est-à-dire $\nu = 5$ et $\nu = 7$. Le septième harmonique tourne dans le même sens que la fondamentale à la vitesse $\Omega_7 = \Omega_1/7$; le cinquième tourne dans le sens opposé à la vitesse $\Omega_5 = -\Omega_1/5$.

Lorsque le rotor est à l'arrêt, le septième harmonique se déplace par rapport au rotor dans le même sens que la fondamentale et produit un couple $M_7 > 0$ qui agit en accord avec le couple principal (fig. 43-3). Au fur et à mesure que la vitesse angulaire du rotor augmente le glissement $s_7 = (\Omega_7 - \Omega)/\Omega_7$ par rapport au rotor diminue

et s'annule pour $\Omega = \Omega_7$ lorsque $s = 6/7$. A cet instant le septième harmonique ne se déplace pas par rapport au rotor et n'y induit aucun courant de sorte que $M_7 = 0$. Lorsque la vitesse angulaire du rotor s'accroît encore $\Omega > \Omega_7$ (le glissement $s_7 < 0$), la machine commence à fonctionner en générateur par rapport au septième harmonique, le couple change de signe: $M_7 < 0$ (fig. 43-3). Le couple M_5 varie en fonction de la vitesse angulaire du rotor de la même manière

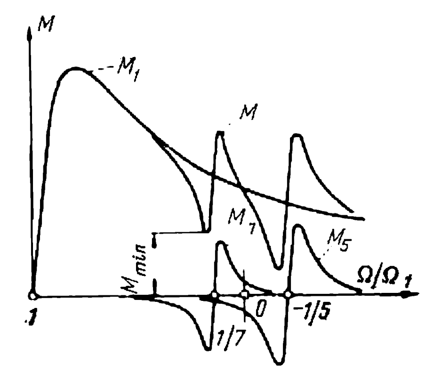


Fig. 43-3. Couples asynchrones complémentaires dus aux harmoniques supérieurs.

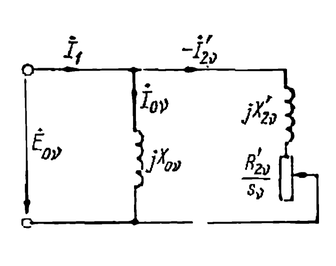


Fig. 43-4. Schéma électrique équivalent de la machine asynchrone pour le ν-ième harmonique du champ magnétique.

que M_7. Pourtant le glissement $s_5 = (\Omega_5 - \Omega)/\Omega_5$ s'annule ici pour la vitesse angulaire du rotor $\Omega = -\Omega_1/5$, c'est-à-dire dans le domaine de fonctionnement en frein pour la fondamentale lorsque $s = 6/5 > 1$. Les autres harmoniques du champ statorique créent eux aussi des couples asynchrones complémentaires et le couple électromagnétique asynchrone résultant se détermine par la somme $M = M_1 + M_5 + M_7 + M_{11} + M_{13} + \ldots$ Les couples asynchrones complémentaires ont pour effet de déformer la courbe du couple électromagnétique principal.

Les déformations les plus importantes s'observent dans la zone de faibles vitesses de rotation où les couples asynchrones complémentaires liés aux harmoniques supérieurs prennent leurs valeurs maximales. Les trous qui en résultent dans la courbe du couple résultant rendent plus difficile le démarrage du moteur.

L'évaluation quantitative du couple asynchrone complémentaire dû à l'harmonique spatial d'ordre ν du champ peut être effectuée à l'aide du schéma électrique équivalent de la figure 43-4. Le schéma équivalent pour l'harmonique d'ordre ν du champ est construit par analogie avec le schéma équivalent pour la fondamentale représenté par la figure 42-3, *a*. Le courant I_1 dans l'enroulement statorique est supposé donné. Pour toute vitesse angulaire du rotor il est déterminé par des phénomènes liés à la fondamentale spatiale et se calcule

par (43-8). La vitesse angulaire Ω du rotor et le glissement pour l'harmonique d'ordre ν $s_\nu = (\Omega_\nu - \Omega)/\Omega_\nu$, où $\Omega_\nu = \pm\Omega_1/\nu$, sont également données.

A l'aide du schéma équivalent on calcule le courant ramené $I'_{2\nu}$ induit par l'harmonique d'ordre ν du champ dans l'enroulement rotorique:

$$-\dot{I}'_{2\nu} = \dot{I}_1 \frac{jX_{0\nu}}{R'_{2\nu}/s_\nu + j\,(X_{0\nu} + X'_{2\nu})},$$

où $X_{0\nu}$ est la réactance d'induction mutuelle de l'enroulement statorique liée à l'harmonique ν du champ;
$X'_{2\nu}$, la réactance de fuites ramenée du rotor pour l'harmonique ν du champ;
$R'_{2\nu}$, la résistance effective ramenée du rotor pour l'harmonique ν du champ (compte tenu de l'effet de concentration du courant au haut de l'encoche à la fréquence $f_{2\nu} = f_1 s_\nu$).

On voit que le courant $-\dot{I}'_{2\nu}$ vaut une fraction du courant $\dot{I}_1$ et dépend du glissement s_ν et de la résistance et des réactances du schéma équivalent.

Pour $s_\nu = 0$, lorsque le rotor tourne à la vitesse de synchronisme par rapport à l'harmonique ν, $I'_{2\nu} = 0$ et le courant magnétisant $\dot{I}_{0\nu}$ qui produit l'harmonique résultant ν du champ coïncide avec le courant $\dot{I}_1$. Pour $s_\nu \neq 0$, un certain courant $I'_{2\nu}$ apparaît dans le rotor, il affaiblit le champ du stator, ce qui se traduit par une diminution du courant magnétisant $\dot{I}_{0\nu} = \dot{I}_1 - (-\dot{I}'_{2\nu})$.

Le couple asynchrone complémentaire dû à l'harmonique d'ordre ν du champ du stator peut être calculé en utilisant les relations connues (41-33), (41-36):

$$M_\nu = \frac{P_{\text{ém}\,\nu}}{\Omega_\nu} = \frac{P_{\text{él. }2\nu}}{s_\nu\Omega_\nu} = \frac{m_1 R'_{2\nu}\,(I'_{2\nu})^2}{s_\nu\Omega_\nu}.$$

Comme le montre le schéma équivalent, pour des valeurs données du courant I_1 et du glissement s_ν, toutes choses étant égales par ailleurs, le courant $I'_{2\nu}$ et le couple M_ν augmentent lorsque la réactance $X'_{2\nu}$ du rotor diminue. C'est pourquoi dans le cas d'un rotor à enroulement bobiné qui présente une réactance de fuites assez élevée pour tous les harmoniques supérieurs du champ, les courants $I'_{2\nu}$ et les couples M_ν sont très faibles et la déformation du couple résultant qu'ils provoquent est négligeable. Ceci tient à ce que, premièrement, l'enroulement bobiné du rotor se caractérise par de faibles coefficients d'enroulement par rapport aux harmoniques de denture du stator de sorte que les f. é. m. qu'ils induisent dans cet enroulement sont peu importantes et, deuxièmement, le courant $I'_{2\nu}$ induit dans cet enroulement engendre en plus d'un champ peu intense de l'harmonique ν encore un champ assez important de la fondamentale qui est par rapport à l'harmonique ν un champ de fuites.

Au contraire, dans le cas du rotor en court-circuit, la réactance de fuites $X'_{2\nu}$ est de l'ordre de grandeur de $X_{0\nu}$ et les courants $I'_{2\nu}$ induits dans l'enroulement rotorique et donc les couples asynchrones complémentaires présentent un danger réel. Ceci tient à ce que l'enroulement en court-circuit se compose de plusieurs contours élémentaires dont chacun est constitué par deux barres consécutives et par des portions de couronnes d'extrémité se trouvant entre ces barres. De tels contours présentent par rapport aux harmoniques supérieurs du champ une réactance de fuites $X'_{2\nu}$ de valeur suffisamment faible. L'augmentation du nombre Z_2 de barres et la diminution de la largeur du contour ont pour effet de diminuer $X'_{2\nu}$ et d'augmenter les trous dans la courbe du couple résultant.

Afin d'éviter une déformation considérable de la courbe du couple, il est recommandé de choisir $Z_2 < Z_1$. Pour réduire l'influence nuisible des harmoniques supérieurs sur la caractéristique mécanique de la machine asynchrone on a recours à l'inclinaison des encoches (des barres) d'un pas dentaire du stator. Dans le cas de l'enroulement en court-circuit isolé ce procédé permet de diminuer considérablement les courants induits dans l'enroulement rotorique par les harmoniques de denture du stator et d'éliminer presque entièrement les trous dans la courbe du couple.

Dans le cas de l'enroulement en court-circuit constitué de barres non isolées, ce procédé s'avère peu efficace parce que dans ce cas il y a apparition de courants induits transversaux qui circulent entre les barres voisines à travers les dents de l'armature du rotor. Du fait que les courants transversaux provoquent des pertes supplémentaires, l'inclinaison des encoches d'un pas dentaire est utilisée très rarement, ce n'est que dans des certains cas exceptionnels que les encoches sont inclinées d'un demi-pas dentaire.

Couples synchrones.— Ces couples électromagnétiques complémentaires prennent naissance dans de conditions bien déterminées par suite de l'interaction de deux harmoniques supérieurs de même ordre ν dont l'un est engendré par le courant statorique I_1 de fréquence f_1 et l'autre par le courant rotorique I_2 de fréquence $f_2 = sf_1$. De tels harmoniques sont dits indépendants parce qu'aucun d'eux n'est le résultat de l'action par induction de l'autre. L'apparition de ces harmoniques est due aux courants principaux I_1 et I_2 dans les enroulements statorique et rotorique, courants qui résultent de l'induction mutuelle suivant la fondamentale du champ.

Eclairons le sens du phénomène considéré par un exemple. Prenons le cas où le couple synchrone est produit par des harmoniques de denture les plus importants. Supposons que l'enroulement statorique se caractérise par $m_1 = 3$, $q_1 = 1$, $2p = 6$, $Z_1 = 18$, et l'enroulement bobiné rotorique par $m_2 = 2$, $q_2 = 2$, $Z_2 = 24$. Alors, les premiers harmoniques dentaires produits par le courant statorique I_1 sont d'ordre $\nu_1 = Z_1/p \pm 1 = 18/3 \pm 1 = 7$ (direct) ou 5 (inverse).

Les premiers harmoniques dentaires engendrés par le courant rotorique I_2 sont d'ordre $\nu_2 = Z_2/p \pm 1 = 24/3 \pm 1 = 9$ (direct) ou 7 (inverse).

On voit que dans le cas considéré ce sont l'harmonique direct du stator et l'harmonique inverse du rotor qui ont le même ordre $\nu = \nu_1 = \nu_2 = 7$. L'harmonique direct du stator ayant l'amplitude $B_{1\nu m}$ tourne à la vitesse angulaire Ω_1/ν (fig. 43-5). L'harmonique inverse du rotor d'amplitude $B_{2\nu m}$ tourne par rapport au rotor à la vitesse angulaire $(-s\Omega_1)/\nu = -(\Omega_1 - \Omega)/\nu$ et par rapport au stator à la vitesse $\Omega - (\Omega_1 - \Omega)/\nu$.

L'harmonique statorique se déplace par rapport à l'harmonique rotorique à la vitesse angulaire

$$\Omega_{12} = \Omega_1/\nu - \left[\Omega - \frac{\Omega_1 - \Omega}{\nu}\right].$$

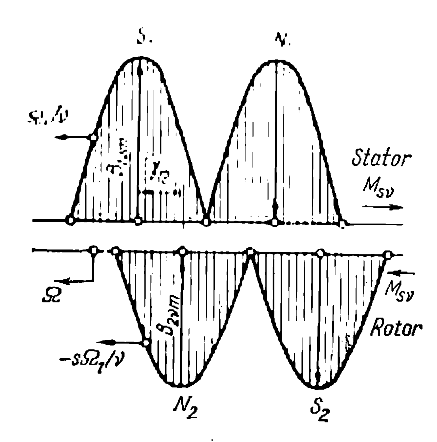


Fig. 43-5. Interaction entre les harmoniques statorique et rotorique indépendants d'ordre ν produisant des couples synchrones complémentaires.

Ainsi, dans un régime établi quelconque lorsque $\Omega_{12} \neq 0$, les harmoniques statorique et rotorique ne tournent pas en synchronisme, de sorte que leur position relative caractérisée par l'angle $\gamma_{12} = \Omega_{12}t$ varie de façon continue. Le couple électromagnétique $M_{s\nu}$ qui résulte de l'interaction entre les pôles N_1, S_1 de l'harmonique statorique et les pôles N_2, S_2 de l'harmonique rotorique varie lui aussi en conséquence. Ce couple de signe alterné dépend de l'angle électrique entre les harmoniques $\alpha_{12\nu} = \nu p \gamma_{12}$ et varie en fonction de cet angle suivant une loi sinusoïdale:

$$M_{s\nu} = M_{s\nu m} \sin \alpha_{12\nu}.$$

Pour $\alpha_{12\nu} = 0$ ou $\alpha_{12\nu} = \pi$ lorsque les pôles de noms contraires ou de même nom sont en regard les uns des autres, le couple $M_{s\nu} = 0$; pour $\alpha_{12\nu} = \pi/2$, le couple agissant sur le rotor a sa valeur maximale $M_{s\nu} = M_{s\nu m}$ et est dirigé dans le sens de rotation; pour $\alpha_{12\nu} = -\pi/2$, le couple atteint sa valeur maximale négative $M_{s\nu} = -M_{s\nu m}$.

La valeur moyenne du couple alterné $M_{s\nu}$ variant à la pulsation $\omega_{12\nu} = \gamma p \Omega_{12}$ est nulle, étant donné la forte inertie mécanique du rotor, ce couple n'a pas d'effet sur la rotation du rotor.

Le couple synchrone dû à l'interaction des harmoniques statorique et rotorique ne prend naissance que dans le cas où ces harmoniques sont mutuellement immobiles. Ceci a lieu pour une vitesse angulaire bien déterminée du rotor $\Omega_{s\nu} = 2\Omega_1/(\nu + 1) = 2\Omega_1/(7 + 1) = \Omega/4$, qui peut être calculée à partir de la condi-

tion $\Omega_{12} = 0$. A cette vitesse angulaire du rotor (fig. 43-6) il se produit un couple synchrone $M_{s\nu}$, positif ou négatif suivant la position relative des harmoniques statorique et rotorique, dont la valeur varie dans les limites de $-M_{s\nu m} \leqslant M_{s\nu} \leqslant M_{s\nu m}$.

L'action du couple synchrone peut avoir pour effet un « rampage » du moteur asynchrone au cours du démarrage, le moteur tourne à la vitesse angulaire $\Omega_{s\nu}$ sans atteindre sa vitesse normale. Pourtant à la différence du couple asynchrone qui se manifeste dans une gamme

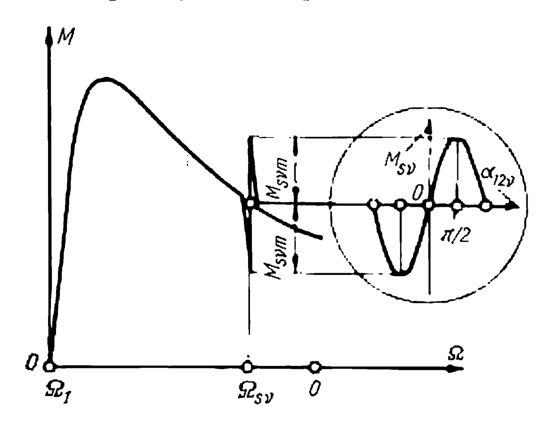


Fig. 43-6. Couple synchrone complémentaire dû aux harmoniques statorique et rotorique d'ordre ν.

relativement large de vitesses angulaires, le couple synchrone agit au cours du démarrage, lors du passage par la vitesse $\Omega_{s\nu}$ pendant un temps assez court et peut donc être facilement surmonté grâce à l'énergie cinétique emmagasinée dans le rotor en marche. Aussi, les couples synchrones sont-ils moins dangereux que les couples asynchrones et on ne doit en tenir compte que dans le cas où ils se manifestent pour $\Omega_{s\nu} = 0$.

Les couples synchrones les plus forts s'observent dans le cas où les ordres des premiers harmoniques dentaires statorique et rotorique coïncident, c'est-à-dire pour $\nu_1 = Z_1/p \pm 1 = Z_2/p \pm 1 = \nu_2$. Ceci a lieu pour deux variantes de rapports entre les nombres d'encoches au stator et au rotor. Pour $Z_1 = Z_2$, il y a coïncidence des ordres des harmoniques statorique et rotorique qui se déplacent dans le même sens; pour $Z_2 - Z_1 = \pm 2p$ ce sont les ordres des harmoniques statorique et rotorique se déplaçant dans des sens opposés qui coïncident. Dans la première variante, les harmoniques statorique et rotorique se déplacent en synchronisme si le rotor est à l'arrêt. Dans ce cas le rotor n'a aucune réserve d'énergie cinétique et si les couples synchrones se trouvent supérieurs au couple de démarrage principal, le rotor ne pourra pas se mettre en rotation. La deuxième variante a été étudiée dans l'exemple analysé plus haut.

De ce qui précède nous pouvons conclure que pour éviter des couples synchrones importants il faut que $Z_1 \neq Z_2$; $Z_2 - Z_1 \neq \neq \pm 2p$. Pour affaiblir l'influence nuisible que les couples synchrones ont sur la caractéristique mécanique de la machine asynchrone on peut avoir recours à l'inclinaison des encoches du rotor d'un pas dentaire au rotor.

Couples réactifs.— On appelle ainsi des couples agissant sur un corps ferromagnétique placé dans un champ magnétique et tendant à le faire tourner de manière qu'il occupe la position correspondant à la conductibilité maximale du circuit magnétique.

Dans une machine asynchrone des couples réactifs notables peuvent s'observer dans deux cas radicalement différents: 1) si le

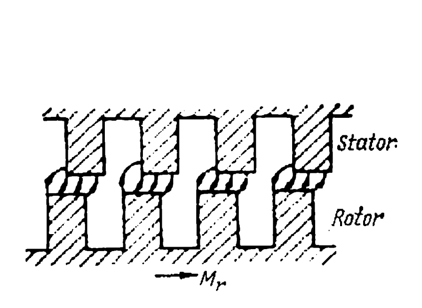


Fig. 43-7. Production d'un couple réactif pour $Z_1 = Z_2$.

Fig. 43-8. Production d'un couple réactif dû à l'harmonique de denture du champ magnétique.

nombre de dents du stator est égal au nombre de dents du rotor $Z_1 = Z_2$; 2) si le nombre de pôles du premier harmonique dentaire du champ statorique est égal au nombre de dents du rotor $2p\nu_1 = = 2(Z_1 \pm p) = Z_2$.

Dans le premier cas, les dents du rotor et du stator soumises à l'action du champ magnétique d'induction mutuelle tendent à se placer en regard les unes des autres, c'est-à-dire dans la position correspondant à la conductibilité maximale de l'entrefer. Dans cette position le couple réactif $M_r = 0$. Lorsque les dents du rotor sont déplacées par rapport aux dents du stator (fig. 43-7), le rotor est soumis à l'action du couple réactif dirigé dans le sens de la position de conductibilité maximale. Par suite de l'action de tels couples réactifs le rotor d'un moteur asynchrone ayant $Z_1 = Z_2$ est incapable de se mettre en marche lors du démarrage (ce phénomène est connu sous le nom de « collage »).

Dans le second cas (fig. 43-8), le pas dentaire du premier harmonique de denture du stator

$$\tau_\nu = \frac{2\pi R}{2p\nu_1} = \frac{\pi R}{Z_1 \pm p}$$

est égal au pas dentaire du rotor $t_{Z2} = 2\pi R/Z_2$. Les dents du rotor tendent donc à se placer en regard des pôles du premier harmonique dentaire du champ magnétique statorique, c'est-à-dire à prendre une position dans laquelle l'entrefer offre la conductibilité maximale à cette composante du champ magnétique. Ainsi, lorsque le rotor tourne à la vitesse angulaire Ω égale à celle du premier harmonique de denture $\Omega_\nu = \Omega_1/\nu_1$ et les dents du rotor occupent par rapport aux pôles de l'harmonique la position représentée sur la figure, le couple réactif $M_r = 0$. Lorsque les dents du rotor sont déplacées par rapport aux pôles de l'harmonique, le rotor est soumis au couple réactif M_r dirigé vers la position de conductibilité maximale. Ce couple réactif prend naissance pour une vitesse angulaire bien déterminée $\Omega = \Omega_\nu$ et d'après son effet sur la caractéristique mécanique il est analogue au couple complémentaire synchrone (v. fig. 43-6). Par exemple, pour $m_1 = 3$, $2p = 6$, $q_1 = 1$, $Z_1 = 18$, le couple réactif considéré peut naître pour $Z_2 = 2(Z_1 \pm p) = 2(18 \pm 3) = 30$ ou 42 et s'observer à la vitesse angulaire du rotor $\Omega = -\Omega_1/5$ ou $\Omega_1/7$.

Couples tourbillonnaire et hystérétique.— A la différence des couples complémentaires synchrones et asynchrones qui ont été examinés plus haut, les couples tourbillonnaire et hystérétique sont liés non pas aux harmoniques supérieurs mais à la fondamentale du champ magnétique.

Les couples tourbillonnaire et hystérétique sont dus à des phénomènes qui se produisent lorsque le circuit magnétique du rotor est soumis à une magnétisation alternative sous l'action du champ magnétique principal. Le couple tourbillonnaire M_F résulte de l'interaction entre les courants tourbillonnaires (courants de Foucault) induits dans le circuit magnétique et le champ magnétique principal. D'après sa nature il est analogue au couple électromagnétique principal et ne diffère de celui-ci qu'en ce que les courants qui l'engendrent circulent dans le corps de l'armature magnétique et non pas dans l'enroulement rotorique.

Le mécanisme de la production du couple hystérétique est analysé dans le détail au § 63-7 consacré aux moteurs à hystérésis. Ce couple est dû à l'hystérésis de l'acier dont est faite l'armature du rotor, qui se traduit par un certain retard du renversement du flux dans le rotor sur le champ qui se déplace par rapport au rotor. Il en résulte que les fondamentales des champs statorique et rotorique se trouvent déphasées entre elles d'un certain angle γ_{12} qui dépend des propriétés magnétiques du matériau dont est faite l'armature du rotor et occupent donc une position relative telle qu'on voit sur la figure 43-5. Cette figure correspond au cas où la vitesse du champ rotorique est inférieure à celle du champ statorique et l'attraction entre les pôles de noms contraires (S_1 et N_2, N_1 et S_2) provoque la création d'un couple hystérétique $M_H = M_{Hm} > 0$ dirigé dans le sens de rotation du rotor. Si la vitesse du rotor est supérieure à celle du champ statorique, l'angle γ_{12} devient négatif et le couple hystérétique s'exerce dans le sens opposé ($M_H = -M_{Hm} < 0$).

Dans le cas où le rotor tourne à la vitesse de synchronisme, l'angle entre les axes des champs du stator et du rotor varie en fonction du couple moteur extérieur dans les limites de γ_{12} à $-\gamma_{12}$ et le couple hystérétique dans les limites de M_{Hm} à $-M_{Hm}$.

Pour mettre en évidence la variation de ces couples en fonction du glissement, admettons que le flux d'induction mutuelle Φ_m et donc l'induction dans les éléments du circuit magnétique du rotor restent constants lorsque le glissement varie. Alors, les pertes par hystérésis P_H dans le rotor sont proportionnelles à la fréquence de renversement de flux $f_2 = sf_1$ et les pertes par courants de Foucault P_F sont proportionnelles à f_2^2: $P_H = sP_{H0}$, $P_F = s^2P_{F0}$, où P_{H0} et P_{F0} sont des pertes correspondantes pour $s = 1$. Les puissances électromagnétiques $P_{H,\text{ém}}$ et $P_{F,\text{ém}}$ correspondant aux pertes P_H et P_F sont liées à ces dernières par les mêmes relations que celle qui lie la puissance $P_{\text{ém}}$ aux pertes $P_{\text{él}.2}$ (41-36), ce qui permet d'écrire

$$P_{H,\text{ém}} = P_H/s = P_{H0}, \quad P_{F,\text{ém}} = P_F/s = sP_{F0}.$$

En divisant les puissances électromagnétiques par la vitesse angulaire Ω_1 du champ, on trouve les expressions suivantes pour les couples hystérétique et tourbillonnaire:

$$M_{Hm} = P_{H,\text{ém}}/\Omega_1 = pP_{H0}/(2\pi f_1);$$
$$M_F = P_{F,\text{ém}}/\Omega_1 = spP_{F0}/(2\pi f_1),$$

où p est le nombre de périodes du champ.

Comme le montrent ces formules, le couple hystérétique est indépendant du glissement. Lors du passage par le glissement nul ce couple change de signe par rapport au sens de rotation du rotor. Dans l'hypothèse admise où Φ_m = constante, c'est-à-dire si on néglige la réaction des courants tourbillonnaires, le couple tourbillonnaire est proportionnel au glissement.

Ainsi, tant dans la marche en moteur que dans la marche en générateur, les couples tourbillonnaire et hystérétique agissent dans le sens du couple électromagnétique principal et apportent donc une contribution positive au phénomène de transformation de l'énergie. Pourtant, dans les moteurs asynchrones ordinaires dont l'armature du rotor est faite de tôles d'acier magnétique isolées et se caractérise donc de petites pertes par hystérésis, les couples M_H et M_F sont si faibles qu'on les néglige lors du calcul de la caractéristique mécanique.

§ 43-6. Détermination graphique des caractéristiques électromécaniques à l'aide du diagramme du cercle

Justification du diagramme du cercle.— Lorsque le glissement du rotor d'une machine asynchrone varie à U_1 = constante, f_1 = constante et à valeurs constantes des paramètres R_1, X_1, R_2', X_2', R_0, X_0, l'extrémité du courant statorique complexe $\dot{I}_1$ se déplace sur une circonférence (fig. 43-9). Cette circonférence, qui est le lieu géométrique du courant $\dot{I}_1$, associée à des constructions

auxiliaires nécessaires à la détermination graphique des caractéristiques électromécaniques est appelée *diagramme du cercle de la machine asynchrone*.

L'existence du diagramme du cercle est démontrée à l'aide du schéma électrique équivalent en Γ représenté par la figure 42-3, *c*.

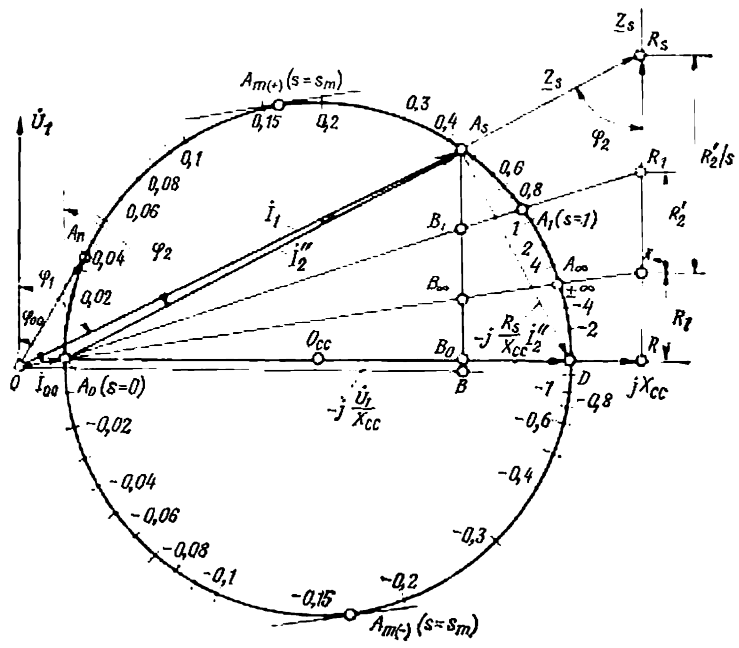


Fig. 43-9. Diagramme du cercle de la machine asynchrone (en unités relatives, $U_1 = 1$, $I_0 = 0{,}364$, $\cos\varphi_{00} = 0{,}185$, $X_1 = X'_2 = 0{,}125$, $R_1 = 0{,}0375$, $R'_2 = 0{,}0425$).

L'équation des tensions pour la branche rotorique du schéma équivalent de la figure 42-3, *c* est de la forme

$$\dot{U}_1 = +R_s\dot{I}''_2 + jX_{cc}\dot{I}''_2,$$

où $\dot{I}'_2 = -\dot{I}''_2$.

D'après les hypothèses admises, $U_1 =$ constante, $X_{cc} = X_1 + X'_2 =$ constante, le courant $\dot{I}'_2$ varie par suite de la variation de la résistance $R_s = R_1 + R'_2/s$. Pour démontrer que le lieu géométrique du courant $\dot{I}''_2$ en cas de variation du glissement est une circonférence, divisons par jX_{cc} les deux membres de la dernière équation, il vient

$$-j\frac{\dot{U}_1}{X_{cc}} = -j\frac{R_s}{X_{cc}}\dot{I}''_2 + \dot{I}''_2.$$

Le courant $\dot{I}''_2$ figurant au second membre de cette équation et représenté dans le diagramme de la figure 43-9 par le segment A_0A_s s'ajoute au courant $-j\frac{R_s}{X_{cc}}\dot{I}''_2$ déphasé de $\pi/2$ en arrière sur le courant $\dot{I}''_2$. Dans le diagramme, le

courant $-j\frac{R_s}{X_{cc}}\dot{I}_2''$ est représenté par le segment A_sD. La somme des courants $\dot{I}_2''$ et $-j\frac{R_s}{X_{cc}}\dot{I}_2''$ est égale au courant invariable $-j\frac{\dot{U}_1}{X_{cc}}$ représenté dans le diagramme par le segment A_0D (le courant $-j\frac{\dot{U}_1}{X_{cc}}$ est déphasé de $\pi/2$ en arrière sur la tension $\dot{U}_1$).

Les courants $\dot{I}_2''$ et $\left(-j\frac{R_s}{X_{cc}}\dot{I}_2''\right)$ sont mesurés par les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse représentant le courant $-j\frac{\dot{U}_1}{X_{cc}}$ reste inchangée.

Par suite, pour toutes les relations entre les courant $\dot{I}_2''$ et $-j\frac{R_s}{X_{cc}}\dot{I}_2''$ pour toutes les valeurs de la résistance $R_s = R_1 + R_2'/s$ le sommet de l'angle droit A_s sera situé sur une circonférence de centre O_{cc} et de diamètre A_0D. Cette circonférence est le lieu géométrique de l'extrémité du courant complexe $\dot{I}_2''$ (du point A_s). Pour tracer cette circonférence il faut représenter le courant complexe $-j\frac{\dot{U}_1}{X_{cc}}$ correspondant à son diamètre sous la forme du segment A_0D de longueur déterminée, perpendiculaire à la tension $\dot{U}_1$. Dans ces conditions, l'échelle des courants en A/mm sera égale à

$$c_I = \frac{U_1/X_{cc}}{A_0D},$$

où A_0D est la longueur du segment en mm.

Puis il faudra trouver le milieu du segment A_0D au point O_{cc} et tracer la circonférence du courant $\dot{I}_2''$ de rayon $O_{cc}A_0$.

Montrons maintenant comment on peut trouver la position du point A_s sur la circonférence pour une valeur donnée du glissement s. L'angle φ_2 entre la tension U_1 et le courant I_2'' dépend de la relation entre la résistance R_s et la réactance X_{cc}. Construisons à une échelle déterminée le triangle des impédances A_0R_sR. Son côté de l'angle droit horizontal A_0R est proportionnel à jX_{cc}, le côté vertical RR_s est proportionnel à la résistance effective R_s de la branche rotorique et son hypoténuse A_0R_s est proportionnelle à l'impédance de la branche $\underline{Z}_s = R_s + jX_{cc}$.

Quand s et R_s varient, l'extrémité de $\underline{Z}_s$ complexe se déplace sur la ligne RR_s appelée droite des impédances. L'angle entre A_0R_s et RR_s est égal à l'angle φ_2 entre U_1 et I_2'' et

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{X_{cc}}{R_s}.$$

Par conséquent, le point de rencontre de la ligne menée par les points A_0 et R_s et de la circonférence indiquera la position du point A_s (de l'extrémité du courant complexe $\dot{I}_2''$). Pour trouver le point A_s il convient de porter sur la droite des impédances $\underline{Z}_s$, à partir du point R, le segment RR_s proportionnel à $R_s = R_1 + R_2'/s$. Pour déterminer le courant statorique $\dot{I}_1 = \dot{I}_2'' + \dot{I}_{00}$, il faut ajouter au courant $\dot{I}_2''$ le courant à vide $\dot{I}_0$ égal à $\dot{U}_1/(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0)$ et déphasé d'un angle φ_{00} en arrière sur la tension $\dot{U}_1$. L'origine du courant complexe $\dot{I}_{00}$

indiquera le point O qui est l'origine du diagramme et en lequel on peut déplacer la tension complexe. En joignant les points O et A_s, on obtient le courant statorique complexe $\dot{I}_1$ (segment OA_s) déphasé de l'angle φ_1 en arrière sur la tension.

Portons sur la droite des impédances les points correspondant aux valeurs caractéristiques du glissement:

1. $s = 1$ (rotor à l'arrêt); $R_s = R_1 + R'_2 = R_{cc}$. A ce régime correspondent le point R_1 sur la droite des impédances et le point A_1 sur la circonférence des courants.

2. $s = \pm\infty$ (rotor tournant à vitesse infinie dans le sens de rotation du champ ou dans le sens opposé). Respectivement, $R_s = R_1$, ce qui est proportionnel au segment RR_∞. Les points caractéristiques obtenus sont R_∞ et A_∞.

3. $s = 0$ (marche à vide théorique). On a $R_s = \infty$ et le point R_s qui glisse sur la droite des impédances s'éloigne à l'infini. Sur la circonférence des courants ce régime se caractérise par le point A_0.

En procédant de la même manière pour les autres valeurs possibles du glissement, on porte l'échelle des glissements sur la circonférence.

Les zones de régimes de fonctionnement possibles de la machine asynchrone se situent entre les points caractéristiques du diagramme. Dans les limites de l'arc A_0A_1 correspondant aux glissements $s = 0$ à 1 la machine fonctionne en moteur; dans les limites de l'arc A_1A_∞ pour $s = 1$ à $(+\infty)$, elle fonctionne en frein et dans les limites de l'arc A_0A_∞ pour $s = 0$ à $(-\infty)$ en générateur.

Pourtant on ne devra pas oublier que le diagramme du cercle est un lieu géométrique idéalisé du courant d'une machine asynchrone parce qu'il est construit dans l'hypothèse où X_{cc} = constante. En réalité la saturation des portions en acier du circuit magnétique par les champs de fuites a pour effet une diminution de X_{cc} avec l'augmentation des courants et donc un écart du lieu géométrique des courants par rapport à une circonférence. D'ailleurs, dans la gamme de la marche à vide au régime nominal ces écarts sont petits et peuvent être négligés.

Détermination des courants, des puissances, des pertes et d'autres grandeurs à l'aide du diagramme du cercle.— En plus des courants I_1 et $I'_2 = I''_2$, le diagramme du cercle permet de déterminer les puissances, le rendement et le facteur de puissance en fonction du glissement.

A cet effet, il faut mesurer dans le diagramme la longueur des segments déterminés.

Le courant statorique $I_1 = (OA_s)\, c_I$, où c_I est l'échelle des courants.

Le courant rotorique $I'_2 = I''_2 = (A_0A_s)\, c_I$.

Pour pouvoir déterminer les puissances, procédons à quelques constructions auxiliaires. Menons par le point O une ligne OB parallèle au diamètre A_0D de la circonférence. Menons par le point A_0 des lignes A_0A_1 et A_0A_∞ coupant la circonférence aux points caractéristiques A_1 et A_∞.

Indiquons en anticipant sur l'exposé qu'on appelle la ligne A_0A_1 droite des puissances mécaniques $P_{méc}$, la ligne A_0A_∞, droite des puissances électromagnétiques $P_{ém}$ ou des couples électromagnétiques M, et la ligne OB, droite des puissances primaires P_1.

Abaissons la perpendiculaire A_sB_0 du point A_s sur le diamètre A_0D et désignons par les symboles B_1, B_∞, B les points de rencontre de cette perpendiculaire avec les droites caractéristiques.

Montrons qu'à une échelle déterminée les segments de la droite A_sB représentent les puissances. La puissance active absorbée au réseau (43-16) est proportionnelle au segment A_sB:

$$P_1 = m_1U_1I_{1a} = m_1U_1c_I\,(A_sB) = c_P\,(A_sB),$$

où $c_P = m_1U_1c_I$ est l'échelle des puissances en W/mm.

La puissance électromagnétique est mesurée par le segment A_sB_∞.

En partant de la similitude des triangles $\triangle (A_0A_sB_\infty)$ et $\triangle (A_0R_sR_\infty)$, on trouve

$$A_sB_\infty = \frac{R_sR_\infty A_0A_s}{A_0R_s} = \left(\frac{R_2'}{s}\right)\frac{A_0A_s}{Z_s}.$$

Alors

$$c_P(A_sB_\infty) = m_1\left(\frac{R_2'}{s}\right)\frac{U_1}{Z_s}(A_0A_s)\,c_I = m_1\frac{R_2'}{s}(I_2'')^2 = \frac{P_{\text{él. 2}}}{s} = P_{\text{ém}}.$$

Montrons maintenant que le segment A_sB_1 est proportionnel à la puissance mécanique. Les droites R_sR et A_sB étant parallèles, on peut écrire la proportion suivante

$$\frac{(A_sB_1)}{(A_sB_\infty)} = \frac{(R_sR_1)}{(R_sR_\infty)} = \frac{\frac{R_2'}{s} - R_2'}{\frac{R_2'}{s}} = 1 - s,$$

d'où il résulte que

$$c_P(A_sB_1) = c_P(A_sB_\infty)(1-s) = P_{\text{ém}}(1-s) = P_{\text{méc}}$$

La somme des pertes magnétiques et électriques dans le stator est proportionnelle au segment $B_\infty B$:

$$P_{\text{magn}} + P_{\text{él.1}} = c_P(B_\infty B).$$

Les pertes électriques dans l'enroulement rotorique sont proportionnelles au segment B_1B_∞:

$$P_{\text{él.2}} = P_{\text{ém}} - P_{\text{méc}} = c_P(B_1B_\infty).$$

Le couple électromagnétique est proportionnel à la puissance électromagnétique:

$$M = \frac{P_{\text{ém}}}{\Omega_1} = \frac{c_P}{\Omega_1}(A_sB_\infty).$$

Le facteur de puissance $\cos\varphi_1$ peut être déterminé à partir du rapport des puissances correspondantes. Le rendement de la machine fonctionnant en moteur ou en générateur se calcule par (43-1) ou (43-2). Dans ce cas la puissance mécanique sur l'arbre n'est pas déterminée directement à l'aide du diagramme mais calculée d'après la puissance mécanique du rotor:

$P_2 = P_{\text{méc}} - P_{\text{fr}} - P_{\text{sup}}$ pour la marche en moteur;

$|P_2| = |P_{\text{méc}}| + P_{\text{fr}} + P_{\text{sup}}$ pour la marche en générateur.

Le diagramme du cercle permet de déterminer toute une série de grandeurs caractéristiques: les grandeurs nominales $I_{1\text{n}}$, $\cos\varphi_{\text{n}}$, s_{n}, η_{n}, le couple électromagnétique maximal M_m et le couple initial de démarrage M_{d}. Dans la marche en moteur au régime nominal, le point A_s se confond avec le point A_{n} choisi d'après la puissance nominale donnée $P_{\text{n}} = P_{2\text{n}}$ de telle sorte que

$$A_sB_1 = \frac{P_{\text{méc(n)}}}{c_P},$$

où $A_s \to A_{\text{n}}$, $P_{\text{méc(n)}} = P_{2\text{n}} + P_{\text{fr}} + P_{\text{sup}}$; A_sB_1 est le segment de la perpendiculaire au diamètre compris entre la circonférence et la droite des puissances mécaniques A_0A_1.

Le couple électromagnétique prend sa valeur maximale $M_{m(+)}$ ou $M_{m(-)}$ orsque le point A_s vient se confondre avec le point $A_{m(+)}$ (pour un glissement

positif) ou avec le point $A_{m(-)}$ (pour un glissement négatif). En ces points, la longueur A_sB_∞ du segment perpendiculaire au diamètre et compris entre la circonférence et la droite de la puissance électromagnétique A_0A_∞ est maximale

$$M_{m(+)}=\frac{cp}{\Omega_1}(A_sB_\infty),\quad \text{où}\quad A_s\longrightarrow A_{m(+)}\ ;$$

$$M_{m(-)}=\frac{cp}{\Omega_1}(A_sB_\infty),\quad \text{où}\quad A_s\longrightarrow A_{m(-)}.$$

Le couple initial de démarrage se détermine lorsque le point A_s est confondu avec le point A_1 et se calcule par la formule

$$M_\text{d}=\frac{cp}{\Omega_1}(A_sB_\infty),\quad \text{où}\quad A_s\longrightarrow A_1.$$

Le diagramme du cercle peut être tracé d'après les données des essais à vide et en court-circuit. Ces deux régimes sont les plus faciles à exécuter. Le diagramme du cercle ainsi construit permet d'étudier tous les régimes intermédiaires.

CHAPITRE 44

DÉMARRAGE DES MOTEURS ASYNCHRONES

§ 44-1. Démarrage des moteurs asynchrones à rotor en court-circuit

En pratique, les machines asynchrones sont utilisées essentiellement comme moteurs. Les autres modes d'utilisation de ces machines sont extrêmement rares (v. § 43-1). Aussi, la presque totalité des machines asynchrones produites par l'industrie sont-elles destinées par le constructeur à fonctionner en moteur et portent le nom de moteurs asynchrones. Ce nom souligne que les performances techniques bien déterminées des machines fabriquées ne sont garanties que pour leur marche en moteur bien qu'en principe elles puissent fonctionner en d'autres régimes.

Tous les moteurs asynchrones doivent démarrer tout seuls, c'est-à-dire se mettre en vitesse à partir de l'arrêt jusqu'à une vitesse angulaire voisine de la vitesse de synchronisme en surmontant le couple résistant de charge. Cette exigence relative aux caractéristiques de démarrage est satisfaite différemment dans les divers types de moteurs.

Les moteurs asynchrones à rotor en court-circuit (à cage d'écureuil) sont généralement démarrés par leur branchement direct sur le réseau à tension nominale $U_1 = U_{1n}$. Le processus de décollage et de démarrage, c'est-à-dire la mise en vitesse du rotor à l'arrêt ($\Omega = 0$, $s = 1$) jusqu'à la vitesse angulaire nominale Ω_n, est déterminé par la caractéristique mécanique du moteur lui-même $M = f(\Omega)$ et par la caractéristique mécanique $M_{ext} = f(\Omega)$ de l'appareil qu'il entraîne.

La caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone est représentée par la figure 44-1, la courbe idéale du couple qui néglige l'influence des harmoniques supérieurs du champ est figurée en traits interrompus (v. § 43-3), et la caractéristique mécanique réelle construite compte tenu des harmoniques supérieurs du champ est dessinée en trait plein (§ 43-5).

Comme le montre cette figure, les couples moteurs complémentaires dus aux harmoniques supérieurs du champ ont une influence notable sur l'allure de la caractéristique mécanique, en réduisant le couple moteur résultant aux basses vitesses de rotation.

La caractéristique mécanique d'un appareil entraîné est représentée par la figure 44-1 sous la forme de la courbe de $|M_{ext}| = f(s)$. L'allure de cette courbe dépend du type d'appareil entraîné.

Généralement, le couple résistant $|M_{ext}|$ que l'appareil oppose à son moteur croît en valeur absolue avec l'augmentation de la vitesse (dans une mesure plus grande pour les ventilateurs et les pompes et dans une mesure moindre pour les machines-outils).

Si, le rotor étant à l'arrêt ($\Omega = 0$), le couple initial de démarrage M_d du moteur est plus grand que le couple $|M_{ext}|$ nécessaire à la mise en marche de l'appareil entraîné, alors, comme il en résulte de l'équation différentielle du mouvement

$$M + M_{ext} = J\frac{d\Omega}{dt}, \qquad (44\text{-}1)$$

où J est le moment d'inertie des pièces tournantes ramené au rotor, le rotor acquerra une certaine accélération positive ($d\Omega/dt > 0$) et commencera à prendre de la vitesse. Cette période de mise en vitesse durera jusqu'à ce que la somme $M + M_{ext}$, où $M > 0$ et $M_{ext} < 0$, devienne nulle. Ceci se produira au point I d'intersection des caractéristiques $M = f(\Omega)$ et $|M_{ext}| = f(\Omega)$ à partir duquel le moteur fonctionnera en régime établi avec le couple moteur nominal M_n et la vitesse angulaire nominale Ω_n [1]).

Fig. 44-1. Démarrage d'un moteur asynchrone à rotor en court-circuit.

Pour déterminer la durée du démarrage t_d il faut intégrer graphiquement l'équation (44-1)

$$t_d = \int_0^{\Omega_n} \frac{J\,d\Omega}{M + M_{ext}}.$$

A l'aide d'un ordinateur l'équation (44-1) peut également être intégrée sous forme numérique.

La durée du démarrage sera proportionnelle à l'aire de la surface hachurée sur le graphique de la courbe de $\frac{J}{M + M_{ext}} = f(\Omega)$. Elle dépend du moment d'inertie des pièces en rotation J et de la somme des couples $M + M_{ext}$ (ou de la différence

[1]) Les caractéristiques $M = f(\Omega)$ et $M_{ext} = f(\Omega)$ se rencontrent en un point qui n'est pas nécessairement celui qui correspond au régime nominal.

$M - |M_{ext}|$). Cette durée est peu élevée (de quelques fractions de seconde à quelques secondes), mais il faut avoir en vue que les courants I_1 et I_2 qui parcourent les enroulements lors du démarrage sont plusieurs fois supérieurs au courant nominal (en unités relatives, le courant initial de démarrage $I_{*d} = I_d/I_{1n} = 5$ à 7) et, comme le montre la figure 43-2, ces courants décroissent lentement lorsque le glissement augmente. C'est pourquoi dans le cas où les couples électromagnétiques ne sont pas suffisamment grands (les différences $M - |M_{ext}|$ sont petites) et donc la durée du démarrage augmente, l'échauffement des enroulements peut dépasser les limites admissibles.

Les conditions principales auxquelles doivent répondre les caractéristiques mécaniques des moteurs asynchrones sont spécifiées dans les Normes d'Etat. Pour les moteurs industriels d'usage général le rapport du couple moteur maximal au couple nominal M_m/M_n doit être compris entre 1,7 et 2,2 et le rapport du couple initial de démarrage au couple nominal M_d/M_n, entre 0,7 et 2,0 suivant la puissance et la vitesse de rotation. En outre on spécifie spécialement la valeur minimale du couple moteur M_{min} admissible au cours du démarrage (fig. 44-1), dont le rapport au couple nominal ne doit pas être inférieur à 0,6 ou 1,0. Pour une valeur trop faible du couple minimal la caractéristique mécanique de l'appareil entraîné peut couper la caractéristique du moteur au point *II*. Dans un tel cas la vitesse angulaire établie sera inférieure à la valeur nominale, de sorte que le démarrage ne se termine pas par le passage à une vitesse angulaire proche de la vitesse de synchronisme Ω_1.

Le démarrage direct de gros moteurs à cage d'écureuil alimentés par des réseaux peu puissants peut provoquer une brusque chute inadmissible de tension U_1, due à la pointe de courant de démarrage, ce qui peut être dommageable pour les autres usagers. Dans ce cas pour réduire les courants de démarrage on intercale entre le moteur et le réseau une inductance ou un autotransformateur. Pourtant, ce faisant, on ne devra pas oublier que la réduction de la tension U_1 lors du démarrage provoque une diminution considérable des couples de démarrage dont la valeur est proportionnelle au carré de la tension. C'est pourquoi ce procédé de démarrage du moteur asynchrone à rotor en court-circuit est inapplicable lorsque les conditions de démarrage sont pénibles (les couples $|M_{ext}|$ sont élevés).

§ 44-2. Démarrage des moteurs asynchrones à rotor bobiné

Dans ces moteurs on peut agir sur les caractéristiques de démarrage par l'insertion dans le circuit rotorique, pour la durée du démarrage, d'un rhéostat. Le rhéostat de démarrage de résistance R_{2d} est branché en série avec la résistance propre R_{2n} de l'enroulement rotorique par l'intermédiaire de bagues et de balais. La résistance d'une phase du rotor est la somme de ces deux résistances:

$$R_{2n} + R_{2d} = R_2.$$

Au démarrage, il faut réduire le courant initial de démarrage

$$I_d \approx \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + X_{cc}^2}}$$

et augmenter le couple initial de démarrage (43-15)

$$M_d = \frac{m_1 R_2' U_1^2}{\Omega \left[(R_1 + R_2')^2 + X_{cc}^2\right]}.$$

Ce faisant on ne perdra pas de vue que le couple initial aura sa valeur maximale si le glissement critique

$$s_m = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = 1,$$

c'est-à-dire lorsque la résistance d'une phase du rotor

$$R_{2m}' = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \approx X_{cc}.$$

Généralement, la résistance propre d'une phase du rotor $R_{2n}' < R_{2m}'$ et l'insertion dans le circuit rotorique d'un rhéostat de résistance $R_{2d}' < R_{2m}' - R_{2n}'$ a pour effet d'augmenter le couple de démarrage (comparer les couples de démarrage pour les courbes *1* et *2* de la figure 44-2) ; pour $R_{2d}' = R_{2m}' - R_{2n}'$ le couple de démarrage est maximal (courbe *3*) ; lorsqu'on augmente encore la résistance R_{2d}, le couple de démarrage recommence à diminuer (courbe *4*).

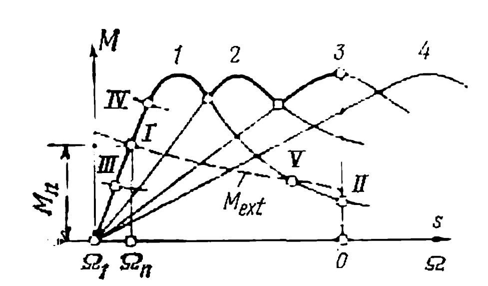


Fig. 44-2. Démarrage d'un moteur asynchrone à rotor bobiné.

L'interprétation physique en est que l'augmentation de la résistance R_2' dans l'intervalle de $R_2' < R_{2m}'$ a sur le couple électromagnétique un effet plus fort que la diminution du courant de démarrage

$$M_d \approx \frac{m_1 R_2' I_d^2}{\Omega_1}.$$

Si le rhéostat de démarrage comporte plusieurs sections $R_{2n} = R_{2(1)} < R_{2(2)} < R_{2(3)} < R_{2(4)}$, on peut obtenir plusieurs caractéristiques mécaniques (courbes *1*, *2*, *3*) présentant un même maximum mais pour des valeurs différentes du glissement critique (fig. 44-2).

La caractéristique *1* obtenue pour $R_{2(1)} = R_{2n}$, c'est-à-dire sans résistance additionnelle, s'appelle caractéristique mécanique naturelle. Au cours du démarrage, le passage d'un plot du rhéostat de démarrage à un autre se fait pour des vitesses angulaires telles que la différence entre le couple moteur et le couple résistant soit maximale.

Avant la mise sous tension du moteur on introduit dans son circuit rotorique une résistance qui assure la valeur maximale du couple

initial de démarrage (courbe *3* pour $R_{2(3)}$). Le moteur démarre parce que $M > | M_{ext} |$. Au point d'intersection des courbes *3* et *2* on passe à la résistance $R_{2(2)}$ et le moteur prend de la vitesse suivant la courbe *2*; le passage à la caractéristique mécanique *1* se fait de la même façon. En marche de régime, le point figuratif du moteur se situe sur sa caractéristique naturelle et correspond au couple nominale M_n et à la vitesse angulaire mécanique nominale Ω_n.

Les moteurs à rotor bobiné peuvent être utilisés dans des conditions de démarrage plus pénibles que les moteurs à cage d'écureuil. Pourtant l'insertion du rhéostat pour la durée du démarrage exige que ces moteurs soient munis de bagues et de balais, ce qui augmente leur prix de revient et affecte un peu leur sécurité de fonctionnement.

§ 44-3. Moteurs asynchrones à rotor en court-circuit à caractéristiques de démarrage améliorées

L'enroulement en court-circuit du rotor ne permet d'insérer pour le démarrage une résistance additionnelle comme cela se fait dans le moteur à bagues. Néanmoins les caractéristiques de démarrage du moteur à rotor en court-circuit peuvent être améliorées si, pour augmenter la résistance effective de l'enroulement rotorique, on utilise l'effet pelliculaire dans les barres de l'enroulement, cet effet se manifestant au début du démarrage lorsque la fréquence du courant rotorique $f_2 = sf_1$ est voisine de la fréquence f_1 du réseau.

Pour augmenter la résistance effective de la barre à la fréquence $f_2 \approx 50$ Hz (v. § 31-2), sa hauteur h doit être nettement supérieure à la profondeur de pénétration du champ électromagnétique

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega_1\mu_0}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f_1\mu_0}}.$$

Pour $f = 50$ Hz cette profondeur est d'environ 10 mm pour le cuivre et 15 mm pour l'aluminium. Lorsque la hauteur h de la barre est plus grande que 2Δ, sa résistance effective à la fréquence $f_2 = 50$ Hz est $k_r = h/\Delta$ fois supérieure à sa résistance ohmique.

Dans les moteurs asynchrones à encoches profondes au rotor la hauteur des barres en aluminium est de 40 à 60 mm, ce qui assure à la fréquence de 50 Hz une augmentation de la résistance de 3 à 4 fois.

L'aspect des lignes du champ de fuites dû au courant dans la barre rotorique est montré sur la figure 44-3. Plus près du fond de l'encoche est situé un élément de section de la barre présentant une résistance ohmique $R_{\text{élém}} = \rho l/q_{\text{élém}}$, plus grand est le nombre de lignes du champ de fuites qui l'entourent. Les éléments *I* situés sur le fond de l'encoche présentent l'inductance de fuites la plus élevée $L_{\text{élém}}$, alors que les éléments *II* se trouvant plus près de l'entrefer possèdent l'inductance minimale. En même temps le champ d'induction mutuelle embrasse également tous les éléments

et y induit des f. é. m. d'induction mutuelle identiques $sE_{\text{élém}}$, où $E_{\text{élém}}$ est la f. é. m. pour $s = 1$. Les densités de courant dans les éléments

$$J \approx \frac{sE_{\text{élém}}}{q_{\text{élém}} \sqrt{R^2_{\text{élém}} + (2\pi s f_1 L_{\text{élém}})^2}}$$

dépendent donc de la position de l'élément suivant la hauteur de la barre et du glissement. Pour de grandes valeurs du glissement ($s \approx 1$), lorsque $2\pi s f_1 L_{\text{élém}} > R_{\text{élém}}$ et la réactance de fuites $2\pi s f_1 L_{\text{élém}}$ joue un rôle important, la densité de courant dans les éléments situés plus près de l'entrefer et donc présentant une inductance moins élevée est nettement plus grande que dans les éléments

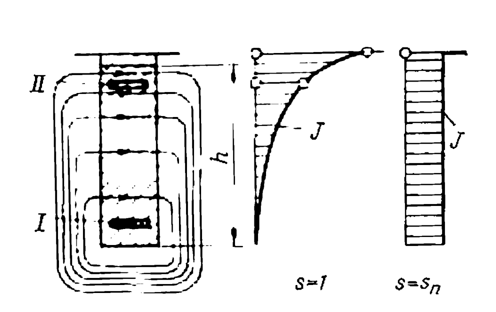


Fig. 44-3. Répartition de la densité de courant dans la barre de l'enroulement en court-circuit d'un moteur à encoches profondes au rotor.

Fig. 44-4. Caractéristique mécanique d'un moteur à encoches profondes au rotor.

situés au fond de l'encoche (v. la répartition de la densité de courant pour $s = 1$). Au contraire, pour un glissement nominal $s_n \ll 1$ la résistance ohmique $R_{\text{élém}} \gg 2\pi s f_1 L_{\text{élém}}$, la réactance de fuites peut être négligée si bien que la densité de courant est la même dans tous les éléments de la section (v. la courbe de J pour $s = s_n$).

Au glissement nominal s_n, le courant est réparti uniformément sur toute la section et la résistance effective R_2 du rotor ne diffère pas de la résistance $R_{2(1)}$ en courant continu; lorsque le glissement $s = 1$, le courant ne parcourt qu'une partie de la section, la résistance effective du rotor augmente considérablement et devient égale à $R_{2(2)}$. La courbe *1* de la figure 44-4 représente la caractéristique mécanique à résistance $R_{2(1)}$ constante, la courbe *2* est la caractéristique pour la résistance $R_{2(2)}$ qui se conserve à toutes les valeurs du glissement. La courbe *3* représente la caractéristique mécanique réelle d'un moteur à encoches profondes dont la résistance du rotor augmente progressivement de $R_{2(1)}$ à $R_{2(2)}$ lorsque le glissement varie de s_n à $s = 1$. La plupart des machines asynchrones fabriquées par l'industrie sont à encoches profondes au rotor.

Les moteurs asynchrones à double cage d'écureuil ont des caractéristiques de démarrage encore meilleures. Dans ces moteurs, le rotor comporte deux enroulements en court-circuit dont les barres sont logées dans des encoches demi-ouvertes à une profondeur différente et sont séparées par une fente étroite (*5* sur la figure 44-5). Lorsque l'enroulement est réalisé en fonderie, les encoches et les fentes sont remplies d'aluminium de sorte que pratiquement les deux enroulements présentent un tout. Si l'enroulement est réalisé par brasure, les barres de la cage extérieure dite de démarrage sont faites généralement en matériau à plus forte résistivité (laiton, plus rarement bronze) que les barres (en cuivre) de la cage intérieure dite de travail. Bien souvent on donne aussi aux barres de la cage de démarrage une section plus faible que celle des barres de la cage de travail, ce qui augmente davantage la résistance effective de la cage de démarrage.

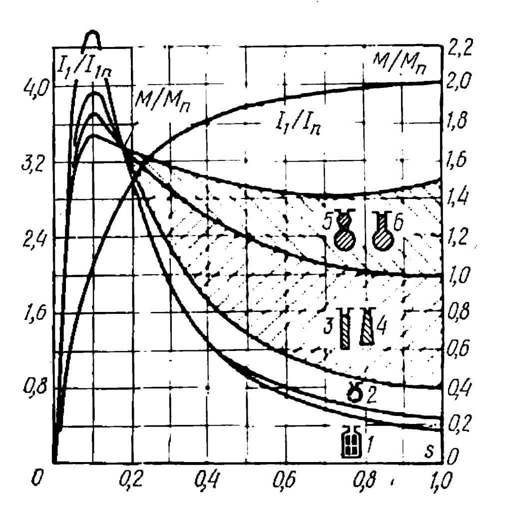


Fig. 44-5. Caractéristiques mécaniques des moteurs asynchrones à rotor en court-circuit à caractéristiques de démarrage améliorées: *1*, moteur à rotor bobiné; *2*, enroulement en court-circuit à barres rondes; *3*, barres rectangulaires dans les encoches profondes; *4*, barres de section trapézoïdale; *5*, double cage d'écureuil; *6*, barres de section bulbeuse.

Les barres des deux cages sont reliées à chaque extrémité à un anneau commun ou à deux anneaux distincts.

Au démarrage, la fréquence du courant dans les barres est égale à la fréquence du réseau et, pour les mêmes raisons que dans le moteur à encoches profondes au rotor, le courant se concentre principalement dans l'enroulement de démarrage dont l'inductance est moindre que celle de l'enroulement de travail. La résistance effective de l'enroulement de démarrage étant considérable, il en résulte une augmentation du couple de démarrage.

Dès que le moteur prend sa vitesse angulaire nominale ou une vitesse voisine, la fréquence du courant rotorique devient faible (quelques hertz), les réactances inductives des barres deviennent très inférieures aux résistances effectives et le courant rotorique se répartit entre les enroulements en raison inverse de leurs résistances effectives. Si la résistance de la cage de travail est inférieure à celle de la cage de démarrage, le courant se concentre principalement dans l'enroulement de travail. Dans un enroulement coulé d'une seule pièce le courant se répartit pratiquement de façon uniforme sur toute la section de l'encoche remplie d'aluminium.

Ces derniers temps, en plus des enroulements à encoches profondes (*3* sur la figure 44-5) et des enroulements à double cage d'écureuil (*5*), on utilise largement, surtout dans les moteurs rapides et de grande puissance, les enroulements à barres dont le profil a la forme d'un bulbe (*6*) ou d'un trapèze (*4*). Au démarrage d'un moteur à enroulement à barres en cuivre de section bulbeuse (*6*), le courant se concentre dans la partie supérieure étroite de la barre qui présente une grande résistance effective. Il en résulte une augmentation du couple de démarrage. D'après leurs qualités de démarrage, les moteurs à encoches de section bulbeuse sont à peu près équivalents aux moteurs à double cage d'écureuil (zone hachurée *5-6* de la figure 44-5).

La section trapézoïdale (repère *4*) de la barre assure au moteur les mêmes qualités de démarrage élevées que la section rectangulaire (zone hachurée *3-4*).

La figure 44-5 montre les courbes de variation des couples électromagnétiques et du courant des moteurs asynchrones utilisant divers types de rotors en court-circuit. Tous les moteurs ont même puissance, même courant initial de démarrage et mêmes pertes au rotor en charge nominale. Sur cette figure on a également représenté, à titre de comparaison, la caractéristique mécanique naturelle d'un moteur à rotor bobiné (*1*). Les régions hachurées sont celles à l'intérieur desquelles se situent, selon les particularités concrètes de l'enroulement, les caractéristiques des moteurs à rotor en court-circuit à qualités de démarrage améliorées. L'augmentation du couple de démarrage dans les moteurs à rotor en court-circuit de formes constructives indiquées s'accompagne (par suite d'une augmentation de la réactance de fuites X_2 de l'enroulement rotorique) d'une baisse de 15 à 25 % du couple maximal M_m et de 4 à 6 % du facteur de puissance par rapport aux moteurs à encoches du rotor rondes.

CHAPITRE 45

FONCTIONNEMENT DES MOTEURS ASYNCHRONES AU RÉGIME ÉTABLI ET RÉGLAGE DE LEUR VITESSE DE ROTATION

§ 45-1. Régimes de fonctionnement possibles. Conditions de stabilité d'un régime

Un démarrage correctement réalisé (v. fig. 44-1 et 44-2) doit se terminer par l'établissement soit du régime nominal figuré par le point I, soit d'un régime de sous-charge figuré par le point III situé sur la partie de la caractéristique se trouvant entre le point de marche à vide ($M = 0$, $\Omega = \Omega_1$) et le point de régime nominal ($M = M_n$, $\Omega = \Omega_n$).

On tolère aussi pendant une courte durée des régimes de charge au point IV situé entre les points (M_n, Ω_n) et (M_m, Ω_m) pour les couples supérieurs au couple nominal ($M > M_n$), mais inférieurs au couple maximal ($M < M_m$). La durée de fonctionnement à ces régimes est déterminée par les pertes électriques dans les enroulements.

Un service continu au point d'intersection des caractéristiques $M = f(\Omega)$ et $M_{ext} = f(\Omega)$ n'est possible que dans le cas où un écart accidentel de la vitesse angulaire par rapport à la valeur établie fait agir sur le rotor un couple $M + M_{ext}$ qui rétablit la vitesse angulaire précédente.

La condition de stabilité d'un régime s'exprime par les accroissements (ou les dérivées) des couples moteurs $|dM|$ et $|dM_{ext}|$ pour les mêmes écarts de la vitesse angulaire $d\Omega$ par rapport à la vitesse établie au point d'intersection des caractéristiques de M et M_{ext}, par exemple au point I de la figure 44-1 ou 44-2.

Si $d\,|M_{ext}| = \frac{d|M_{ext}|}{d\Omega} d\Omega > d\,|M| = \frac{d|M|}{d\Omega} d\Omega$ et donc $\frac{d|M_{ext}|}{d\Omega} > \frac{d|M|}{d\Omega}$, le régime est *stable*, au contraire, si $\frac{d|M_{ext}|}{d\Omega} < \frac{d|M|}{d\Omega}$, le régime est *instable*. Par exemple, au point I où $\frac{d|M_{ext}|}{d\Omega} > \frac{d|M|}{d\Omega}$, le régime est stable. Si, pour une cause accidentelle quelconque, la vitesse au point I vient à augmenter jusqu'à $(\Omega_n + d\Omega)$, le couple moteur M diminue parce que $\frac{d|M|}{d\Omega} < 0$, tandis que le couple M_{ext} augmente car $\frac{d|M_{ext}|}{d\Omega} > 0$. Le rotor se trouve soumis à un couple négatif $M - |M_{ext}| = +d\,|M| - d\,|M_{ext}| < 0$ déterminant une accélération négative $\frac{d\Omega}{dt} < 0$ [v. (44-1)] qui ralentit le rotor jusqu'à ce que la vitesse angulaire précédente Ω_n ne soit rétablie.

Pour des caractéristiques mécaniques des appareils entraînés qui se rencontrent généralement, les régimes de fonctionnement aux points *III* ou *IV* sur la partie de travail de la caractéristique mécanique du moteur seront eux aussi stables. Par contre, le régime au point *V* qui peut apparaître lorsque la tension est rétablie à son niveau nominal après une chute brusque est, comme on peut s'en assurer, instable. En ce point $\frac{d\,|M_{ext}|}{d\Omega} < \frac{d\,|M|}{d\Omega}$. Lorsque la vitesse de rotation subit un accroissement accidentel $d\Omega > 0$, la différence $M - |M_{ext}| = d\,|M| - d\,|M_{ext}| > 0$ et il y a donc apparition d'une accélération positive $\frac{d\Omega}{dt} > 0$ qui fait croître la vitesse angulaire du rotor jusqu'à ce qu'un régime stable s'établisse au point *IV* de la figure 44-1 ou au point *I* de la figure 44-2.

Dans le cas où la vitesse subit une diminution accidentelle de $d\Omega < 0$, le régime *V* se transforme en régime stable *II* de la figure 44-1 ou en régime de court-circuit ($\Omega = 0$) de la figure 44-2.

§ 45-2. Caractéristiques de fonctionnement d'un moteur asynchrone

Au cours de son utilisation, un moteur asynchrone possédant des caractéristiques techniques nominales bien déterminées peut être chargé différemment et fonctionner dans la gamme de charges allant de la marche à vide jusqu'à la pleine charge. Il est donc nécessaire qu'il présente un rendement et un facteur de puissance suffisamment élevés non seulement à charge nominale mais également à charge partielle non inférieure à 0,5 de la charge nominale. Une augmentation du rendement conduit à une diminution de la puissance active absorbée par le moteur $P_1 = P_2/\eta$, une amélioration du facteur de puissance entraîne une baisse de la puissance apparente $S_1 = P_1/\cos\varphi_1$ grâce à la diminution de la puissance réactive $Q_1 = S_1 \sin\varphi_1 = P_1 \operatorname{tg}\varphi_1$. Ces deux facteurs ont pour effet une diminution du courant demandé au réseau

$$I_1 = \frac{S_1}{m_1 U_1} = \frac{P_2}{m_1 U_1 \eta \cos\varphi_1},$$

ainsi que de la puissance totale des alternateurs synchrones installés dans les centrales électriques et des pertes dans les transformateurs et dans les réseaux électriques lors du transport d'énergie, ce qui permet finalement de réduire les frais d'exploitation du moteur. Pour faire croître le rendement et le facteur de puissance, on peut recourir à plusieurs procédés: utiliser des matériaux magnétiques de meilleure qualité (à pertes spécifiques plus faibles et à perméabilité magnétique plus élevée), réduire l'entrefer entre le stator et le rotor à sa valeur minimale amdissible (0,3 à 1,5 mm suivant la puissance du moteur), réduire les charges électromagnétiques (les densités de courant dans les enroulements et les inductions magné-

tiques) au prix d'une augmentation des dimensions de la machine, ce qui se traduit en dernier ressort par une augmentation du prix de revient du moteur.

Lorsqu'on établit le projet d'un moteur, on choisit son rendement et son facteur de puissance en faisant varier les dimensions et les matériaux utilisés, de telle sorte que les dépenses totales d'investissement et d'exploitation soient minimales. Les courbes de η, $\cos \varphi_1$, P_1, M, s, $n = f(P_2)$ traduisant la variation, en fonction de la charge, des grandeurs caractérisant le fonctionnement du moteur sont appelées *caractéristiques de fonctionnement*. Les caractéristiques de fonctionnement typiques d'un moteur asynchrone sont représentées,

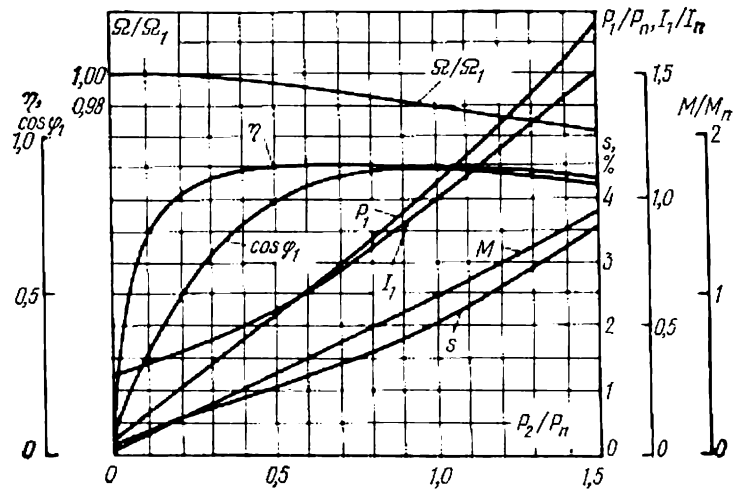


Fig. 45-1. Caractéristiques de fonctionnement d'un moteur asynchrone.

en unités relatives, par la figure 45-1. Les caractéristiques de fonctionnement peuvent être calculées analytiquement, construites graphiquement à l'aide du diagramme du cercle (chap. 43) ou déterminées par l'expérience. Comme le montre le diagramme du cercle (fig. 43-9), le courant I_1 et l'angle de déphasage φ_1 varient avec la charge caractérisée par la puissance mécanique $P_2 \approx P_{méc}$. Respectivement, lorsque la puissance P_2 augmente, le facteur de puissance $\cos \varphi_1$ varie de la valeur $\cos \varphi_0$ pour le courant I_0 jusqu'à sa valeur maximale $\cos \varphi_{max}$ pour le courant I_1 tangent au cercle. Généralement, le facteur de puissance passe par son maximum $\cos \varphi_{max}$ pour un courant voisin du courant nominal (fig. 45-1). La valeur nominale du facteur de puissance vaut 0,7 à 0,9. Lorsque la charge est réduite à 0,5 de sa valeur normale, il diminue d'environ 0,1.

Le rendement maximal η_{max} est obtenu, de même que dans un transformateur (v. § 6-3), lorsque les pertes constantes (P_{magn}, P_{fr}), qui sont presque indépendantes de la charge, sont égales aux pertes variables ($P_{é1}$, $P_{é2}$, P_{sup}) qui croissent avec la charge.

Le moteur est conçu de telle sorte que son rendement maximum ait lieu pour une certaine sous-charge (sur la figure 45-1 pour $P_2/P_{2n} = 0{,}7$). Dans ce cas le rendement reste presque constant lorsque la charge varie de 0,5 à 1,0 de la valeur nominale et, pour les moteurs industriels d'usage général, vaut 0,75 à 0,95.

La vitesse de rotation d'un moteur asynchrone dépend peu de la charge et ne varie que de $n = n_1$ à $n_n = n_1 (1 - s_n)$, c'est-à-dire de quelques pour cent seulement. On dit que ce moteur possède une *caractéristique shunt* $n = f(P_2)$ ou $n = f(M)$.

§ 45-3. Procédés de réglage de la vitesse de rotation

Par réglage de vitesse on entend une variation de la vitesse angulaire Ω du rotor produite par l'action du personnel d'exploitation sur le moteur. On suppose que lors de cette réglage la caractéristique mécanique de la charge entraînée reste sans modification. Puisque la vitesse angulaire $\Omega = \Omega_1 (1 - s)$, on peut la régler par deux procédés possibles: par variation de la vitesse angulaire Ω_1 du champ magnétique tournant et par variation du glissement s.

La modification de la vitesse angulaire $\Omega_1 = 2\pi f_1/p$ peut être obtenue par l'un de trois procédés suivants: 1) par variation de la fréquence f_1 du courant; 2) par modification du nombre de paires de pôles p des enroulements du moteur; 3) par le montage en cascade de deux machines asynchrones.

Quant au glissement s sa variation peut être obtenue par divers procédés qui se répartissent en deux groupes: 1) les procédés pour lesquels la puissance de glissement $sP_{ém}$ se dégage par effet Joule dans le circuit électrique de l'enroulement rotorique (variation de la tension U_1; insertion d'une résistance additionnelle R_2 dans le circuit rotorique; insertion de réactances additionnelles dans le circuit rotorique); 2) les procédés pour lesquels la puissance de glissement $sP_{ém}$ ne se dégage que partiellement sous forme de pertes $m_2I_2^2R_2$ dans les circuits électriques du rotor, sa plus grande partie étant récupérée (introduction d'une f.é.m. de glissement additionnelle dans le circuit rotorique à l'aide de couplages en cascade électriques ou électromécaniques des machines asynchrones).

§ 45-4. Réglage de la vitesse de rotation par variation de la vitesse angulaire du champ tournant

a) Réglage de la vitesse de rotation par variation de la fréquence f_1 du courant.— Ce mode de réglage ne peut être réalisé que dans le cas où le moteur est alimenté depuis une source dont la fréquence est réglable de façon indépendante. On utilise à cette fin des alternateurs synchrones à vitesse réglable et des convertisseurs de fréquence synchrones, asynchrones, ioniques et à semi-conducteurs. Pour assurer au moteur une caractéristique mécanique shunt et une capacité de surcharge suffisante, il est nécessaire d'agir à la fois sur la fréquen-

ce f_1 et sur la tension U_1 de telle sorte que le flux magnétique reste constant $\Phi \sim U_1/f_1$ = constante, ce qui réalise lorsque la fréquence de la tension d'alimentation est de l'ordre de grandeur de sa valeur nominale.

Le réglage de la vitesse de rotation du rotor par variation de la fréquence est utilisé de préférence dans la commande par groupes des moteurs asynchrones à rotor en court-circuit, par exemple pour le réglage de la vitesse des moteurs servant à l'entraînement des rouleaux d'un transporteur. Le réglage de la vitesse par variation de la fréquence permet de faire varier la vitesse dans de larges limites (10 : 1 à 12 : 1), mais le coût des appareils de réglage est dans ce cas assez élevé.

b) Réglage de la vitesse de rotation par modification du nombre *p* de paires de pôles de l'enroulement statorique.— Un tel réglage est utilisé dans des moteurs asynchrones spéciaux qui ont reçu le nom de moteurs à plusieurs polarités ou à plusieurs vitesses. Dans de tels moteurs, le stator comporte soit deux enroulements ordinaires distincts réalisés pour des nombres de pôles différents, soit un enroulement unique commutable dont les parties distinctes sont commutées de manière à modifier le nombre de pôles de l'enroulement. Leur rotor est à enroulement en court-circuit.

Les moteurs électriques à plusieurs vitesses sont utilisés pour l'entraînement des mécanismes à réglage de vitesse par gradins (machines-outils, treuils).

Le schéma de l'enroulement commutable est le plus simple lorsque les nombres de pôles varient dans le rapport de 2:1 (fig. 45-2). Le

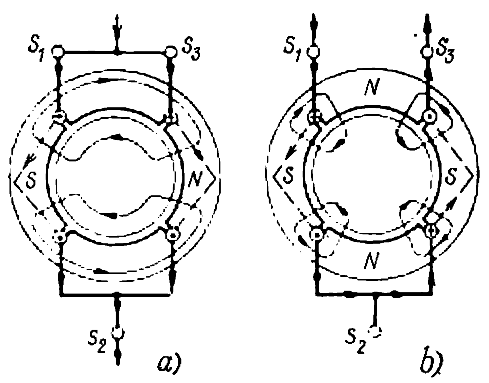


Fig. 45-2. Enroulement commutable sur deux et quatre pôles ($2p_1$ — 2 ; $2p_2 = 4$).

pas de l'enroulement est choisi de telle sorte que pour le plus petit nombre de pôles ($2p_1 = 2$ par exemple) il soit égal à $y = 0{,}5\ \tau_1$. Chaque phase de l'enroulement est fractionnée en deux parties égales (la figure 45-2 ne représente que la phase A). Lorsqu'on utilise l'enroulement ayant le plus petit nombre de pôles ($2p_1$), chaque phase com-

porte deux dérivations et les groupes de bobines voisins des parties de l'enroulement sont parcourus par des courants de sens opposés (fig. 45-2, *a*). Si le moteur est alimenté par l'enroulement ayant le plus grand nombre de pôles ($2p_2 = 4p_1 = 4$ par exemple), chaque phase ne comporte qu'une seule dérivation et les groupes de bobines voisins des parties de l'enroulement sont parcourus par des courants circulant dans le même sens (fig. 45-2, *b*). Les sorties de toutes les trois phases de l'enroulement sont au nombre de six.

Les enroulements symétriques commutables sur trois ou quatre vitesses et même ceux pour deux vitesses mais à rapport des nombres de pôles différent de 2 :1 ou 3 :1 comportent un nombre beaucoup plus grand de sorties et exigent un équipement de contrôle plus complexe.

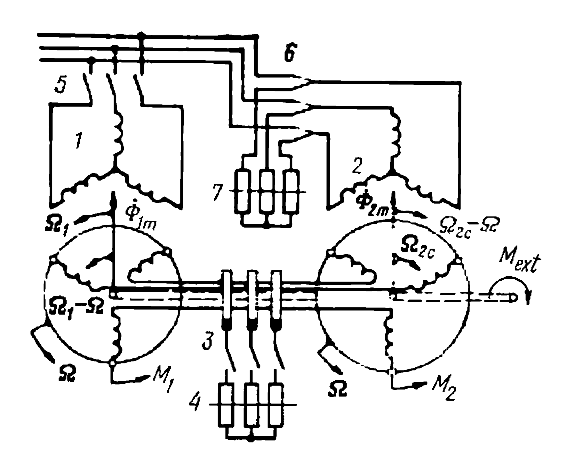


Fig. 45-3. Montage en cascade de deux machines asynchrones.

Bien que les dimensions et le coût d'un moteur à plusieurs vitesses sont plus grands que les dimensions et le coût d'un moteur à vitesse unique de même puissance maximale et de même vitesse maximale, le réglage de la vitesse par modification du nombre de paires de pôles de l'enroulement statorique est utilisé assez largement. En U.R.S.S., les moteurs à plusieurs vitesses sont fabriqués en série comme modifications des exécutions principales de la série unique de moteurs asynchrones.

c) Réglage de la vitesse de rotation par le montage en cascade de deux machines asynchrones.— Le montage en cascade de deux machines asynchrones proposé par Gerges et indépendamment de lui par Steinmetz est représenté schématiquement par la figure 45-3. La cascade est constituée par deux machines asynchrones *1* et *2* à rotor bobiné à enroulements réalisés avec des nombres de pôles différents $2p_1$ et $2p_2$. Les rotors des deux machines sont calés sur le même arbre, les enroulements rotoriques sont reliés entre eux et leurs extrémités aboutissent aux bagues collectrices. Le contacteur *3* permet

de brancher aux bagues le rhéostat de démarrage *4*. Le contacteur *5* sert au branchement de l'enroulement statorique du moteur *1* sur le réseau d'alimentation. Le commutateur *6* permet de brancher l'enroulement statorique du moteur *2* au réseau d'alimentation ou de le fermer sur le rhéostat de démarrage *7*. Le montage schématisé par la figure 45-3 permet d'obtenir trois valeurs différentes de la vitesse de rotation synchrones de l'arbre. Si on alimente le moteur *1* seul, le rhéostat *4* étant mis en court-circuit après le démarrage, l'arbre tourne à la vitesse de synchronisme $\Omega_1 = 2\pi f_1/p_1$. Si c'est le moteur *2* seul qui est branché sur le réseau d'alimentation et le rhéostat *4* est mis en court-circuit après le démarrage, l'arbre tourne à la vitesse de synchronisme $\Omega_2 = 2\pi f_1/p_2$ (on suppose que $M_{ext} = 0$).

Si l'on alimente les deux moteurs couplés en cascade, l'arbre tourne avec une vitesse de synchronisme Ω_{12} différente de Ω_1 et de Ω_2. Dans ces conditions, l'enroulement statorique du moteur *1* est branché sur le réseau d'alimentation: le rhéostat *4* est mis hors circuit; l'enroulement rotorique du moteur *2* est alimenté depuis l'enroulement rotorique du moteur *1*; l'enroulement statorique du moteur *2* qui est (dans la marche en cascade) son enroulement secondaire, est mis en court-circuit ou fermé sur le rhéostat de démarrage *7*.

Soit Ω la vitesse angulaire de l'arbre des machines montées en cascade. Alors le rotor du moteur *1* est le siège d'une f.é.m. induite $E_2 s_1$ de fréquence $f_2 = s_1 f_1$, où $s_1 = (\Omega_1 - \Omega)/\Omega_1$ est le glissement du premier moteur; $\Omega_1 = 2\pi f_1/p_1$ la vitesse angulaire du champ Φ_1 produit par l'enroulement statorique du moteur *1*. La f.é.m. $E_2 s_1$ fait circuler un courant I_2 qui se ferme par l'enroulement rotorique du moteur *2* et engendre un champ magnétique Φ_2 tournant par rapport au rotor du moteur *2* à la vitesse $\Omega_{2c} = 2\pi f_2/p_2 = (\Omega_1 - \Omega)\, p_1/p_2$. Comme la vitesse Ω_{2c} est dirigée dans le sens opposé à la vitesse Ω, le champ Φ_2 tourne par rapport à l'enroulement statorique mis en court-circuit du moteur *2* avec la vitesse $\Omega_{2c} - \Omega = s_2 \Omega_{2c}$, où s_2 est le glissement du second moteur. En rapprochant la dernière équation de l'équation de Ω_{2c}, on trouve pour la vitesse de rotation de l'arbre des machines couplées en cascade l'expression suivante

$$\Omega = \frac{p_1 \Omega_1 (1 - s_2)}{p_2 + p_1 (1 - s_2)} .$$

Si le couple M_{ext} diminue, le glissement s_2 décroît. Pour $M_{ext} = 0$, lorsque les couples M_1 et M_2 s'annulent à la fois, le glissement $s_2 = 0$ et l'arbre tourne à la vitesse de synchronisme $\Omega_{12} = \Omega_{(s_2=0)} = \Omega_1 p_1/(p_1 + p_2) = 2\pi f_1/(p_1 + p_2)$. Dans ces conditions le champ Φ_2 devient immobile par rapport au stator du moteur *2*.

Si on néglige les pertes dans les moteurs, il est facile de trouver la répartition entre les moteurs de la puissance électromagnétique $P_{ém1} = M_1 \Omega_1$ qui est transmise par l'entrefer du stator au rotor du premier moteur [dans ce cas, $s_2 = 0$, $\Omega = \Omega_{12}$ et $s_1 = (\Omega_1 - \Omega_{12})/\Omega_1$]. La fraction de la puissance qui est transformée directement en puissance mécanique développée par le premier moteur est $P_{méc1} =$

$M_1\Omega \approx M_1\Omega_{12} = P_{ém1}\Omega_{12}/\Omega_1$. La partie restante de la puissance, proportionnelle au glissement du moteur *1* et égale à $P_{ém1} - P_{méc1} \approx$ $\approx M_1(\Omega_1 - \Omega_{12}) \approx s_1 P_{ém1}$, est transmise électriquement au rotor du moteur *2* où elle est transformée en puissance mécanique $P_{méc2} \approx$ $\approx M_2\Omega_{12} = s_1 P_{ém1}$.

Le couple moteur de la cascade est $M = M_1 + M_2$ où $M_1 =$ $= P_{ém1}/\Omega_1$ et $M_2 = M_1 s_1/(1 - s_1)$. Du fait que dans le fonctionnement en cascade le réseau doit fournir une puissance réactive nécessaire à la magnétisation des deux moteurs, le facteur de puissance de la cascade a une valeur réduite. En outre, le couplage en série des enroulements des machines conduit à la duplication de l'impédance de court-circuit de la cascade et à une baisse de son couple maximal.

§ 45-5. Réglage de la vitesse de rotation sans récupération de la puissance de glissement

Pour le réglage de la vitesse des moteurs à cage d'écureuil on ne peut utiliser que des procédés liés à la variation de l'amplitude ou de la symétrie de la tension U_1 (pp. « a » et « b »); dans le cas des moteurs à rotor bobiné, on peut également régler la vitesse par insertion de résistances additionnelles dans l'enroulement rotorique (p. « c »). Le réglage de la vitesse de rotation par variation du glissement dans les cas où la puissance de glissement $sP_{ém}$ n'est pas transformée en puissance mécanique mais est dégagée par effet Joule dans le circuit rotorique conduit à une baisse considérable du rendement. Pour des valeurs suffisamment grandes du glissement, les pertes $sP_{ém}$ l'emportent sur les autres pertes dans le moteur de sorte que le rendement devient égal à

$$\eta = \frac{P_{méc}}{P_1} \approx \frac{P_{ém} - sP_{ém}}{P_{ém}} = 1 - s.$$

a) Réglage de la vitesse de rotation par variation de la tension U_1. — Le couple du moteur asynchrone est proportionnel au carré de la tension appliquée : $M \sim U_1^2$ (v. § 43-3). Aussi en faisant varier la tension U_1, peut-on modifier la caractéristique mécanique du moteur, ce qui provoque la variation du glissement si la caractéristique de la charge entraînée $M_{ext} = f(s)$ est conservée. Si M_{ext} = constant le glissement varie approximativement comme l'inverse du carré de la tension $s \sim 1/U_1^2$ (fig. 45-4); aux tensions U_{1n}, 0,85 U_{1n} et 0,7 U_{1n} correspondent les glissements s_1, s_2 et s_3.

Les inconvénients du réglage de la vitesse par variation de la tension U_1 sont les suivants: réduction de la capacité de surcharge du moteur; plage de réglage minime: de $s = 0$ à $s = s_m$; augmentation des pertes dans l'enroulement rotorique $P_{él2} = sP_{ém} = sM\Omega_1$. Le réglage de la vitesse par variation de la tension appliquée est utilisé surtout pour les moteurs peu puissants à valeur élevée du glissement critique s_m.

b) Réglage de la vitesse de rotation par emploi d'une tension primaire dissymétrique.— Lorsque l'enroulement statorique est alimenté sous une tension dissymétrique, le champ magnétique du moteur peut être représenté par la somme de deux champs tournant avec la même vitesse mais dans les sens opposés et ayant dans le cas général des amplitudes différentes. Le couple résultant du moteur est déterminé par la différence des couples dus aux champs direct et inverse. Les caractéristiques mécaniques d'un moteur triphasé alimenté sous une tension dissymétrique se situent dans la région

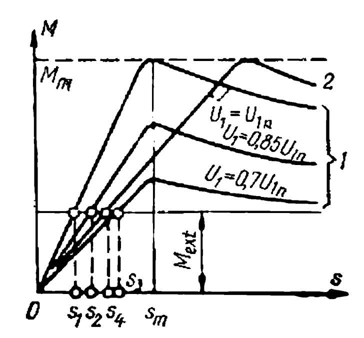


Fig. 45-4. Caractéristiques mecaniques en cas de réglage de la vitesse de rotation du rotor:

1, pour différentes tensions U_1; *2*, par introduction d'une résistance additionnelle dans le circuit de l'enroulement rotorique.

Fig. 45-5. Réglage de la vitesse de rotation d'un moteur asynchrone triphasé par emploi d'une tension primaire dissymétrique:

1, caractéristique mécanique du moteur alimenté sous des tensions équilibrées; *2*, caractéristique mécanique du moteur alimenté en monophasé.

comprise entre la caractéristique normale correspondant à l'alimentation sous une tension symétrique et la caractéristique de la marche en monophasé (fig. 45-5). Une variation du rapport entre les tensions directe et inverse provoque une variation de la caractéristique et donc du glissement du moteur.

c) Réglage de la vitesse de rotation par variation de la résistance de l'enroulement rotorique.— Lorsque la résistance effective R_2 du circuit de l'enroulement rotorique augmente, la caractéristique mécanique du moteur se modifie: le glissement critique s_m augmente (v. § 43-3). Le couple maximal M_m reste dans ce cas inchangé, de sorte que la caractéristique se rapproche de la caractéristique série. La figure 45-4 montre comment l'insertion d'une résistance additionnelle R_Δ dans le circuit de l'enroulement rotorique fait varier la caractéristique mécanique (courbe *2*), ce qui conduit, lorsque le couple $M =$ constant, à une augmentation du glissement de s_1 à s_4. Dans ce mode de réglage de la vitesse les pertes $sP_{ém}$ dans le circuit de l'enroulement rotorique se répartissent entre le moteur lui-même et le rhéostat de réglage proportionnellement à leurs résistances et pour de fortes valeurs du glissement, quand $R_2 \approx R_\Delta$, elles se

dégagent principalement dans le rhéostat (la puissance dissipée dans le rhéostat est égale à $sP_{\text{ém}}R_\Delta/R_2$). Dans le cas où le réglage est effectué à M = constant et I_2 = constant, les pertes dans l'enroulement rotorique lui-même du moteur restent constantes.

§ 45-6. Réglage de la vitesse de rotation avec récupération de la puissance de glissement

Ce procédé consiste à introduire dans le circuit rotorique, à l'aide des bagues, une f.é.m. additionnelle E_Δ de même fréquence $f_2 = sf_1$ que celle de la f.é.m. dynamique sE_2 dans le rotor du moteur. Comme source de la f.é.m. E_Δ on peut utiliser un convertisseur de fréquence tournant ou statique (v. § 68-4). Dans le cas général, la f.é.m. $\dot{E}_\Delta$ peut être orientée arbitrairement par rapport à la f.é.m. $\dot{E}_2$ et représentée par la somme de deux composantes $\dot{E}_\Delta = \dot{E}'_\Delta + \dot{E}''_\Delta = k'_\Delta \dot{E}_2 + jk''_\Delta \dot{E}_2$. Les modules des coefficients complexes k'_Δ et jk''_Δ traduisent les valeurs relatives des f.é.m. E'_Δ et E''_Δ; les arguments de ces coefficients déterminent le déphasage des f.é.m. E'_Δ et E''_Δ par rapport à la f.é.m. $\dot{E}_2$. L'introduction dans le circuit rotorique d'une f.é.m. $\dot{E}_\Delta = \dot{E}'_\Delta = k'_\Delta \dot{E}_2$, qui est en phase avec la f.é.m. $\dot{E}_2$ pour $k'_\Delta > 0$ et en opposition de phase pour $k'_\Delta < 0$, permet d'obtenir un réglage économique (sans fortes pertes) et continu de la vitesse dans des limites assez larges des deux côtés de la vitesse de synchronisme. Supposons qu'avant l'introduction de la f.é.m. $\dot{E}_\Delta$ dans le circuit rotorique le glissement était $s_1 > 0$ et la f.é.m. induite dans l'enroulement rotorique était $s_1\dot{E}_2$ (fig. 45-6, *a*). En admettant, pour simplifier le calcul, que les glissements sont faibles et $R_2 \gg sX_2$, on peut poser

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2} \approx R_2; \quad \operatorname{tg}\beta_2 = \frac{sX_2}{R_2} \approx 0; \quad \cos\beta_2 = 1;$$

$$I_2 = \frac{s_1E_2}{Z_2} = \frac{s_1E_2}{R_2}$$

et exprimer le couple électromagnétique au régime initial à l'aide de (42-9)

$$M_1 = \frac{pm_2w_2k_{e2}\Phi_m}{\sqrt{2}} I_2 \cos\beta_2 = C_m\Phi_m \frac{s_1 E_2}{R_2} = C_m\Phi_m I_2 = M_{\text{ext}}.$$

Après l'introduction de la f.é.m. additionnelle E_Δ le couple électromagnétique s'exprime par la f.é.m. résultante $s_2\dot{E}_2 + \dot{E}_\Delta = \dot{E}_2(s_2 + k'_\Delta)$ à l'aide de la formule $M_2 = C_m\Phi_m \frac{E_2(s_2 + k'_\Delta)}{R_2} = C_m\Phi_m I_2$ et, si le couple résistant M_{ext} reste inchangé, il en est

de même pour le couple électromagnétique $M_2 = M_1 = M_{ext}$. Dans ce cas le courant I_2 reste lui aussi inchangé, de sorte que le glissement prend une nouvelle valeur $s_2 = s_1 - k'_\Delta$. Si $s_1 > k'_\Delta > 0$, le nouveau glissement $0 < s_2 < s_1$; pour $k'_\Delta > s_1 > 0$ le glissement devient négatif $s_2 < 0$ (fig. 45-6, *b*). Par contre, pour $k'_\Delta < 0$ le glissement augmente: $s_2 > s_1 > 0$ (fig. 45-6, *c*).

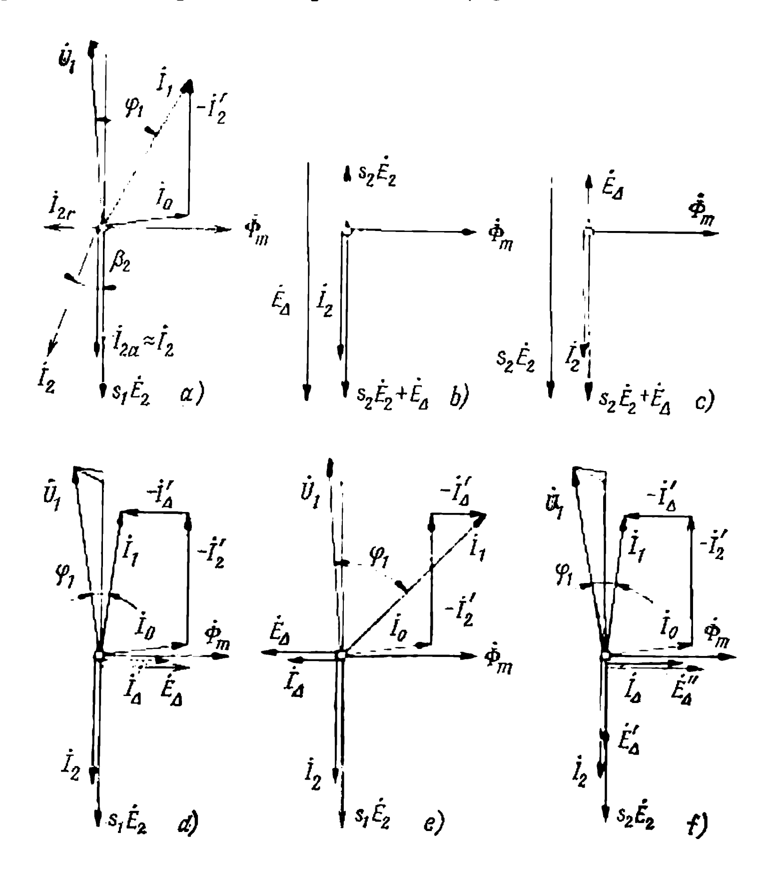


Fig. 45-6. Influence d'une f.é.m. additionnelle introduite dans le circuit du rotor sur le glissement et les composantes réactives des courants.

L'introduction dans le circuit rotorique d'une f.é.m. $\dot{E}_\Delta = \dot{E}''_\Delta = jk''_\Delta \dot{E}_2$ déphasée de $\pm\pi/2$ par rapport à la f.é.m. $\dot{E}_2$ provoque l'apparition d'un courant réactif additionnel dont la valeur peut être trouvée dans les mêmes hypothèses:

$$\dot{I}_\Delta \approx \frac{\dot{E}_\Delta}{R_2} = jk''_\Delta \frac{\dot{E}_2}{R_2}.$$

Quand $k''_\Delta > 0$, le courant $\dot{I}_\Delta$ avance de $\pi/2$ sur la f.é.m. $\dot{E}_2$ et concourt à la production du flux magnétique Φ en constituant une partie du courant magnétisant $\dot{I}_0$. Il en résulte une diminution de la composante réactive du courant $\dot{I}_1$ et de l'angle φ_1 (fig. 45-6, *d*). Au contraire, si $k''_\Delta < 0$, le courant $\dot{I}_\Delta$ est en retard sur la f.é.m. $\dot{E}_2$, ce qui conduit à une augmentation de la composante réactive du courant $\dot{I}_1$ et de l'angle φ_1 (fig. 45-6, *e*). Si pour $k''_\Delta > 0$ le courant $\dot{I}'_\Delta = \dot{I}_0$, le champ tournant est produit uniquement par le courant $\dot{I}_\Delta$ circulant dans l'enroulement rotorique, alors que le courant magnétisant dans l'enroulement statorique s'annule. Il est à remarquer que la puissance réactive nécessaire à la production du champ de la part du rotor $P_{2r} = m_1 I'_\Delta E'_2 s = m_1 I_0 E_1 s$ est, pour $s < 1$, inférieure à la puissance réactive qu'on doit mettre en jeu pour produire le champ de la part du stator: $P_{2r} \ll P_{1r} = m_1 I_0 E_1$. De ce fait, l'excitation de la machine de la part du rotor exige des sources de puissance réactive moins puissantes que l'excitation de la part du stator.

Si la f.é.m. $\dot{E}_\Delta$ comporte les deux composantes $\dot{E}'_\Delta = k'_\Delta \dot{E}_2$ et $\dot{E}''_\Delta = jk''_\Delta \dot{E}_2$, celles-ci agissent, avec des hypothèses admises, indépendamment l'une de l'autre : à couple constant, la composante $\dot{E}'_\Delta$ fait varier le glissement et la composante $\dot{E}''_\Delta$ fait varier l'angle φ_1. Le diagramme correspondant à l'introduction d'une telle f.é.m. $\dot{E}_\Delta$ est montré pour le cas de $s_1 > k'_\Delta > 0$ et $k''_\Delta > 0$ sur la figure 45-6, *f*.

Si l'introduction d'une f.é.m. additionnelle s'accompagne d'une variation considérable de la vitesse de rotation et l'hypothèse que $R_2 \gg sX_2$ ne peut pas être admise, le courant rotorique au régime initial et ses composantes active et réactive par rapport à la f.é.m. ont pour valeurs

$$\dot{I}_{21} = \frac{\dot{E}_2 s_1}{R_2 + jX_2 s_1}; \quad \dot{I}_{21a} = \frac{\dot{E}_2 s_1 R_2}{R_2^2 + s_1^2 X_2^2};$$

$$\dot{I}_{21r} = -\frac{j\dot{E}_2 s_1^2 X_2}{R_2^2 + s_1^2 X_2^2}.$$

Après l'introduction d'une f.é.m. $\dot{E}_\Delta = \dot{E}_2 (k'_\Delta + jk''_\Delta)$ les mêmes grandeurs prennent les valeurs suivantes:

$$\dot{I}_{22} = \dot{E}_2 [(s_2 + k'_\Delta) + jk''_\Delta] / (R_2 + jX_2 s_2);$$

$$\dot{I}_{22a} = \dot{E}_2 [(s_2 + k'_\Delta) R_2 + k''_\Delta X_2 s_2] / (R_2^2 + s_2^2 X_2^2);$$

$$\dot{I}_{22r} = j\dot{E}_2 [k''_\Delta R_2 - (s + k'_\Delta) X_2 s_2] / (R_2^2 + s_2^2 X_2^2).$$

En supposant, de même que dans une analyse approchée, que le couple extérieur M_{ext} et les couples électromagnétiques restent sans

modification : M_{ext} $M_1 = C_m\Phi_m I_{21a} = M_2 = C_m\Phi_m I_{22a}$, on constate que les composantes actives du courant restent elles aussi inchangées $I_{21a} = I_{22a}$. En exprimant les courants par les glissements s_1 et s_2 et en résolvant l'équation obtenue $a_\Delta s_2^2 - b_\Delta s_2 + c_\Delta = 0$, on trouve

$$s_2 = \frac{+b_\Delta \pm \sqrt{b_\Delta^2 - 4a_\Delta c_\Delta}}{2a_\Delta},$$

où

$$a_\Delta = s_1 \operatorname{tg}^2 \beta_2 ; \quad \operatorname{tg} \beta_2 = X_2/R_2 ;$$

$$b_\Delta = (1 + k''_\Delta \operatorname{tg} \beta_2)(1 + s_1^2 \operatorname{tg}^2 \beta_2) ; \quad c_\Delta = s_1 - k'_\Delta (1 + s_1^2 \operatorname{tg}^2 \beta_2).$$

Pour $X_2 \ll R_2$ et $\operatorname{tg} \beta_2 = 0$, lorsque $a_\Delta = 0$; $b_\Delta = 1$; $c_\Delta = s_1 - k'_\Delta$, la formule donnant le glissement s_2 coïncide avec la formule approchée.

Dans le cas général le glissement s_2 dépend non seulement de la composante active de la f.é.m. additionnelle $\dot{E}'_\Delta = k'_\Delta \dot{E}_2$ mais aussi de sa composante réactive $\dot{E}''_\Delta = jk''_\Delta \dot{E}_2$ (quoique dans une mesure moindre). La composante réactive additionnelle du courant $\dot{I}_\Delta = \dot{I}_{22r} - \dot{I}_{21r}$ qui en résulte dépend finalement elle aussi des deux composantes $\dot{E}''_\Delta$ et $\dot{E}'_\Delta$ (quoique dans une mesure moindre de la dernière que de la première).

CHAPITRE 46

RÉGIMES DÉSÉQUILIBRÉS DE FONCTIONNEMENT DES MACHINES ASYNCHRONES

§ 46-1. Fonctionnement de la machine asynchrone en cas de déséquilibre des tensions primaires

Un régime de fonctionnement est dit déséquilibré si les courants parcourant les phases du stator ou du rotor de la machine asynchrone sont différents. Dans le cas des enroulements polyphasés symétriques au stator et au rotor, les écarts entre les courants apparaissent par suite d'un déséquilibre des tensions primaires du réseau qui alimente la machine ou par suite d'un déséquilibre des impédances sur lesquelles est fermé l'enroulement rotorique. Examinons d'abord le fonctionnement de la machine asynchrone alimentée par un système déséquilibré de tensions primaires en utilisant à cet effet la méthode des composantes symétriques.

Si les points neutres de l'enroulement statorique couplé en étoile sont isolés, les courants et les tensions ne comportent pas de composantes homopolaires de sorte que le système déséquilibré de tensions primaires ($\dot{U}_{A1}$, $\dot{U}_{B1}$, $\dot{U}_{C1}$) peut être représenté par la somme des composantes directes ($\dot{U}_{A11}$, $\dot{U}_{B11}$, $\dot{U}_{C11}$) et inverses ($\dot{U}_{A12}$, $\dot{U}_{B12}$, $\dot{U}_{C12}$) qui ont pour expressions

$$\dot{U}_{A11}=\dot{U}_{11}=(\dot{U}_{A1}+\dot{U}_{B1}\underline{a}+\dot{U}_{C1}\underline{a}^2)/3;$$

$$\dot{U}_{A12}=\dot{U}_{12}=(\dot{U}_{A1}+\dot{U}_{B1}\underline{a}^2+\dot{U}_{C1}\underline{a})/3, \text{ où } a=e^{j2\pi/3}.$$

Les courants dans l'enroulement statorique de la machine peuvent être représentés par la somme des courants directs ($\dot{I}_{A11}=\dot{I}_{11}$, $\dot{I}_{B11}$, $\dot{I}_{C11}$) et inverses ($\dot{I}_{A12}=\dot{I}_{12}$, $\dot{I}_{B12}$, $\dot{I}_{C12}$) dus respectivement aux systèmes équilibrés de tensions directes et inverses.

Le courant direct $\dot{I}_{11}$ dans la phase principale du stator (phase A) peut être déterminé à l'aide du schéma équivalent ordinaire de la machine asynchrone (v. § 42-4) qui est reproduit sur la figure 46-1, *a* avec des désignations adoptées pour les grandeurs directes. Le glissement du rotor par rapport au champ direct a pour expression

$$s_1=(\Omega_1-\Omega)/\Omega_1,$$

où Ω_1 est la vitesse angulaire du champ direct;
Ω, la vitesse angulaire du rotor.

Le courant direct est donc égal à $\dot{I}_{11}=\dot{U}_{11}/\underline{Z}_{11}$, où $\underline{Z}_{11}=(R_1+jX_1)+(\underline{Z}_0^{-1}+\underline{Z}_{21}^{-1})^{-1}$ est l'impédance qu'une phase de l'enroulement statorique offre aux courants directs (fig. 46-1, *a*), $\underline{Z}_{21}=R_2'/s+jX_2'$ l'impédance offerte aux courants directs par le rotor équivalent calé.

Pour déterminer le courant inverse $\dot{I}_{12}$ dans la phase principale du stator, on a recours au schéma équivalent qui est représenté par la figure 46-1, *b* et ne diffère du schéma équivalent pour le courant direct qu'en ce qu'il doit faire

intervenir le glissement par rapport au champ inverse $s_2 = (-\Omega_1 - \Omega)/(-\Omega_1) = 2 - s$, où $(-\Omega_1)$ est la vitesse angulaire du champ inverse; $\Omega = \Omega_1 (1 - s)$ la vitesse angulaire du rotor exprimée par le glissement par rapport au champ direct. Par suite, le courant inverse est égal à $\dot{I}_{12} = \dot{U}_{12}/\underline{Z}_{12}$, où $\underline{Z}_{12} = (R_1 + jX_1) + (\underline{Z}_0^{-1} + \underline{Z}_{22}^{-1})^{-1}$ est l'impédance qu'une phase de l'enroulement statorique offre aux courants inverses (fig. 46-1, *b*), $\underline{Z}_{22} = R_2'/(2 - s) + jX_2'$ est l'impédance offerte aux courants inverses par le rotor équivalent calé.

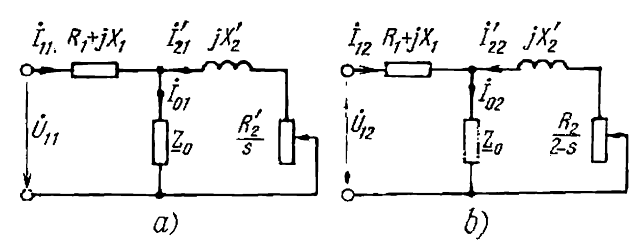


Fig. 46-1. Schéma électrique équivalent de la machine asynchrone pour les tensions directes (*a*) et inverses (*b*).

Lors du calcul de la résistance R_2' et de la réactance X_2' que le rotor présente aux courants inverses, on doit avoir en vue le fait que la fréquence de ces courants $f_{22} = (2 - s) f_1$ est beaucoup plus élevée que la fréquence $f_{21} = sf_1$ des courants directs dans le rotor et donc tenir compte du phénomène d'inégale répartition du courant dans les conducteurs de l'enroulement rotorique (§ 44-3).

En se servant des schémas équivalents de la figure 46-1, on peut calculer les courants direct et inverse $\dot{I}_{11}$ et $\dot{I}_{12}$ de la phase *A* et donc les courants totaux de chacune des phases du stator:

$$\dot{I}_{A1} = \dot{I}_{11} + \dot{I}_{12};$$

$$\dot{I}_{B1} = \dot{I}_{11}\underline{a}^2 + \dot{I}_{12}\underline{a};$$

$$\dot{I}_{C1} = \dot{I}_{11}\underline{a} + \dot{I}_{12}\underline{a}^2.$$

Le déséquilibre des courants est lié à l'adjonction du courant inverse. On peut juger du degré de déséquilibre des courants par la valeur du rapport I_{12}/I_{11}. Pour un déséquilibre peu important des tensions lorsque $\frac{U_{12}}{U_{11}} \ll 1$, pour la valeur nominale de la tension directe $U_{11} = U_{1n}$ et pour un faible glissement $|s| \ll 1$, qui est caractéristique du régime nominal de fonctionnement en moteur ou en générateur, le déséquilibre des courants I_{12}/I_{11} peut être facilement exprimé par le déséquilibre des tensions U_{12}/U_{11}. Dans ces conditions, la machine fonctionne en frein par rapport au champ inverse car le glissement du rotor par rapport à ce champ vaut $s_2 = 2 - s \approx 2$ et se situe dans la gamme $1 < s_2 < 2$. Pour $s_2 \approx 2$ le schéma équivalent de la figure 46-1, *b* peut être simplifié de la même manière que pour la marche en court-circuit quand $s = 1$. Comme $|R_2'/2 + jX_2'| \ll |Z_0|$, les composantes de l'impédance $\underline{Z}_{12} = R_{12} + jX_{12}$ du schéma équivalent pour le courant inverse s'expriment par

$$X_{12} \approx X_1 + X_2' \approx X_{cc};$$

$$R_{12} = R_1 + R_2'/s < R_{cc} \ll X_{cc}.$$

Compte tenu de ces remarques, le courant inverse pour $s \approx 2$ devient égal à

$$I_{12} = U_{12}/\sqrt{R_{12}^2 + X_{12}^2} \approx U_{12}/X_{cc}.$$

Les réactances $X_{12} \approx X_{cc}$ étant petites, le courant I_{12} peut prendre une valeur assez élevée même dans le cas où la tension inverse U_{12} est relativement faible.

L'impédance étant beaucoup plus grande pour les courants directs que pour les courants inverses ($|\underline{Z}_{11}| \gg |\underline{Z}_{12}|$), le déséquilibre des courants I_{12}/I_{11} est plusieurs fois celui des tensions U_{12}/U_{11}. Par exemple, au régime nominal pour les grandeurs directes, c'est-à-dire pour $s = s_n$, $U_{11} = U_{1n}$, $I_{11} = I_{1n} = U_{1n}/|\underline{Z}_{11n}|$, le déséquilibre des courants a pour valeur

$$\frac{I_{12}}{I_{11}} = \frac{U_{12}}{|\underline{Z}_{12}|}\frac{|\underline{Z}_{11n}|}{U_{11}} \approx \frac{U_{12}|\underline{Z}_{11n}|}{U_{11}X_{cc}} = \frac{U_{12}}{U_{11}X_{*cc}},$$

où $X_{*cc} = X_{cc}|\underline{Z}_{11n}| = X_{cc}I_{1n}/U_{1n}$ est l'inductance de court-circuit en unités relatives. Ainsi, le déséquilibre des courants est d'environ $1/X_{cc}$ fois plus grand que celui des tensions (pour la valeur de $X_{*cc} = 0{,}2$, qui se rencontre généralement, de 5 fois environ).

Ceci explique les hautes qualités d'équilibre des tensions que l'on demande aux réseaux destinés à alimenter les machines asynchrones. Si, en partant des conditions d'échauffement de la phase la plus chargée, on admet pour la distorsion du courant $I_{12}/I_{11} = 0{,}2$ (dans ce cas le courant d'une des phases peut valoir en unités relatives 1,2 et les pertes 1,44), le déséquilibre admissible des tensions ne sera égal qu'à

$$\frac{U_{12}}{U_{11}} = \left(\frac{I_{12}}{I_{11}}\right) X_{*cc} = 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04.$$

Le couple moteur M en cas de déséquilibre des tensions est la somme du couple M_1 lié à la tension directe et du couple M_2 lié à la tension inverse:

$$M = M_1 + M_2,$$

où

$$M_1 = \frac{m_1 U_{11}^2 R_2'}{s\Omega_1\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + X_{cc}^2\right]};$$

$$M_2 = \frac{m_1 U_{12}^2 R_2'}{(s-2)\,\Omega_1\left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{2-s}\right)^2 + X_{cc}^2\right]}.$$

Dans la marche en moteur, lorsque $0 < s < 1$, on a $M_1 > 0$ et $M_2 < 0$. Pour maintenir le même moment résultant dans le cas des tensions déséquilibrées, il faut augmenter le couple M_1 de la valeur du couple M_2, ce qui entraîne une croissance du glissement s $\left(\text{de } \frac{M_1}{M_1 - |M_2|} \text{ fois environ}\right)$ ainsi que des pertes supplémentaires, un échauffement additionnel de la machine et une réduction de son rendement.

§ 46-2. Fonctionnement de la machine asynchrone en cas de déséquilibre des impédances des phases de l'enroulement rotorique

Un déséquilibre des impédances des phases d'un enroulement symétrique du rotor se rencontre aux divers régimes d'utilisation de la machine. Dans les moteurs asynchrones à bagues un tel déséquilibre peut être provoqué par une différence entre les résistances du rhéostat du démarrage. Dans les moteurs à rotor en court-circuit il peut avoir pour cause des défauts d'ordre technologique de l'enroulement en court-circuit coulé en aluminium, tels par exemple

qu'une réduction de la section de certaines barres par suite d'une mauvaise coulée ou même la rupture de quelques barres.

Les effets liés au déséquilibre du rotor sont surtout importants en cas de la coupure de l'une des phases (par exemple, de la phase c) de l'enroulement rotorique triphasé lorsqu'il est couplé en étoile. Dans un tel cas, les deux phases restantes (phases a et b) parcourues par un courant commun $\dot{I}_{a2} = -\dot{I}_{b2}$ constituent en fait un enroulement monophasé (fig. 46-2, a).

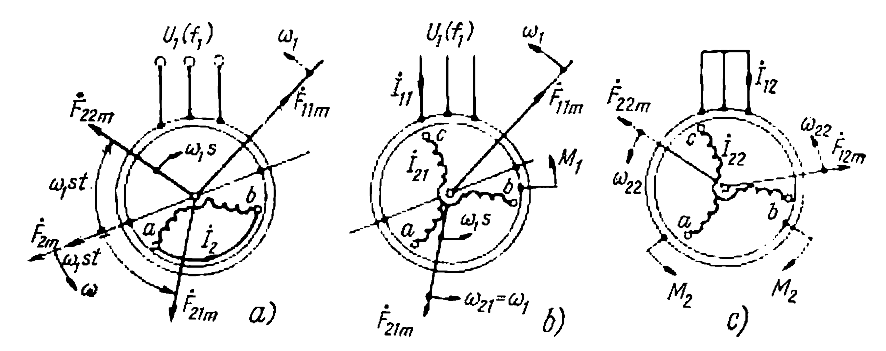


Fig. 46-2. Diagrammes des f.m.m. en cas de coupure d'une phase du rotor: a) f.m.m. pulsatoire du rotor et sa décomposition en ondes directe et inverse; b) f.m.m. du stator et du rotor produisant le champ direct; c) f.m.m. du stator et du rotor produisant le champ inverse.

Le courant $\dot{I}_{a2}$ circulant dans cet enroulement produit une f.m.m. pulsatoire $\dot{F}_2$. L'axe de cette f.m.m. est orienté par rapport à l'enroulement comme il est indiqué sur la figure et tourne à la vitesse angulaire du rotor $\omega = \omega_1 (1 - s)$. La fréquence d'ondulation de la f.m.m. $\dot{F}_2$ est celle du courant $\dot{I}_{a2}$ et égale à $f_2 = sf_1$, f_1 étant la fréquence du réseau auquel est branché l'enroulement statorique.

Pour analyser les phénomènes qui interviennent en cas de coupure de la phase c, appliquons la méthode des composantes symétriques. Comme le point neutre de l'enroulement rotorique n'est pas sorti, le courant homopolaire est inexistant: $\dot{I}_{20} = 0$. La phase coupée (phase c) ne peut être parcourue par aucun courant: $\dot{I}_{c2} = \dot{I}_{c21} + \dot{I}_{c22} = 0$, d'où nous concluons que dans cette phase les courants direct et inverse sont égaux en valeur absolue et de signes contraires, c'est-à-dire que $\dot{I}_{c21} = -\dot{I}_{c22}$, où $\dot{I}_{c21} = \dot{I}_{21}$ est le courant direct dans l'enroulement triphasé rotorique et $\dot{I}_{c22} = \dot{I}_{22}$ le courant inverse de cet enroulement.

Les courants parcourant les phases a et b s'expriment par les courants directs et inverses:

$$\dot{I}_{a2} = \dot{I}_{a22} + \dot{I}_{a21} = +\underline{a}\dot{I}_{22} + \underline{a}^2\dot{I}_{21} = \dot{I}_{21} \sqrt{3}\, e^{-j\pi/2};$$

$$\dot{I}_{b2} = \dot{I}_{b22} + \dot{I}_{b21} = \underline{a}^2\dot{I}_{22} + \underline{a}\dot{I}_{21} = -\dot{I}_{21} \sqrt{3}\, e^{-j\pi/2}.$$

On voit qu'ils sont égaux et de signes contraires (pour sens positif du courant on prend le sens de la sortie à l'entrée de la phase): $\dot{I}_2 = \dot{I}_{a2} = -\dot{I}_{b2}$.

La f.m.m. pulsatoire $\dot{F}_2$ du rotor peut être considérée comme la somme de deux f.m.m. tournantes: $\dot{F}_{21m}$ produite par les courants directs $\dot{I}_{21}$ et se déplaçant par rapport au rotor avec la vitesse angulaire $\omega_1 s$ dans le sens de sa rotation

et $\dot{F}_{22m}$ engendrée par les courants inverses et se déplaçant par rapport au rotor avec la vitesse angulaire $\omega_1 s$ dans le sens opposé à sa rotation.

Le champ magnétique qui règne dans la machine peut être considéré comme la somme des champs dus respectivement aux courants directs et aux courants inverses circulant dans l'enroulement rotorique. Le champ magnétique synchrone, tournant à la vitesse de synchronisme ω_1, résulte de l'action conjuguée de deux f.m.m.: de la f.m.m. $\dot{F}_{11m}$ du stator produite par les courants $\dot{I}_{11}$ dans l'enroulement statorique dont la fréquence est égale à la fréquence f_1 du réseau et de la f.m.m. $\dot{F}_{21m}$ engendrée par les courants directs dans le rotor et tournant par rapport au rotor à la vitesse $\omega_{21} = \omega + \omega_1 s = \omega_1$.

La production du champ magnétique synchrone est illustrée à la figure 46-2, *b*. Quel que soit le glissement, la f.m.m. résultante $\dot{F}_{11m} + \dot{F}_{21m}$ a une valeur telle que le flux produit correspond à la tension U_1 du réseau. De l'interaction de ce champ et des courants $\dot{I}_{21}$ résulte un couple électromagnétique M_1 qui s'exerce sur le rotor et est dirigé pour $s > 0$ (marche en moteur) dans le sens de rotation du rotor. La force magnétomotrice $\dot{F}_{22m}$ du rotor produite par les courants $\dot{I}_{22}$ tourne par rapport au stator à la vitesse angulaire $\omega_{22} = \omega - \omega_1 s = (1 - 2s)\,\omega_1$ (les vitesses par rapport au stator sont montrées sur la figure 46-2 sur le fond du stator et celles par rapport au rotor sur le fond du rotor).

Le champ dû à cette f.m.m. induit dans l'enroulement statorique des f.é.m. de fréquence $f_{22} = \omega_{22}/2\pi = f_1\,(1 - 2s)$ par rapport auxquelles l'enroulement statorique peut être considéré comme étant fermé sur des résistances infiniment petites du réseau. Par suite, les courants $\dot{I}_{22}$ circulant dans l'enroulement rotorique, qui est pour ces courants l'enroulement primaire, induiront dans l'enroulement statorique, qui est l'enroulement secondaire fermé sur le réseau, des courants $\dot{I}_{12}$ de fréquence f_{22}. Ces courants produiront une f.m.m. $\dot{F}_{12m}$ concourant à la production d'un champ magnétique tournant à la vitesse angulaire ω_{22}.

La réalisation du champ inverse tournant à la vitesse angulaire ω_{22} est montrée sur la figure 46-2, *c*. L'interaction de ce champ avec les courants $\dot{I}_{12}$ a pour résultat de produire un couple M_2 s'exerçant sur le stator dans le sens de la $\dot{F}_{22m}$; le rotor est soumis au couple M_2 dirigé dans le sens opposé.

L'influence du couple M_2 peut se manifester différemment selon la valeur du glissement. Pour $1 \geqslant s > 0{,}5$, la f.m.m. $\dot{F}_{22m}$ tourne dans le sens négatif ($\omega_{22} < 0$) et le couple M_2 agit sur le rotor dans le sens de la rotation de la même façon que le couple M_1. Lorsque $0{,}5 > s > 0$, la f.m.m. $\dot{F}_{22m}$ tourne dans le sens positif ($\omega_{22} > 0$) et le couple M_2 agit sur le rotor dans le sens opposé à la rotation. Pour $s = 0{,}5$, la f.m.m. $\dot{F}_{22m}$ est immobile par rapport au stator. Le glissement de l'enroulement statorique par rapport à cette f.m.m. devient nul de sorte que les courants $\dot{I}_{12}$ disparaissent dans l'enroulement statorique ($\dot{I}_{12} = 0$). Pour les courants inverses $\dot{I}_{22}$ dans le rotor ce régime peut être considéré comme une marche à vide théorique. La réaction de la part de l'enroulement statorique étant nulle, les courants I_{22} coïncident avec le courant magnétisant I_{220} nécessaire à la production du champ magnétique inverse et prennent leur valeur minimale possible. Les courants directs égaux aux courants inverses $I_{21} = I_{22} = I_{220}$ deviennent eux aussi très petits lorsque $s = 0{,}5$.

Pour $s = 0$ on a le fonctionnement à vide pour le champ synchrone et les courants I_{11} dans l'enroulement statorique, le rotor devient immobile par rapport au champ synchrone, aucun courant n'y est induit: $I_{21} = I_{22} = 0$ et $I_{11} = I_{110}$.

Les abaissements indiqués des courants I_{21} et I_{22} pour $s = 0$ et $s = 0,5$ provoquent des diminutions correspondantes des couples M_1 et M_2 et donc du couple électromagnétique résultant $M = M_1 + M_2$ lorsque le glissement prend ces deux valeurs. Comme le montre la figure 46-3, pour $s = 0,5$, c'est-à-dire pour une vitesse angulaire égale à la moitié de celle de synchronisme $\omega = \omega_1 (1 - s) = 0,5\omega_1$, le couple résultant peut devenir négatif. C'est pourquoi, lors du démarrage d'un moteur dont l'une des phases rotoriques est coupée, on constate que le moteur cesse de prendre de la vitesse dès qu'il atteint la vitesse égale à la moitié de celle de synchronisme. Le fonctionnement en charge d'un moteur comportant une phase rotorique coupée se caractérise par une brusque réduction du facteur de puissance et du rendement ainsi que par une brusque augmentation des courants statorique et rotorique, de sorte que son service continu n'est généralement possible que pour un couple résistant inférieur à la moitié de sa valeur normale $M_{ext} \leqslant 0,5 M_n$.

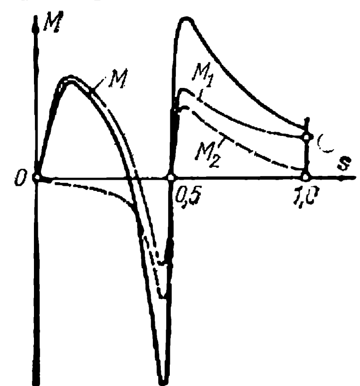


Fig. 46-3. Caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone en cas de coupure d'une phase du rotor.

La coupure d'une phase du rotor se manifeste aussi par des battements des courants statoriques dont la fréquence $f = f_1 - f_{22} = 2f_1 s$ est égale à la différence des fréquences des composantes I_{11} et I_{12} du courant statorique.

La déformation de la caractéristique mécanique en cas de coupure d'une phase rotorique a été décrite pour la première fois par Gerges et est connue sous le nom d'*effet de couplage uniaxial*. Lorsque la résistance effective des phases du rotor augmente, la déformation de la caractéristique mécanique diminue.

CHAPITRE 47

MOTEURS ASYNCHRONES MONOPHASÉS

§ 47-1. Domaines d'emploi, constitution et principe de fonctionnement des moteurs asynchrones monophasés

A tous égards techniques et économiques les moteurs asynchrones monophasés sont inférieurs aux moteurs triphasés et ne sont utilisés que dans les cas où le courant électrique est disponible seulement en monophasé (principalement dans divers appareils électrodomestiques, par exemple, dans les réfrigérateurs, les machines à laver le linge, les ventilateurs, etc., employés dans la vie courante et dans de petites entreprises installées dans les maisons d'habitation).

L'enroulement primaire d'un tel moteur, logé dans les encoches du stator, est monophasé. D'après la constitution du rotor le moteur

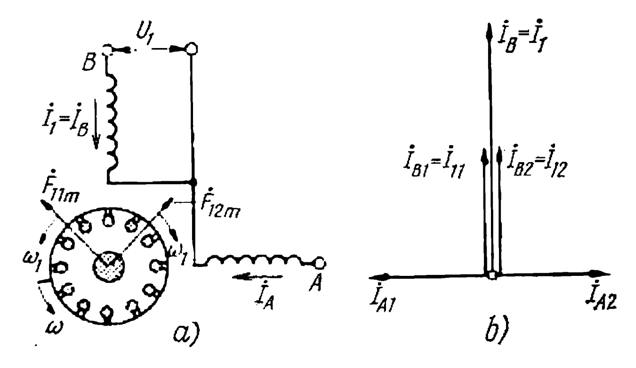


Fig. 47-1. Schéma d'un moteur monophasé obtenu à partir d'un moteur diphasé par débranchement d'une phase.

monophasé ne diffère nullement du moteur asynchrone triphasé à enroulement secondaire du type à cage d'écureuil. L'enroulement primaire du moteur monophasé peut être considéré comme un enroulement diphasé dont l'une des phases, par exemple la phase A, est mise hors circuit (fig. 47-1, *a*). Un tel enroulement monophasé constitué par la phase B restante de l'enroulement diphasé occupe 1/2 du pas polaire et possède un facteur de distribution suffisamment grand $k_{d1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0{,}9$. Le courant $i_1 = \sqrt{2}I_1 \cos \omega_1 t$ circulant dans l'enroulement monophasé produit une f.m.m. pulsatoire qu'on peut

décomposer en deux ondes tournantes: une onde directe $F_{11m}e^{j\omega_1 t}$ et une onde inverse $F_{12m}e^{-j\omega_1 t}$. Leurs amplitudes sont égales et ont pour valeur

$$F_{11m}=F_{12m}=F_{1m}/2=\frac{\sqrt{2}\,I_1 w_1 k_{d1} k_{r1}}{\pi p}.$$

L'onde directe de la f.m.m. tourne à la vitesse angulaire $\Omega_1 = \omega_1/p$ dans le sens de rotation du rotor; l'onde inverse tourne à la vitesse angulaire $\Omega_2 = -\Omega_1$ dans le sens opposé. L'onde directe se déplace par rapport au rotor avec le glissement $s_1 = s = (\Omega_1 - \Omega)/\Omega_1$ et l'onde inverse avec le glissement $s_2=(-\Omega_1-\Omega)/(-\Omega_1) = 2 - s$. La f.m.m. directe F_{11m} du stator induit dans les phases du rotor un système de courants $\dot{I}_{21}$ qui engendrent une f.m.m. directe $\dot{F}_{21m}$ dans le rotor. Compte tenu de l'effet amortisseur dû à la f.m.m. $\dot{F}_{21}$, il se produit une f.m.m. directe résultante $\dot{F}_{01m} = \dot{F}_{11m} + \dot{F}_{21m}$ et un champ tournant direct d'induction $B_{1m}e^{j(\omega_1 t+\alpha_1)}$ qui lui correspond d'après la caractéristique de magnétisation. D'une manière analogue, la f.m.m. inverse $\dot{F}_{12m}$ du stator induit dans les phases du rotor un système de courants $\dot{I}_{22}$ qui engendrent une f.m.m. inverse $\dot{F}_{22}$. Compte tenu de l'effet amortisseur dû à la f.m.m. $\dot{F}_{22m}$, il se produit une f.m.m. inverse résultante $\dot{F}_{02m} = \dot{F}_{12m} + \dot{F}_{22m}$ et un champ tournant inverse d'induction $B_{2m}e^{-j(\omega_1 t+\alpha_2)}$ qui lui correspond.

Si le rotor tourne dans le sens du champ direct ($s_1 = s < 1$; $s_2 = 2 - s > 1$), le champ inverse se déplace par rapport au rotor plus vite que le champ direct ($s_2\Omega_1 > s_1\Omega_1$) et est ralenti par les courants rotoriques plus fortement que le champ direct. Il en résulte que la composante du champ direct devient prédominante ($F_{01m} > F_{02m}$; $B_{1m} > B_{2m}$) et il se produit un *champ tournant* dit *elliptique* dont l'induction est représentée par la fonction complexe suivante:

$$\tilde{B} = B_{1m}e^{j(\omega_1 t+\alpha_1)} + B_{2m}e^{-j(\omega_1 t+\alpha_2)}.$$

Une telle appellation s'explique par le fait que le lieu géométrique de la fonction complexe de B qui traduit ce champ est une ellipse (fig. 47-2). Le demi-grand axe *1 — 0* de cette ellipse correspond à l'amplitude maximale de l'induction $B_{max} = B_{1m} + B_{2m}$ du champ produit et le demi-petit axe *2 — 0* à l'amplitude minimale de l'induction $B_{min} = B_{1m} - B_{2m}$. A remarquer que pour $B_{2m} = 0$ le champ elliptique se transforme en un champ circulaire d'amplitude B_{1m} (l'ellipse se transforme en la circonférence représentée en traits interrompus), tandis que pour $B_{1m} = B_{2m}$ on a un champ pulsatoire d'amplitude $2B_{2m}$ (l'ellipse se réduit à un segment de droite compris entre les points *5* et *6*).

Le couple moteur M du moteur monophasé est la somme des couples moteurs qu'exercent les composantes directe et inverse du champ elliptique: $M = M_1 + M_2$. Les courbes traduisant la variation de ces couples en fonction du glissement sont représentées sur la figure 47-3. Au rotor à l'arrêt, quand $s = s_2 = 1$, les champs direct et inverse sont également amortis par les courants rotoriques, les amplitudes de leurs inductions sont les mêmes ($B_{1m} = B_{2m}$) et donc les

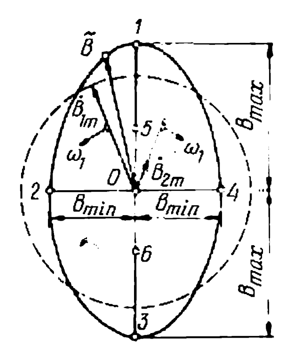


Fig. 47-2. Lieu géométrique de la grandeur complexe représentant l'induction d'un champ elliptique.

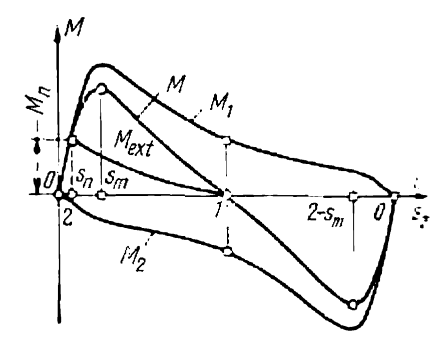


Fig. 47-3. Variation du couple moteur du moteur monophasé en fonction du glissement ($R_2' = R_1 = 0{,}05$; $X_1 = X_2' = 0{,}1$; $R_0 = 0$; $X_0 = 3$).

couples moteurs produits sont égaux mais de signes contraires ($M_2 = - M_1$). Le couple de démarrage d'un moteur asynchrone monophasé est donc identiquement nul et la mise en marche d'un tel moteur ne peut pas être effectuée sans un dispositif de démarrage spécial. Par contre, si le rotor tourne déjà dans un certain sens, il se produit un champ tournant elliptique et le couple moteur qu'il exerce M_1 ou M_2, sera supérieur à l'autre, si bien que le moteur pourra fonctionner en charge.

La caractéristique électromécanique $M = f(s)$ du moteur asynchrone monophasé est représentée par la figure 47-3. Elle comporte deux parties équivalentes correspondant aux sens de rotation direct et inverse. Pour $s = 1$, $s = 0$ et $s = 2$, le couple moteur s'annule; pour $s \approx s_m$ et $s \approx 2 - s_m$, il passe par son maximum. Si le rotor est mis en rotation par un artifice de démarrage quelconque, par exemple dans le sens de rotation du champ B_{1m}, et le couple électromagnétique M est supérieur au couple extérieur (couple résistant) M_{ext}, il s'établira, après le phénomène transitoire, un état de régime avec le glissement s_n dont le point figuratif est celui de rencontre des caractéristiques $M = f(s)$ et $M_{ext} = f(s)$.

Au régime établi, lorsque $s = s_n$, le champ résultant qui règne dans le moteur monophasé est pratiquement circulaire, de même que celui du moteur triphasé. Pourtant dans le moteur monophasé,

l'affaiblissement de la composante inverse du champ est obtenu grâce à l'effet amortisseur dû aux courants rotoriques, ce qui conduit à une augmentation des pertes et donc à une dégradation des indices énergétiques par rapport au moteur triphasé. C'est pourquoi, à dimensions égales, le moteur monophasé possède une puissance nominale qui ne dépasse pas 0,5 à 0,6 de la puissance du moteur triphasé et se caractérise par des valeurs plus faibles du rendement et du facteur de puissance.

En cas de rupture de l'une des phases statoriques (par exemple, en cas de fusion du fusible dans la phase C), les deux phases restantes A et B forment un enroulement monophasé dont la zone de phase occupe 2/3 du pas polaire. Dans ce cas le moteur triphasé commence à fonctionner en monophasé, ce qui est nuisible. Vu que le passage du moteur au régime monophasé laisse pratiquement sans modification la vitesse de rotation et le couple extérieur, la puissance mécanique du moteur $P_3 = M_3\Omega_3 \approx M_1\Omega_1 = P_1$ reste elle aussi presque constante. Dès lors, en se reportant aux expressions donnant la puissance mécanique ($P_3 = \sqrt{3}U_1I_3\eta_3 \cos\varphi_3$ en triphasé et $P_1 = U_1I_1\eta_1 \cos\varphi_1$ en monophasé), on peut conclure qu'en monophasé le courant augmente de $\sqrt{3}\eta_3 \cos\varphi_3/(\eta_1 \cos\varphi_1)$ fois c'est-à-dire plus de $\sqrt{3}$ fois si l'on a en vue qu'en monophasé le rendement et le facteur de puissance ont des valeurs plus faibles. Dans ces conditions, les pertes dans une phase du stator augmentent de plus de 3 fois et, si le moteur n'est débranché du réseau, il sera mis hors d'état par suite d'un échauffement excessif.

§ 47-2. Equations fondamentales et schéma équivalent du moteur asynchrone monophasé

Considérons le régime de fonctionnement du moteur monophasé comme un régime dissymétrique d'un moteur diphasé dans lequel la phase A est débranchée ($I_A = 0$), tandis que la phase B restante, parcourue par le courant $\dot{I}_B = \dot{I}_1$, constitue un enroulement monophasé alimenté sous la tension $\dot{U}_1$ (v. fig. 47-1). De même que cela se fait dans le cas de l'enroulement triphasé (v. § 46-1), un système déséquilibré de courants circulant dans l'enroulement diphasé peut être représenté par la somme des courants directs et inverses:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2},$$

où $\dot{I}_{A1} = j\dot{I}_{B1}$; $\dot{I}_{A2} = -j\dot{I}_{B2}$.

Le système de courants directs $\dot{I}_{B1} = \dot{I}_{11}$ et $\dot{I}_{A1}$ produit une f.m.m. directe $\dot{F}_{11m}$ et un champ tournant direct; le système de courants inverses engendre une f.m.m. inverse et un champ tournant inverse. En résolvant le système d'équations écrit plus haut par

rapport aux composantes des courants dans la phase B, la phase A étant débranchée, on obtient

$$\dot{I}_{B1}=\dot{I}_{11}=(\dot{I}_B-j\dot{I}_A)/2=\dot{I}_B/2;$$

$$\dot{I}_{B2}=\dot{I}_{12}=(\dot{I}_B+j\dot{I}_A)/2=\dot{I}_B/2.$$

Le diagramme des courants construit à partir des relations indiquées est représenté par la figure 47-1, *b*. La tension appliquée à l'enroulement monophasé peut être considérée comme la somme des composantes directe et inverse $\dot{U}_1 = \dot{U}_B = \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2}$.

En exprimant les tensions $\dot{U}_{B1}$ et $\dot{U}_{B2}$ par les courants et les impédances de séquences correspondantes: $\dot{U}_{B1} = \dot{U}_{11} = \dot{I}_{11}\underline{Z}_{11} = \dot{I}_1\underline{Z}_{11}/2$ et $\dot{U}_{B2} = \dot{U}_{12} = \dot{I}_{12}\underline{Z}_{12} = \dot{I}_1\underline{Z}_{12}/2$, on obtient l'équation des tensions du moteur monophasé

$$\dot{U}_1=I_1(\underline{Z}_{11}/2+\underline{Z}_{12}/2).$$

Les impédances $\underline{Z}_{11}$ et $\underline{Z}_{12}$ sont celles qu'une phase de l'enroulement diphasé présente aux courants directs et inverses et qui correspondent aux schémas équivalents de la figure 46-1. Les expressions

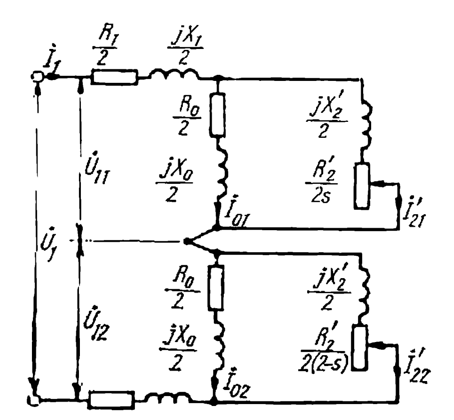


Fig. 47-4. Schéma électrique équivalent du moteur monophasé.

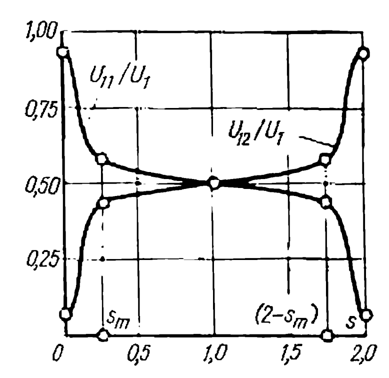


Fig. 47-5. Variation des tensions directe et inverse du moteur monophasé en fonction du glissement ($R'_2 = R_1 = 0{,}05$; $X_1 = X'_2 = 0{,}1$; $R_0 = 0$; $X_0 = 3$).

donnant ces impédances ont été indiquées au § 46-1. Pour calculer les impédances $\underline{Z}_{11}$ et $\underline{Z}_{12}$, on peut utiliser les expressions données au § 46-1, sans oublier que par R'_2 et X'_2 on doit entendre ici leurs valeurs ramenées à une phase de l'enroulement diphasé. C'est pourquoi le coefficient de réduction de la résistance et de la réactance fi-

gurant dans les formules $R_2' = R_2 k_Z$ et $X_2' = X_2 k_Z$ suivant (42-8) comporte le nombre de phases de l'enroulement primaire diphasé $m_1 = 2$.

Conformément à l'équation des tensions, le courant dans le moteur monophasé peut être considéré comme un courant circulant sous l'action de la tension U_1 dans les impédances $\underline{Z}_{11}/2$ et $\underline{Z}_{12}/2$ montées en série. Le schéma électrique équivalent du moteur asynchrone monophasé (fig. 47-4) peut donc être constitué en montant en série les schémas équivalents établis pour les courants directs et inverses et représentés par les figures 46-1, *a* et *b*, après avoir divisé par deux les résistances, réactances et impédances de leurs éléments constitutifs. La partie supérieure du schéma correspond aux grandeurs directes et la partie inférieure aux grandeurs inverses.

Le couple M du moteur monophasé peut être déterminé en faisant la somme des couples moteurs M_1 et M_2 liés respectivement à la tension directe U_{11} et à la tension inverse U_{12}:

$$M = M_1 + M_2.$$

Ce faisant, il faut introduire dans les formules donnant les couples M_1 et M_2 (v. § 46-1) le nombre de phases $m_1 = 2$ et les composantes directe et inverse de la tension calculées à l'aide du schéma équivalent de la figure 47-4:

$$\dot{U}_{11} = \dot{U}_1 \left| \frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12}} \right|; \quad \dot{U}_{12} = \dot{U}_1 \left| \frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12}} \right|.$$

Vu que pour une valeur donnée de U_1 = constante, les tensions U_{11} et U_{12} varient en fonction du glissement à peu près comme il est indiqué à la figure 47-5, les courbes de variation des couples M_1 et M_2 en fonction du glissement diffèrent des courbes obtenues à U_{11} ou U_{12} = constante et ont l'allure des courbes représentées par la figure 47-3.

§ 47-3. Moteurs asynchrones monophasés à enroulement de démarrage

Les moteurs de ce type comportent en plus de l'enroulement de travail normal, appelé enroulement principal *EP*, encore un enroulement de démarrage, appelé enroulement auxiliaire *EA* et placé sur le stator avec un décalage électrique de $\pi/2$ par rapport à l'enroulement principal (fig. 47-6, *a*). Pour simplifier, nous supposons que d'après ses caractéristiques l'enroulement auxiliaire ne diffère pas de l'enroulement principal ($w_a = w_p$; $k_{e.a} = k_{e.p}$). L'enroulement auxiliaire *EA* est branché sur le réseau monophasé par l'intermédiaire d'une impédance de déphasage $\underline{Z}_a$ choisie de manière que le courant dans l'enroulement auxiliaire $\bar{I}_a$ avance sur le courant dans l'enroulement principal I_p d'un angle aussi grand que possible $\psi = \varphi_p - \varphi_a$ (fig. 47-6, *b*). Ainsi, lors du démarrage, le moteur

monophasé se transforme en une sorte de moteur diphasé. Si, à l'aide de la capacitance $Z_a = -j/\omega C$, choisie de manière que $\varphi_a = \varphi_p - \pi/2$, on arrive à obtenir un système équilibré de courants des phases ($I_a = I_p$, $\psi = \pi/2$), un champ tournant circulaire intervient dans le moteur d'où l'obtention d'un couple de démarrage

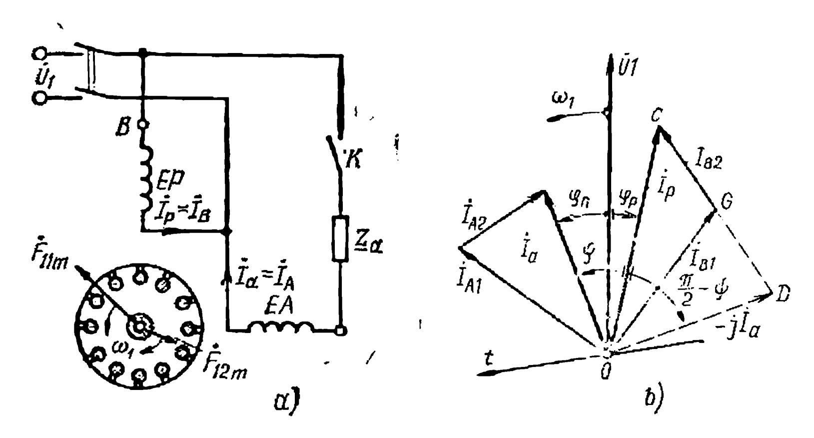


Fig. 47-6. Schéma (*a*) et diagramme vectoriel (*b*) d'un moteur asynchrone monophasé à enroulement de démarrage.

maximal possible. Dans le cas où le système de courants des phases est dissymétrique ($I_a \neq I_p$, $\psi \neq \pi/2$), on peut utiliser, pour l'analyse des phénomènes se produisant au cours du démarrage, la méthode des composantes symétriques. Prenons l'enroulement principal *EP* pour phase *B* et l'enroulement auxiliaire *EA* pour phase *A* d'un moteur diphasé. Alors, le système dissymétrique de courants $\dot{I}_p = \dot{I}_B$ et $\dot{I}_a = \dot{I}_A$ montré dans le diagramme de la figure 47-6, *b* peut être considéré comme la somme des courants directs et inverses:

$$\dot{I}_p = \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}; \quad \dot{I}_a = \dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2},$$

où

$$\dot{I}_{B1} = (\dot{I}_p - j\dot{I}_a)/2; \quad \dot{I}_{A1} = j\dot{I}_{B1};$$

$$\dot{I}_{B2} = (\dot{I}_p + j\dot{I}_a)/2; \quad \dot{I}_{A2} = -j\dot{I}_{B2}.$$

Le courant direct $I_{B1} = I_{11}$ peut être déterminé graphiquement comme étant mesuré par la médiane *OG* du triangle *OCD* ou calculé par la formule

$$I_{11} = I_{B1} = (I_p/2)/\sqrt{1 + k^2 - 2k\cos(\pi/2 + \psi)}.$$

De même, le courant inverse $I_{B2} = I_{12}$ peut se déterminer graphiquement comme étant égal à la moitié du côté *CD* ou calculé au

moyen de la formule

$$I_{12} = I_{B2} = (I_p/2)/\sqrt{1 + k^2 - 2k\cos(\pi/2 - \psi)}\ ,$$

où $k = I_a/I_p$ est la valeur relative du courant dans l'enroulement auxiliaire.

Les amplitudes des f.m.m. directe F_{11m} et inverse F_{12m} des enroulements statoriques sont proportionnelles aux courants correspondants ($F_{11m} \sim I_{11}$; $F_{12m} \sim I_{12}$); la position de ces f.m.m. complexes dans l'espace indiquée sur la figure 47-6, *a* correspond à la position des courants complexes représentée par la figure 47-6, *b* (par rapport à l'axe des temps *t*).

Le rapport des courants I_{12}/I_{11} dépend de l'angle ψ et du courant relatif dans l'enroulement auxiliaire $k = I_a/I_p$. Comme on le voit sur la figure 47-7 qui montre les courbes représentatives de ces fonctions, le courant I_{12} ne s'annule et le champ tournant circulaire n'est produit que dans le cas où $k = 1$, $I_{11} = I_p = I_a$, $\psi = \pi/2$,

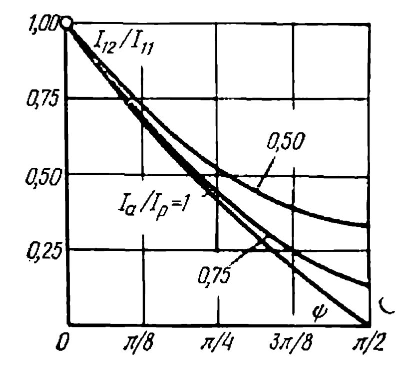


Fig. 47-7. Influence du courant dans l'enroulement de démarrage et de sa phase sur le courant inverse (par rapport au courant direct).

Fig. 47-8. Caractéristique mécanique du moteur asynchrone monophasé à enroulement de démarrage:
1, avec enroulement de démarrage; *2*, sans enroulement de démarrage.

ce qui est obtenu par insertion dans le circuit de l'enroulement auxiliaire d'une capacitance spécialement choisie à cet effet (voir plus haut). Dans les autres cas où l'on introduit dans le circuit de l'enroulement auxiliaire des capacitances $\underline{Z}_a = -j/(\omega C)$ ayant d'autres valeurs ou des résistances $\underline{Z}_a = R$, le déphasage du courant de démarrage est $\psi = \varphi_p - \varphi_a < \pi/2$ et sa valeur relative $k < 1$. Dans ces conditions, en plus de la f.m.m. directe F_{11m} engendrée par les courants I_{11}, il existe encore une f.m.m. inverse F_{12m} produite par des courants $I_{12} < I_{11}$, ce qui a pour effet de provoquer l'apparition d'un champ elliptique et une réduction du couple de démarrage par suite de l'action de la composante inverse du champ.

Si l'enroulement auxiliaire est branché sur le réseau d'alimentation directement, sans l'intermédiaire d'élément de déphasage ($\underline{Z}_a = 0$; $\varphi_a = \varphi_p$; $\psi = 0$), on a $I_{12} = I_{11}$, le champ est pulsatoire et le couple de démarrage est nul. Bien que les meilleures conditions pour le démarrage soient réalisées lorsque l'enroulement auxiliaire est alimenté à travers une capacité, vu un prix élevé des condensateurs, un tel démarrage est employé assez rarement, seulement dans le cas où il est nécessaire d'assurer un fort couple de démarrage. Le plus souvent on utilise, comme élément de déphasage, une résistance. De plus, pour réduire la valeur de la résistance $\underline{Z}_a$ à insérer dans le circuit de l'enroulement auxiliaire, ce dernier est réalisé de façon à présenter une résistance effective accrue (grâce à la réduction de la section du conducteur et au bobinage bifilaire d'une partie de spires). Il n'est pas judicieux de conserver en marche normale, après le démarrage, l'enroulement auxiliaire connecté avec une résistance, sinon il pourrait s'échauffer anormalement et faire décroître le rendement de la machine. C'est pourquoi, lorsque la vitesse du moteur atteint une certaine valeur déterminée, l'enroulement auxiliaire est déconnecté du réseau par la clé K (fig. 47-6, *a*). Cela se fait à l'aide d'un interrupteur centrifuge, d'un relais temporisé, d'un relais de courant ou à la main.

La caractéristique mécanique d'un moteur à enroulement auxiliaire débranchable est représentée par la figure 47-8 (l'enroulement auxiliaire est débranché à l'instant où le glissement $s = 0,3$).

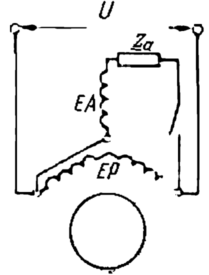


Fig. 47-9. Schéma de branchement d'un moteur triphasé pour le fonctionnement depuis un réseau monophasé.

En U.R.S.S., on fabrique des moteurs asynchrones monophasés à résistance de démarrage (série АОЛБ) et à capacité de démarrage (série АОЛГ) pour une puissance de 18 à 600 W. Les moteurs de la série АОЛБ sont utilisés dans les machines à laver le linge, les réfrigérateurs, les centrifugeuses et dans de nombreuses autres installations dans lesquelles les exigences relatives au couple de démarrage ne sont pas élevées. Les moteurs de la série АОЛГ sont utilisés dans les cas où un couple de démarrage élevé est exigé.

Comme moteur monophasé à enroulement de démarrage on peut utiliser au besoin un moteur triphasé ordinaire. Deux phases de ce dernier constituent l'enroulement de travail avec une zone de phase de $2\pi/3$, tandis que sa troisième phase sert d'enroulement de démarrage avec une zone de phase de $\pi/3$. L'angle de déphasage entre les deux enroulements est de $\pi/2$. L'enroulement principal comporte deux fois plus de spires que l'enroulement auxiliaire $w_p = 2w_a$ et possède un facteur de distribution suffisamment grand ($k_{d.p} = 3\sqrt{3}/2\pi = 0,826$). Le schéma le plus favorable pour le branchement d'un moteur asynchrone triphasé sur réseau monophasé est représenté par la figure 47-9. D'après ses propriétés, le moteur monté suivant ce schéma est équivalent à un moteur spécialement

conçu pour le fonctionnement en monophasé. Lors du fonctionnement en monophasé sa puissance nominale ne dépasse pas 50 à 60 % de la puissance en triphasé. Comme élément de déphasage on utilise une résistance ou une capacité dont la valeur est choisie de telle sorte que le couple de démarrage soit maximal (voir plus loin). Après la mise en vitesse du moteur l'enroulement auxiliaire est débranché.

§ 47-4. Moteur asynchrone à condensateur

On donne ce nom à un moteur asynchrone diphasé destiné à fonctionner sur réseau monophasé. L'une des phases du moteur, par exemple la phase B (fig. 47-10, a), est branchée directement au

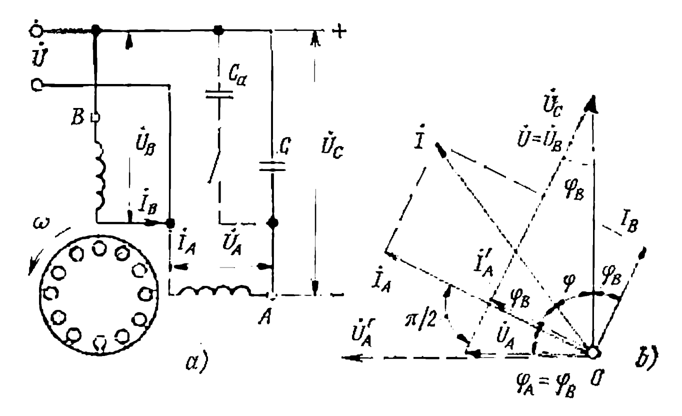


Fig. 47-10. Schéma (a) et diagramme vectoriel (b) d'un moteur asynchrone à condensateur dans le cas du champ circulaire.

réseau d'alimentation, et l'autre, par exemple A, à travers la capacité C choisie de manière à obtenir en charge nominale un champ tournant circulaire. Les deux enroulements ont les mêmes zones de phase égales à $\pi/2$ et les mêmes coefficients d'enroulement $k_{eA} = k_{eB}$. Le nombre de spires w_B de la phase B, reliée directement au réseau, est choisi lors du calcul électromagnétique du moteur au régime diphasé équilibré. Pour effectuer ce calcul on suppose primitivement que la phase A comporte le même nombre de spires $w'_A = w_B$. Dans ces conditions, les courants, les tensions, leurs déphasages et les puissances des phases sont identiques: $U_B = U'_A$; $I_B = I'_A$, $\varphi_B = \varphi_A$, $P_B = U_B I_B \cos \varphi_B = U'_A I'_A \cos \varphi_A = P_A$. (Les grandeurs relatives à la phase A sont munies, pour $w'_A = w_B$, d'un prime et représentées dans le diagramme de la figure 47-10, b en traits interrompus). De plus, dans le cas du champ circulaire qui se produit au régime diphasé équilibré, les courants et les tensions

sont décalés dans le temps d'un angle $\pi/2$, c'est-à-dire que $\dot{I}'_A = j\dot{I}_B$; $\dot{U}'_A = j\dot{U}_B$. Mais une telle tension sur la phase A ne peut être obtenue qu'en cas d'alimentation depuis un réseau diphasé.

Dans le cas général, lorsque la phase A comportant le même nombre de spires que la phase B, est alimentée par un réseau monophasé, il est impossible de choisir une capacité C telle que la phase A soit soumise à la tension $\dot{U}'_A = j\dot{U}_B$ qui assure l'obtention d'un champ tournant circulaire. On est donc amené à corriger le nombre de spires dans la phase A lors du choix de la capacité C de façon à réaliser la condition d'obtention du champ circulaire. Le champ circulaire sera conservé si lors du passage à un enroulement comportant un nombre de spires $w_A \neq w_B$ la f.m.m. de la phase A reste inchangée: $F_A = w_A I_A = w_B I'_A = F'_A =$ constante, d'où le courant dans la phase A:

$$I_A = I'_A \frac{w_B}{w_A} = I_B \frac{w_B}{w_A} = I_B / n_{AB},$$

où $n_{AB} = w_A / w_B$ est le rapport de transformation du moteur à condensateur.

Le champ circulaire étant conservé, la tension de la phase A varie proportionnellement au nombre de spires $U_A = U'_A w_A / w_B = U_B n_{AB}$; l'angle $\varphi_A = \varphi_B$ et la puissance de la phase A restent dans ce cas sans modification: $P_A = U'_A I'_A \cos \varphi_A = U_A I_A \cos \varphi_B =$ constante. En modifiant le nombre de spires w_A, nous faisons varier la tension U_A et le courant I_A. En dernière analyse, il s'agit de choisir un nombre de spires w_A tel que la tension sur la phase A et sur la capacité C montées en série soit égale à la tension du réseau $\dot{U}$, c'est-à-dire que $\dot{U}_A + \dot{U}_C = \dot{U}$ et que la tension entre les bornes de la capacité soit déphasée de $\pi/2$ en arrière sur le courant dans la phase A, c'est-à-dire que $\dot{U}_C = -j\dot{I}_A/(\omega C)$.

Comme le montre le diagramme, la tension requise sur la phase $U_A = U_B \operatorname{tg} \varphi_B$, d'où $n_{AB} = U_A/U_B = \operatorname{tg} \varphi_B$ et le nombre de spires de la phase A nécessaire pour l'obtention d'un champ circulaire $w_A = w_B n_{AB} = w_B \operatorname{tg} \varphi_B$. La capacité nécessaire à la production du champ circulaire se détermine à partir du rapport entre U_C et I_A. Elle a pour valeur

$$C = \frac{I_B \cos \varphi_B}{\omega U \operatorname{tg} \varphi_B}.$$

La puissance emmagasinée dans cette capacité $Q_C = U_C I_A = \frac{U I_B}{\sin \varphi_B}$ est assez élevée; elle est égale à la puissance apparente absorbée par le moteur en cas du champ circulaire

$$S = UI = UI_B / \sin \varphi_B.$$

Il convient de signaler que pour une valeur choisie de la capacité le champ ne sera circulaire qu'au régime nominal. Pour d'autres charges, la symétrie de la f.m.m. est troublée, ce qui provoque,en plus du champ direct, l'apparition d'un champ inverse. Parfois, le couple de démarrage développé avec la capacité choisie suivant le régime nominal se trouve insuffisant à cause de la forte influence du champ inverse. Dans un tel cas, pour affaiblir le champ inverse et augmenter le couple de démarrage, on branche, pour le démarrage, en parallèle avec la capacité C, une capacité auxiliaire C_a (fig. 47-10, *a*, traits interrompus).

En U.R.S.S., les moteurs à condensateur avec des capacités principale et auxiliaire sont fabriqués pour des puissances de 18 à 600 W (série АОЛД). En outre, on produit des moteurs asynchrones dits universels (série УАД) destinés à fonctionner tant sur des réseaux triphasés que sur des réseaux monophasés (dans le dernier cas, l'élément de déphasage est représenté par une capacité).

Un moteur triphasé ordinaire peut être utilisé lui aussi comme un moteur à condensateur. La capacité nécessaire à son branchement sur un réseau monophasé suivant le schéma de la figure 47-9 peut être déterminée à l'aide de l'équation donnée plus haut. Ce faisant, on doit avoir en vue que les nombres de spires effectifs d'une phase « avec condensateur » A et d'une phase « sans condensateur » B dans le montage de la figure 47-9 sont donnés à l'avance ($w_A = w_1 k_{eA}$; $w_B = 2w_1 k_{eB}$, où w_1 est le nombre de spires par phase de l'enroulement triphasé) et que le rapport de transformation ne peut pas être modifié :

$$n_{AB} = w_A/w_B = \frac{k_{eA}}{2k_{eB}} = \frac{0,95}{2 \cdot 0,826} = 0,575.$$

C'est pourquoi, en calculant la capacité par la formule

$$C = \frac{I_B \cos \varphi_B}{\omega U \operatorname{tg} \varphi_B},$$

on ne peut obtenir un champ exactement circulaire que pour une charge du moteur telle que $\operatorname{tg} \varphi_B = k_{AB} = 0,575$; $\varphi_B = 0,521 \approx \approx 30°$; $\cos \varphi_B = 0,866$. En choisissant la capacité pour le régime de fonctionnement nominal en cas d'alimentation en monophasé, on doit entendre par U la tension composée nominale dans le couplage en étoile; par I_B le courant simple nominal; par φ_B l'angle de déphasage entre le courant simple et la tension simple au régime triphasé nominal. Dans ces conditions, quand $\varphi_B \neq 0,521$, le champ comporte tant une composante directe qu'une composante inverse. Le rôle de la composante inverse croît avec l'augmentation de l'écart de φ_B par rapport à la valeur de $0,521 \approx 30°$ correspondant au rapport de transformation.

§ 47-5. Moteur monophasé à pôles entaillés

L'enroulement monophasé *1* de ce moteur (fig. 47-11, *a*) est un enroulement concentré. Ses bobines enveloppent des pôles saillants de l'armature magnétique du stator. Le rotor *2* porte un enroulement en court-circuit du type à cage d'écureuil. Une partie de l'épanouissement de chaque pôle, voisine de la corne de sortie, est enveloppée

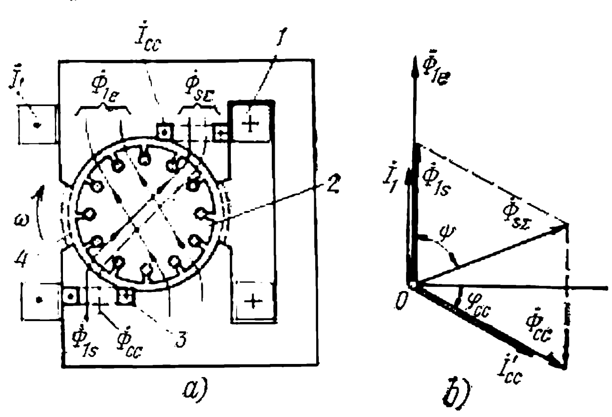


Fig. 47-11. Constitution (*a*) et diagramme vectoriel des flux magnétiques du stator (*b*) d'un moteur asynchrone monophasé à pôles entaillés.

par une spire en court-circuit *3*. En supposant linéaire le circuit magnétique du moteur et en appliquant la méthode de superposition, examinons séparément le champ magnétique produit par les courants circulant dans les enroulements statoriques.

Le courant I_1 parcourant l'enroulements monophasé engendre dans la partie d'entrée (non enveloppée par la spire court-circuitée) du pôle un flux pulsatoire $\dot{\Phi}_{1e}$ et dans la partie de sortie (enveloppée par la spire court-circuitée) un flux pulsatoire Φ_{1s}. Le flux $\dot{\Phi}_{1s}$ induit dans la spire en court-circuit une f.é.m. $\dot{E}_{cc}$ déphasée de $\pi/2$ en arrière sur le flux. Cette f.é.m. fait circuler dans la spire présentant une certaine résistance et une certaine réactance inductive un courant $\dot{I}_{cc}$ déphasé de l'angle φ_{cc} en arrière sur la f.é.m. Le courant $\dot{I}_{cc}$ crée un flux $\dot{\Phi}'_{cc}$ qui exerce un effet d'écran sur le flux $\dot{\Phi}_{1s}$ dans la partie de sortie du pôle. Il en résulte que le flux résultant dans la partie de sortie du pôle $\dot{\Phi}_{s\Sigma} = \dot{\Phi}_{1s} + \dot{\Phi}_{cc}$ retarde dans le temps d'un angle ψ sur le flux dans la partie d'entrée du pôle Φ_{1s}. Les axes des flux $\Phi_{s\Sigma}$ et $\dot{\Phi}_{1e}$ étant en outre décalés d'un certain angle dans l'espace, il y a production d'un champ tournant qui se déplace dans le sens indiqué sur la figure. Puisque les flux $\Phi_{s\Sigma}$ et Φ_{1e} sont différents et décalés de petits angles dans le temps et dans l'espace, le champ tournant du stator n'est

pas circulaire mais elliptique. Néanmoins le moteur considéré possède un couple de démarrage suffisamment fort $M_{\text{d}} = (0{,}2 \text{ à } 0{,}5)\ M_{\text{n}}$. Les qualités de démarrage du moteur à pôles entaillés sont fortement affectées par le troisième harmonique spatial du champ tournant qui provoque une diminution considérable du couple quand la vitesse de rotation est égale à 1/3 de la vitesse de synchronisme (v. § 43-5). Pour affaiblir cet harmonique, dans les moteurs d'une puissance supérieure à 20 ou 30 W on prend les mesures suivantes: on place entre les épanouissements polaires des shunts magnétiques *4* montrés sur la figure 47-11, *a* en traits interrompus; on augmente l'entrefer en face de la partie d'entrée du pôle; au lieu de l'enroulement concentré constitué par une seule spire en court-circuit, on place sur chaque pôle deux ou trois spires en court-circuit de différente largeur. A cause de fortes pertes dans la spire en court-circuit, le rendement du moteur est relativement petit (25 à 40 %). Les moteurs à pôles entaillés sont fabriqués en série pour des puissances allant de quelques dizièmes de watt jusqu'à 300 W. Ils sont utilisés pour l'entraînement de ventilateurs domestiques, de tourne-disques, de magnétophones, etc.

CHAPITRE 48

MACHINES ASYNCHRONES SPÉCIALES

§ 48-1. Génératrice asynchrone

Lorsque le rotor d'une machine asynchrone branchée sur un réseau comportant des sources de puissance réactive (alternateurs synchrones surexcités, moteurs, compensateurs ou condensateurs) est entraîné au délà du synchronisme, c'est-à-dire à une vitesse supérieure à celle du champ magnétique ($\Omega > \Omega_1$), la f.é.m. dans l'enroulement rotorique change de signe par rapport à celui dans la marche en moteur (chap. 43). Il en résulte l'inversion du sens des composantes actives des courants I_2 et I_1 (par rapport à la marche en moteur), de sorte que la machine renvoie de l'énergie active vers le réseau, c'est-à-dire commence à fonctionner en génératrice. La puissance réactive nécessaire à la production du champ magnétique tournant est absorbée par la génératrice asynchrone

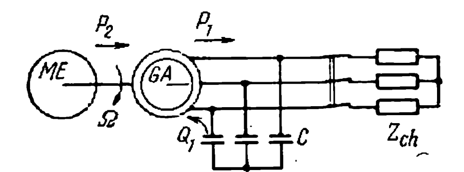


Fig. 48-1. Schéma de branchement d'une génératrice asynchrone à auto-excitation:

GA, génératrice asynchrone; *ME*, moteur d'entraînement; *C*, condensateurs; Z_{ch}, impédance de charge.

au réseau, ce qui augmente la charge en courant réactif des machines synchrones branchées en parallèle sur le réseau. C'est cette consommation d'énergie réactive qui constitue l'inconvénient majeur des génératrices asynchrones et les a empêchées de se répandre davantage.

Dans le diagramme du cercle de la machine asynchrone, c'est la partie inférieure du cercle de courants comprise entre les points A_0 et R_∞ qui correspond à la marche en générateur. Aux régimes en lesquels la génératrice asynchrone fournit de la puissance active au réseau correspondent des points situés sur l'arc du cercle de courants au-dessous de la ligne OB. La ligne A_0A_1 détermine la puissance mécanique $P_{\text{méc}} \approx P_2$ que le moteur d'entraînement doit fournir à la génératrice asynchrone.

Les génératrices asynchrones sont de préférence réalisées avec un enroulement en court-circuit au rotor et ne trouvent des applications que dans de petites centrales hydrauliques non surveillées parce qu'elles peuvent fonctionner sans être équipées de dispositif de réglage de fréquence et de tension.

En plus de la marche en parallèle avec un réseau comportant des sources de puissance réactive, la génératrice asynchrone peut également alimenter une charge de façon indépendante, en fonctionnant au régime d'auto-excitation (par le flux magnétique rémanent du rotor) si on branche, entre les bornes du stator,

des condensateurs devant servir de source de puissance réactive Q_1 nécessaire à l'excitation du champ magnétique dans la génératrice (fig. 48-1). Lorsque la génératrice débite dans un circuit présentant de la résistance et de l'inductance, ces condensateurs servent de source de puissance réactive également pour la charge.

La puissance emmagasinée dans les condensateurs qu'utilise le montage de la génératrice asynchrone à auto-excitation est voisine de la puissance active nominale de cette machine. Cela explique le prix de revient élevé de telles génératrices. Ces machines ne sont utilisées que dans des installations spéciales.

§ 48-2. Convertisseur asynchrone de fréquence

La fréquence de la f.é.m. développée dans le rotor d'une machine asynchrone est déterminée par la différence des vitesses de rotation du rotor et du champ magnétique

$$f_2 = (\Omega_1 - \Omega)\frac{p}{2\pi} = sf_1,$$

où $\Omega > 0$ si le rotor tourne dans le sens du champ. Il est donc possible d'obtenir entre les bagues d'une machine asynchrone à rotor bobiné une tension de fréquence f_2, ce qui veut dire que cette machine peut être utilisée comme un convertisseur de fréquence. Le convertisseur asynchrone peut fournir des tensions tant de fréquence fixe que de fréquence variable f_2. Dans le premier cas où la fréquence f_2 peut rester constante, le rotor du convertisseur doit tourner: dans le sens opposé au champ ($s > 1$) pour $f_2 > f_1$ et dans le sens du champ magnétique ($s < 1$) pour $f_2 < f_1$.

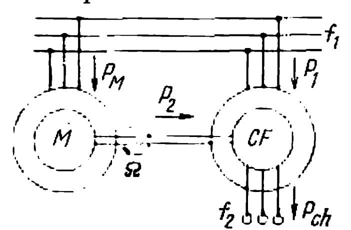


Fig. 48-2. Schéma de branchement d'un convertisseur asynchrone de fréquence:

P_1, puissance absorbée par le convertisseur de fréquence (*CF*) au réseau; P_M, puissance absorbée par le moteur (*M*) au réseau; P_2, puissance mécanique transmise par l'intermédiaire de l'arbre; P_{ch}, puissance transmise à la charge.

Pour produire une f.é.m. de fréquence $f_2 > f_1$, le rotor du convertisseur de fréquence est entraîné par un moteur auxiliaire *M* (généralement asynchrone ou synchrone, v. fig. 48-2) qui fournit au convertisseur de fréquence *CF* la puissance P_2; le convertisseur asynchrone fonctionne avec un glissement $s > 1$ au régime de freinage (v. § 43-1). Sur la figure 48-2 les flèches en traits continus indiquent les sens des puissances lors du fonctionnement en ce régime. Pour produire une f.é.m. de fréquence $f_2 < f_1$, le rotor du convertisseur est freiné par le couple électromagnétique de la machine *M* qui fonctionne dans ce cas en génératrice, en renvoyant de l'énergie électrique vers le même réseau que le convertisseur (sur la figure 48-2, les sens des puissances en ce régime sont indiqués par des flèches en traits interrompus); le convertisseur asynchrone de fréquence fonctionne en moteur.

Compte tenu de ce que

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p_c} = \Omega_{1c} \quad \text{et} \quad \Omega \approx \pm\,\Omega_{1m} = \pm\, 2\pi f_1/p_m,$$

on trouve que

$$f_2 = sf_1 = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} f_1 = \frac{p_m \mp p_c}{p_m} f_1,$$

où les signes + et — se rapportent respectivement à la marche de la machine asynchrone en frein ($f_2 > f_1$) et en moteur ($f_2 < f_1$); p_c et p_m sont les nombres

de paires de pôles du convertisseur asynchrone de fréquence et du moteur auxiliaire (dans le cas où le moteur M est représenté par une machine asynchrone la formule donne une valeur approchée de la fréquence f_2 que l'on obtient en négligeant le glissement de cette machine).

Les puissances actives et réactives sont données par les équations suivantes (sans tenir compte des pertes):

$$P_{ch} = sP_1\,; \quad Q_{ng} = sQ_1\,;$$

$$P_m = P_2 = \left(1 - \frac{1}{s}\right) P_{ch}.$$

Un réglage continu de la fréquence f_2 s'obtient par l'action sur la fréquence f_1 ou sur la vitesse de rotation du moteur auxiliaire.

Les convertisseurs asynchrones de fréquence sont utilisés essentiellement pour l'obtention d'une tension alternative à la fréquence de 100 à 200 Hz nécessaire à l'alimentation des moteurs asynchrones actionnant des organes tournant à une vitesse supérieure à 3000 tr/mn (scies électriques et autres machines électriques à main).

§ 48-3. Utilisation de la machine asynchrone au régime de transformateur

1) **Régulateur de phase.**— Dans une machine asynchrone à rotor calé le déphasage entre les f.é.m. $\dot{E}_1$ et $\dot{E}_2$ qui sont induites dans les phases des enroulements statorique et rotorique est déterminé par l'angle électrique β que font les axes de ces phases, car les deux f.é.m. sont engendrées par un champ magnétique tournant commun. Une modification de l'angle de déphasage β fait varier la phase de la f.é.m. E_2. Cette possibilité de régler la phase de la f.é.m. E_2

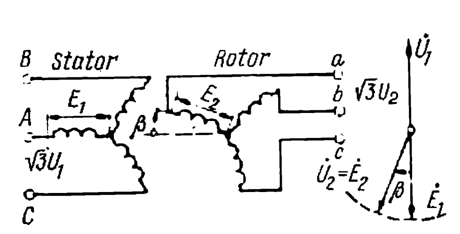


Fig. 48-3. Schéma et diagramme temporel des tensions d'un régulateur de phase.

Fig. 48-4. Schéma et diagramme temporel des tensions d'un régulateur d'induction triphasé.

est utilisée dans le régulateur ou décaleur de phase (fig. 48-3) qui représente une machine asynchrone triphasée à bagues fonctionnant en transformateur (v. § 43-1). L'enroulement statorique de la machine est branché sur le réseau, la charge étant reliée à l'enroulement rotorique par l'intermédiaire de balais et de bagues. Si on néglige les résistances effectives et les réactances de fuites des enroulements statorique et rotorique, on a $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1$, $\dot{U}_2 = \dot{E}_2$ et, pour des enroulements identiques ($w_1 = w_2$; $k_{e1} = k_{e2}$), $E_1 = E_2$. Lorsque le rotor tourne, la tension $\dot{U}_2 = \dot{E}_2$ complexe tourne elle aussi par rapport à la tension $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1$ complexe.

Pour déterminer la tension secondaire agissant sur le rotor dans la marche en charge compte tenu des résistances des enroulements, il faut utiliser les équations (42-1) de la machine asynchrone en posant $s = 1$. Ce faisant, il faut

introduire dans l'équation des tensions du rotor un terme supplémentaire tenant compte de la chute de tension dans l'impédance de charge ramenée $\underline{Z}'_{ch}$ et mettre cette équation sous la forme suivante: $\dot{E}'_2 = \underline{Z}'_2\dot{I}'_2 + \dot{U}'_2$ où $\dot{U}'_2 = \underline{Z}'_{ch}\dot{I}'_2$.

Le rotor du régulateur de phase est soumis à l'action d'un couple électromagnétique important dont la valeur peut être calculée à l'aide de la relation (29-2). Pour surmonter ce couple électromagnétique lors de la rotation du rotor, on utilise comme amplificateur de couple un engrenage à vis sans fin. Les paramètres de cet engrenage sont choisis de manière à pouvoir assurer le déplacement du rotor à la main ou à l'aide d'un petit moteur électrique. La vis sans fin sert en même temps à immobiliser le rotor dans la position voulue.

2) **Régulateur d'induction triphasé.**— Une machine asynchrone triphasée fonctionnant en transformateur (v. § 43-1) peut aussi être utilisée pour le réglage progressif de la tension si les connexions électriques entre l'enroulement statorique et l'enroulement de phase de son rotor à l'arrêt sont réalisées suivant le montage d'un autotransformateur (fig. 48-4). L'enroulement primaire, qui est placé généralement au rotor, est branché sur un réseau de tension simple $\dot{U}_1$. Le champ magnétique tournant produit par le courant qui parcourt cet enroulement y induit une f.é.m. $\dot{E}_1$ et une f.é.m. $\dot{E}_2$ dans l'enroulement secondaire. La tension sur une phase de l'enroulement secondaire est égale, si on néglige sa résistance, à la somme géométrique de la tension $\dot{U}_1$ du réseau et de la f.é.m. $\dot{E}_2$: $\dot{U}_2 = \dot{U}_1 + \dot{E}_2$. L'angle de déphasage β entre les vecteurs $\dot{U}_1$ et $\dot{E}_2$ et donc la tension U_2 dépendent de l'angle électrique que font entre eux les axes des enroulements statorique et rotorique. Lorsque le rotor tourne, les extrémités des vecteurs $\dot{E}_2$ et $\dot{U}_2$ décrivent une circonférence. Aux valeurs minimale et maximale de la tension U_2 correspondent les angles de rotation $\beta = 0°$ et $\beta = 180°$:

$$U_{2min} = U_1 - E_2; \quad U_{2\,max} = U_1 + E_2.$$

Si on néglige la résistance R_1 et la réactance X_1 de l'enroulement primaire on a $U_1 = E_1$. La relation entre les f.é.m. induites dans les enroulements primaire et secondaire a pour expression

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1 k_{e1}}{w_2 k_{e2}}.$$

L'enroulement primaire du régulateur d'induction peut être monté soit en étoile, soit en triangle. La rotation et l'immobilisation du rotor sont assurées dans le régulateur d'induction de la même manière que dans le régulateur de phase.

3) **Transformateur de phases ou de fréquence à champ tournant.**— Une machine asynchrone à rotor immobile peut en outre être utilisée aussi pour la transformation du nombre de phases ou de la fréquence. Dans ce cas il n'est pas nécessaire de faire tourner le rotor par rapport au stator. Par conséquent on peut ne pas aménager un entrefer destiné à empêcher un contact mécanique entre le rotor et le stator et, pour réduire le courant magnétisant, on peut emmancher l'armature extérieure *4* sur l'armature inférieure *3* (fig. 48-5). Pour réduire le flux de fuites, les enroulements primaire *1* et secondaire *2*, immobiles l'un par rapport à l'autre, peuvent être logés dans les encoches de l'une des armatures (par exemple dans celles de l'armature intérieure *3*), l'autre armature (par exemple, l'armature extérieure *4*) étant réalisée sans encoches sous la forme d'une couronne lisse et calée à la presse sur l'armature intérieu-

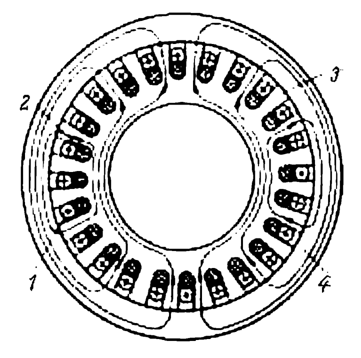


Fig. 48-5. Transformateur à champ magnétique tournant.

re après le logement des bobinages. L'enroulement primaire *1* du transformateur à champ tournant ne diffère en rien de l'enroulement statorique d'une machine asynchrone. Il représente un enroulement hétéropolaire ayant p_1 périodes, $m_1 = 3$ phases et w_1 spires par phase. L'enroulement primaire est connecté à un réseau à courant alternatif de tension simple U_1, de fréquence f_1. Il produit un champ tournant de p_1 périodes dont les lignes de force sont montrées sur la figure. Ce champ tourne à la vitesse angulaire $\Omega_1 = 2\pi f_1/p_1$. La constitution de l'enroulement secondaire dépend de la destination du transformateur. Dans un *transformateur de phases*, l'enroulement secondaire est réalisé avec le même nombre de périodes que le primaire ($p_2 = p_1$) et ne diffère de ce dernier que par les nombres m_2 de phases et w_2 de spires par phase. Il est induit dans les phases de l'enroulement secondaire un système équilibré de f.é.m. à m_2 phases

$$E_2 = \frac{w_2 k_{e2}}{w_1 k_{e1}} E_1.$$

Le déphasage entre les f.é.m. $\dot{E}_2$ et $\dot{E}_1$ dépend de la position relative des axes des phases dans les encoches de l'armature. En marche à vide on a $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1$, $\dot{U}_2 = \dot{E}_2$. Pour déterminer les courants I_1, I_2 et la tension U_2 en charge, il convient d'opérer de la même façon que lors de l'analyse d'un régulateur de phase.

Dans un transformateur de fréquence, on utilise l'effet de distorsion de la répartition sinusoïdale de l'induction du champ tournant dans l'entrefer par suite de la saturation du circuit magnétique. Comme il a été établi au § 40-2, la saturation des dents dans la zone de la forte f.m.m. a pour résultat un « aplatissement » de la courbe d'induction du champ tournant et l'apparition dans le développement en série de Fourier, en plus de la fondamentale à p_1 périodes, des harmoniques supérieurs impairs ayant $3p_1$, $5p_1$, $7p_1$, etc., périodes. Pour renforcer cet effet, le transformateur de fréquence est réalisé avec un circuit magnétique fortement saturé (avec des inductions maximales dans les dents supérieures à 2 *T*) et muni d'un enroulement secondaire prévu pour la reproduction de l'un des harmoniques supérieurs du champ tournant, généralement du 3e.

Dans ce dernier cas, le transformateur permet d'obtenir une triplication de fréquence. Un tel transformateur comporte un enroulement triphasé ($m_1 = 3$) qui produit un champ « aplati » à p_1 périodes tournant à la vitesse angulaire $\Omega_1 = 2\pi f_1/p_1$. Puisque lors de la rotation la forme du champ reste inchangée, tous ses harmoniques tournent à la même vitesse angulaire Ω_1. Pour obtenir une tension de triple fréquence, l'enroulement secondaire doit être rendu monophasé ($m_2 = 1$) et avoir $p_2 = 3p_1$ périodes. Dans un tel enroulement, il sera induit surtout le troisième harmonique de f.é.m. du champ « aplati » à $3p_1$ périodes pour lequel le coefficient d'enroulement du secondaire est voisin de l'unité. La fréquence de cette f.é.m.

$$f_2 = p_2\Omega_1/(2\pi) = 3f_1$$

est le triple de la fréquence du primaire.

Le flux d'induction fondamentale et les flux d'inductions harmoniques $5p_1$, $7p_1$, $11p_1$, etc., dont l'ordre n'est pas multiple de trois, ne sont pas couplés avec l'enroulement secondaire, de sorte que ces harmoniques n'y induisent aucune f.é.m.

Pour empêcher la f.é.m. de triple fréquence de prendre naissance dans l'enroulement primaire et d'y provoquer la circulation de courants à cette fréquence, cet enroulement est réalisé avec un pas raccourci de $^1/_3$ de pas polaire. Dans ces conditions, son coefficient d'enroulement par rapport au champ de $p_2 = 3p_1$ périodes devient nul.

§ 48-4. Moteur asynchrone à rotor massif

Le rotor de ce moteur est un cylindre ferromagnétique plein (fig. 48-6). Un tel rotor joue à la fois le rôle d'armature et celui de conducteur de courant. Le champ magnétique tournant pénètre à une certaine profondeur dans le corps du rotor et y induit des courants de Foucault. L'interaction entre ces courants et le champ magnétique produit un couple électromagnétique. Grâce à l'effet pelliculaire très marqué, les courants de Foucault ne circulent que dans une couche relativement mince égale à la profondeur de pénétration du champ électromagnétique dans le corps du rotor. La profondeur de pénétration équivalente dépend de la fréquence de renversement du flux dans le rotor. Pour un moteur prévu pour la fréquence de 50 Hz, la profondeur de pénétration équivalente ne vaut que 1,0 à 3,0 mm au démarrage ($s = 1$) et 5,0 à 15 mm environ en marche de régime (pour $s = 0{,}05$). En général, à l'approximation linéaire, la profondeur de pénétration varie comme l'inverse de $\sqrt{s}$. Il en résulte une variation correspondante de la section de la couche parcourue par les courants de Foucault, de la résistance effective du rotor massif ($R_2' \approx R_{20}'\sqrt{s}$ où R_{20}' est la résistance effective ramenée pour $s = 1$) et de sa réactance de fuites X_2'. C'est pourquoi, au démarrage, la résistance R_2' est très grande alors que la réactance X_2' est petite et, lorsque le glissement décroît, R_2' diminue tandis que X_2' augmente. Grâce à une telle manifestation de l'effet pelliculaire le moteur à rotor massif possède un couple de démarrage suffisamment grand ($M_d/M_n = 1{,}5$ à $2{,}0$) et ne cède à un moteur à cage d'écureuil qu'en rendement et en facteur de puissance. Cela s'explique par le fait qu'en marche de régime pour un glissement $s = 0{,}02$ à $0{,}1$ la profondeur de pénétration du courant dans le corps du rotor est encore suffisamment faible, alors que la résistance électrique rencontrée par le courant et la réluctance magnétique à surmonter par le flux sont grandes, de sorte que le fonctionnement du moteur se caractérise par des pertes électriques élevées dans le rotor et par une grande valeur du courant magnétisant.

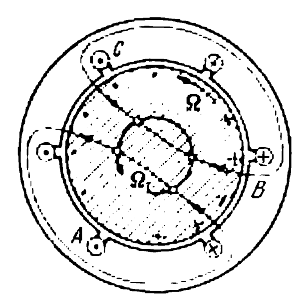


Fig. 48-6. Moteur asynchrone à rotor massif.

Parfois, pour améliorer les caractéristiques de fonctionnement, on fixe à chaque extrémité, aux faces terminales du rotor cylindrique une couronne de cuivre. Les couronnes de cuivre présentent une résistivité sensiblement moins grande que celle du corps en acier du rotor et remplissent le même rôle que les couronnes d'extrémité dans une cage d'écureuil. Il en résulte une diminution de la résistance effective du rotor massif par suite de l'augmentation de la conductibilité électrique des parties en bout. Dans les micromoteurs, pour

atteindre le même but, on a recours au recouvrement de la surface extérieure du rotor massif d'une mince couche de cuivre de 0,1 à 0,3 mm d'épaisseur. En outre, les caractéristiques de fonctionnement peuvent être améliorées par le choix, pour le rotor massif, d'un matériau présentant des conductibilités électrique et magnétique optimales. Certains progrès ont été réalisés en ce sens ces dernières années. On a mis au point des alliages qui possèdent une plus grande conductivité électrique et une plus faible perméabilité magnétique que l'acier, si bien que leur emploi permet d'augmenter considérablement la profondeur de pénétration du champ et d'améliorer donc les caractéristiques techniques.

Les moteurs à rotor massif ont reçu des applications comme servomoteurs dans les systèmes de commande automatique. L'emploi du rotor massif présentant une grande sécurité mécanique permet de construire des moteurs asynchrones pour des vitesses de rotation très élevées (10 000 à 100 000 tr/mn et plus). De tels moteurs sont destinés à être alimentés depuis des sources à fréquence élevée (400 à 1500 Hz et plus) et sont utilisés pour l'actionnement d'appareils spéciaux, par exemple de dispositifs gyroscopiques.

Bien que leur construction présente de belles qualités technologiques, les moteurs à rotor massif ne sont pas encore utilisés pour des actionnements industriels. Cela tient uniquement à ce que leurs propriétés énergétiques en marche de régime sont assez médiocres.

Une variété intéressante du moteur considéré est un *moteur à rotor creux magnétique*. Pour réduire la masse et le moment d'inertie, le rotor de ce moteur est réalisé sous la forme d'un cylindre ferromagnétique creux. L'épaisseur de ses parois peut être choisie égale à la profondeur de pénétration du champ aux régimes de fonctionnement. Elle est de 0,3 à 0,5 mm aux fréquences de 400 à 1000 Hz et de 1 à 3 mm à la fréquence de 50 Hz.

Comme le flux magnétique se ferme à travers les parois du rotor magnétique creux, le moteur muni d'un tel rotor n'a pas besoin d'un stator intérieur. C'est là un grand avantage qu'il offre par rapport à un moteur à rotor creux non magnétique (v. ci-dessous § 48-5). Pourtant à cause de la valeur relativement faible du rendement et du facteur de puissance ainsi qu'à cause de certains autres inconvénients les moteurs à rotor creux magnétique sont peu utilisés.

§ 48-5. Moteur asynchrone à rotor creux non magnétique

Le rotor de ce moteur (fig. 48-7) est un cylindre *3* creux à parois minces fait en matériau non magnétique mais conducteur de l'électricité, généralement en alliage d'aluminium. Le rotor creux tourne dans l'entrefer entre l'armature d'un stator *1* extérieur et celle d'un stator *2* intérieur dont l'un (dans le cas représenté sur la figure, le stator extérieur) porte un enroulement monophasé ou polyphasé. Le couple électromagnétique exercé sur le rotor résulte

de l'interaction entre le champ tournant et les courants de Foucault induits dans le rotor.

Le moteur à rotor creux non magnétique est utilisé surtout comme servomoteur dans divers automatismes. Le large emploi des moteurs à rotor creux s'explique par une propriété particulièrement précieuse qu'ils possèdent, à savoir une valeur très faible du moment d'inertie du rotor. Ces moteurs sont fabriqués pour des puissances allant de quelques dizièmes de watt à plusieurs centaines de watts aussi bien pour la fréquence industrielle de 50 Hz que pour des fréquences plus élevées (200, 400, 500 et 1000 Hz).

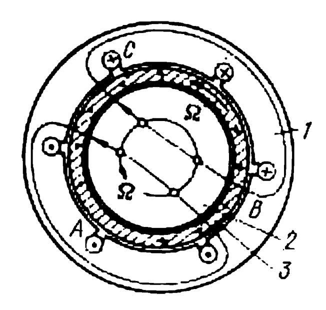


Fig. 48-7. Moteur asynchrone à rotor creux non magnétique.

En U.R.S.S., les moteurs à rotor creux sont fabriqués en trois séries АДП, ДИД et ЭМ. Leurs vitesses de rotation sont comprises entre 1500 et 30 000 tr/mn pour l'alimentation depuis un réseau à fréquence industrielle de 50 Hz ou à fréquence plus élevée (200, 400, 1000 Hz). A la différence du moteur à rotor ferromagnétique massif, l'épaisseur des parois du rotor creux non magnétique est plusieurs fois plus petite que profondeur de pénétration du champ même lors du démarrage du moteur. De ce fait, quel que soit le glissement, les courants de Foucault se répartissent suivant l'épaisseur des parois du rotor de façon pratiquement uniforme et la résistance effective ramenée R_2' du rotor est indépendante du glissement. De plus, la réactance de fuites X_2' d'un rotor creux est très petite et peut donc être négligée lors du calcul du moteur. Ces particularités mêmes d'un rotor creux favorisent l'emploi de moteurs munis d'un tel rotor comme servomoteurs. La résistance effective ramenée R_2' d'un rotor creux est facile à calculer si l'on néglige la résistance des parties frontales et considère le rotor comme étant constitué par Z_2 barres élémentaires. La résistance effective de chacune de ces barres est $R_b = \rho l/(t_{Z2}\Delta)$, où l est la longueur du rotor, Δ l'épaisseur des parois du rotor, $t_{Z2} = 2\pi R/Z_2$, l'étendue d'une barre élémentaire dans le sens tangentiel. Dès lors, en utilisant (41-22) et (42-8), on trouve que

$$R_2' = 2\rho l m_1 (w_1 k_{e1})^2/(\pi R\Delta),$$

où R est le rayon du rotor creux;

m_1, w_1, k_{e1}, le nombre de phases, le nombre de spires et le coefficient d'enroulement de l'enroulement statorique.

Bien qu'on donne aux parois du rotor creux une valeur minimale admissible (de 0,1 à 1,0 mm), l'entrefer non magnétique obtenu entre les stators extérieur et intérieur est suffisamment grand (de 0,4 à 1,5 mm). C'est pourquoi le courant magnétisant dans les moteurs de ce type est nettement plus grand que dans les moteurs à cage

d'écureuil et vaut (0,8 à 0,9) I_n. Il en résulte une réduction du facteur de puissance ($\cos \varphi_n = 0,2$ à 0,4), une augmentation des pertes électriques dans l'enroulement primaire et une diminution du rendement jusqu'à 0,2 à 0,4 (au régime nominal).

§ 48-6. Pompes à induction électromagnétiques

Les pompes à induction électromagnétiques à métaux liquides représentent une version des machines magnétohydrodynamiques à courant alternatif. Dans ces pompes, la partie mobile est constituée par un métal liquide. Pour le mettre en mouvement, on utilise un champ magnétique progressif ou tournant produit par un enroulement triphasé à courant alternatif. Suivant la forme du canal qui conduit le métal dans le champ magnétique, les pompes à induction électromagnétiques se répartissent en deux groupes: à hélice et linéaires.

Pompe à induction à hélice (fig. 48-8).— D'après sa constitution elle ressemble à un moteur à rotor creux. Elle comporte aussi deux stators: un stator extérieur *1* et un stator intérieur *2*. Dans les encoches de l'armature du stator extérieur est logé un enroulement triphasé alimenté depuis un réseau (parfois l'enroulement triphasé est porté tant par le stator extérieur que par le stator intérieur). Dans l'entrefer entre les stators est disposé le tube *4* plat en acier non magnétique dans lequel circule le métal liquide *3*.

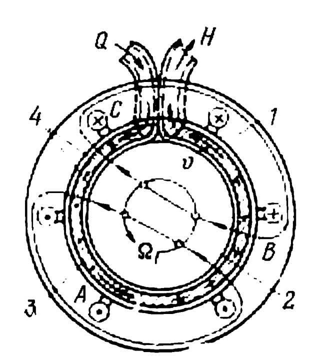


Fig. 48-8. Pompe à induction à hélice.

La figure représente une construction dans laquelle le tube parcouru par le métal liquide fait une seule spire autour du stator intérieur et a une section Δl où Δ est l'épaisseur de la couche de métal dans le sens radial et l la longueur de l'armature et de la cavité intérieure du tube rempli de métal liquide dans le sens axial. Dans le cas général, le tube conduisant le métal liquide peut faire plusieurs spires autour du stator.

La circulation des courants dans l'enroulement statorique fait naître un champ tournant qui induit des courants de Foucault dans le métal liquide *3* conducteur de l'électricité. L'interaction entre les courants de Foucault et le champ produit des forces électromagnétiques qui font circuler le métal liquide avec la vitesse linéaire v dans le sens de rotation du champ.

Les phénomènes de transformation de l'énergie dans une pompe électromagnétique à hélice à une spire se décrivent à l'aide des équations et du schéma électrique équivalent du moteur asynchrone à rotor creux non magnétique en y posant que la réactance de fuites du « rotor » est nulle (v. plus haut). Dans ce cas, la puissance électro-

magnétique transmise du stator au métal liquide, définie par (41-32), a pour valeur

$$P_{\text{ém}} = m_1 E_1 I_2' = psv_1^2 B_m^2 l\tau\Delta/\rho,$$

où $E_1 = 2\sqrt{2} f_1 w_1 k_{e1} \tau l B_m$ est la f.é.m. d'induction mutuelle dans l'enroulement statorique;
$I_2' = E_1 s/R_2'$, le courant ramené traversant le métal liquide;
R_2', la résistance effective ramenée du métal liquide (calculée de la même manière que pour le rotor creux, v. plus haut);
p, le nombre de périodes du champ;
$v_1 = 2\tau f_1 = R\Omega_1$, la vitesse linéaire de déplacement du champ;
τ, le pas polaire;
ρ, la résistivité du métal liquide;
B_m, l'amplitude de l'induction du champ magnétique;
$s = (v_1 - v)/v_1$, le glissement du métal liquide par rapport au champ.

La force électromagnétique exercée sur le métal liquide a pour expression

$$N = M/R = P_{\text{ém}}/\Omega_1 R = P_{\text{ém}}/v_1 = psv_1 B_m^2 \tau l\Delta/\rho,$$

et la pression développée par la pompe est

$$H = N/l\Delta = psv_1 B_m^2 \tau/\rho.$$

La puissance mécanique de la pompe a pour valeur

$$P_{\text{méc}} = Nv = \frac{N}{l\Delta}(vl\Delta) = HQ,$$

où $Q = vl\Delta$ est le débit volumétrique de la pompe.

Si le tube entoure le stator intérieur n fois, la charge H sera autant de fois plus grande et le débit autant de fois plus petit.

Pompe à induction linéaire plate (fig. 48-9).— Sa constitution rappelle celle d'une machine asynchrone linéaire (v. § 48-7). Elle

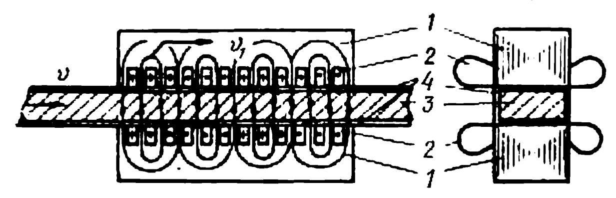


Fig. 48-9. Pompe à induction linéaire plate.

comporte deux stators plats qui sont des inducteurs. Dans les encoches des inducteurs *1* sont logés des enroulements *2* triphasés à plusieurs pôles. Dans l'entrefer entre les inducteurs est placé le tube plat *4* (canal) de section rectangulaire contenant le métal liquide *3*. L'interaction entre le champ glissant des inducteurs et les courants de Foucault induits dans le métal liquide crée des forces électromagnétiques.

En s'ajoutant, les forces électromagnétiques qui s'exercent sur les particules de métal développent une pression, si bien que le métal se met en mouvement dans le sens de déplacement du champ avec un certain glissement.

Pompe à induction linéaire cylindrique (fig. 48-10).— Dans cette pompe, les forces électromagnétiques qui agissent sur le métal liquide sont produites également par un champ glissant. Mais le canal *4* dans lequel circule le métal liquide *3* a une section circulaire.

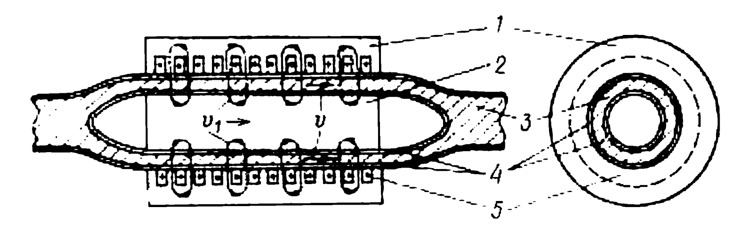


Fig. 48-10. Pompe à induction linéaire cylindrique.

A l'intérieur du canal est placé un noyau *2* non bobiné, à l'extérieur, le canal est entouré par l'inducteur *1*. Dans les encoches circulaires de l'inducteur sont logées les bobines d'un enroulement triphasé *5*.

Les pompes à induction sont utilisées pour le transport des métaux à l'état fondu. Leur domaine d'emploi le plus important est représenté par des installations utilisant des réacteurs à neutrons rapides dans lesquelles ces pompes assurent la circulation des métaux fondus (sodium, potassium ou leurs alliages) servant de fluide de transfert de chaleur.

§ 48-7. Moteurs asynchrones linéaires et arqués

La constitution d'un moteur asynchrone linéaire est représentée par la figure 48-11, *a* et celle d'un moteur arqué par la figure 48-11, *b*. L'armature du stator *1* a la forme d'un parallélépipède dans le moteur linéaire et d'un secteur d'arc dans le moteur arqué. L'enroulement primaire *2* (triphasé hétéropolaire) est logé dans les encoches sur l'une des faces du parallélépipède du moteur linéaire et dans les encoches sur la surface cylindrique intérieure (ou extérieure) du moteur arqué. La partie mobile du moteur linéaire se déplace en translation par rapport au stator. Son armature *4*, de même que celle du stator, a la forme d'un parallélépipède (fig. 48-11, *a*). Dans les encoches, sur la surface de l'armature mobile orientée vers le stator, est logé un enroulement en court-circuit *3*. La partie mobile du moteur arqué est animée d'un mouvement de rotation. Elle s'appelle rotor comme dans le moteur classique. Le rotor *4* est constitué par un cylindre creux (fig. 48-11, *b*). Dans ses encoches, sur la surface cylindri-

que extérieure, est placé un enroulement en court-circuit 3. Dans le moteur linéaire, de même que dans le moteur arqué, la partie mobile peut être constituée par une pièce massive faite en matériau magnétique. L'enroulement en court-circuit devient alors inutile. Parfois, on arrive à utiliser comme rotor du moteur les pièces cylindriques massives de la machine entraînée.

Selon la réalisation de la partie mobile, les caractéristiques des moteurs considérées sont analogues soit à celles d'un moteur à rotor en court-circuit, soit à celles d'un moteur à rotor massif (v. § 48-4).

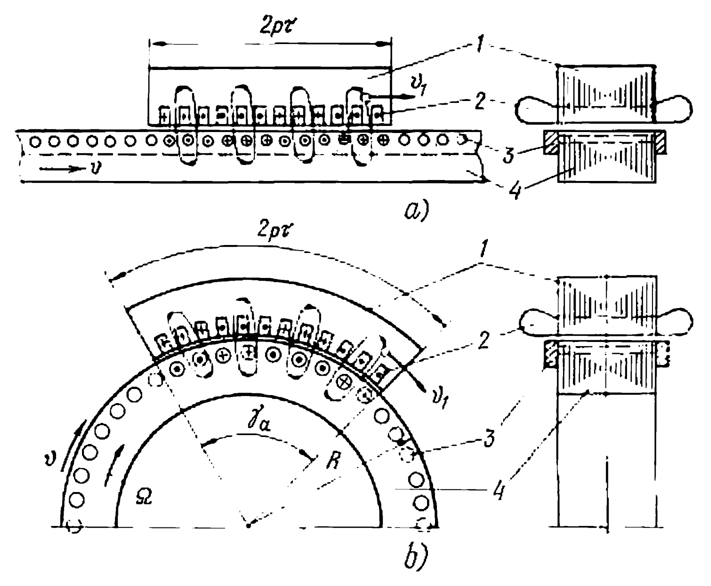


Fig. 48-11. Moteurs asynchrones linéaire (*a*) et arqué (*b*).

Cependant les caractéristiques énergétiques des moteurs linéaires et arqués sont inférieures à celles des moteurs à stator annulaire. Cela tient à ce que dans ces moteurs se produisent des effets de bord parce que leurs stators ne sont pas fermés en anneau.

Le glissement dans les moteurs linéaires et arqués est défini par le rapport de la vitesse linéaire de glissement $v_1 - v$ à la vitesse linéaire de synchronisme du champ glissant $v_1 = 2\tau f_1$. Au régime nominal, la vitesse linéaire de translation v de la partie mobile est voisine de v_1, si bien que le glissement $s = (v_1 - v)/v_1$ est aussi petit que dans les machines asynchrones classiques.

Les machines asynchrones linéaires peuvent être utilisées pour l'obtention d'un mouvement alternatif par inversion périodique de l'ordre de succession des phases de l'enroulement statorique, par exemple dans les machines-outils. Dans ce cas, la partie mobile doit avoir une longueur égale à celle de la partie fixe plus la valeur exigée de la translation. Cependant vu une masse considérable de la pièce

en translation de la machine-outil augmentée par la masse de la partie mobile du moteur, ainsi que l'énergie perdue au cours de chaque cycle d'accélération et de freinage, de tels moteurs n'ont pas trouvé d'utilisation notable.

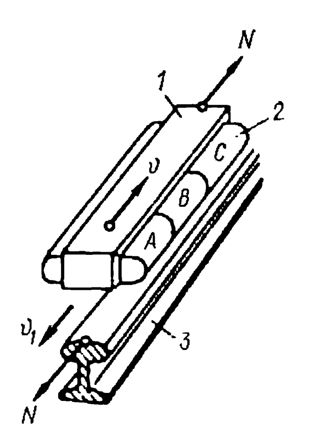


Fig. 48-12. Moteur linéaire de traction.

Ce sont les applications des moteurs linéaires à la traction électrique et surtout dans les transports rapides qui sont plus prometteuses. La figure 48-12 montre un schéma possible d'utilisation du moteur asynchrone linéaire dans la locomotive électrique. L'armature du stator *1* portant l'enroulement polyphasé *2* est fixée sur la locomotive et connectée sur un réseau à courant alternatif. L'interaction entre le champ glissant produit par le stator et le rail *3*, qui est un corps ferromagnétique massif, crée une force qui tend à entraîner le rail. Or, le rail étant fixé solidement, c'est le stator avec la locomotive qui se déplace à une vitesse v.

Les machines arquées sont utilisées dans les cas où le rotor doit être mis en mouvement de rotation à une vitesse angulaire relativement petite. En effet, le stator de la machine arquée ayant p périodes et occupant un arc à angle au centre γ_a (fig. 48-11, *b*) produit sur le rayon R un champ tournant à une vitesse linéaire

$$v_1 = 2\tau f_1 = \frac{\gamma_a R f_1}{p},$$

où $\tau = \gamma_a R/2p$ est son pas polaire.

Dans ces conditions, la vitesse angulaire de synchronisme du rotor $\Omega_1 = v_1/R = \gamma_a f_1/p$ est $2\pi/\gamma_a$ fois plus petite que la vitesse d'un stator annulaire ayant le même nombre de périodes.

L'emploi du moteur arqué s'avère particulièrement avantageux dans le cas où son rotor est constitué par un cylindre ferromagnétique massif faisant partie de la machine entraînée.

MICROMACHINES ASYNCHRONES UTILISÉES DANS LES AUTOMATISMES

§ 49-1. Moteurs asynchrones de commande et alternateurs tachymétriques

Moteurs asynchrones de commande.— Les moteurs asynchrones de commande (servomoteurs) sont utilisés dans les divers automatismes pour la conversion de l'amplitude ou de la phase de la tension de commande en angle de rotation ou en vitesse angulaire de l'arbre de sortie. Ce sont des moteurs asynchrones de faible puissance (de 0,1 à 300 W) à cage d'écureuil dont le stator porte deux enroulements répartis décalés entre eux dans l'espace d'un angle électrique $\pi/2$

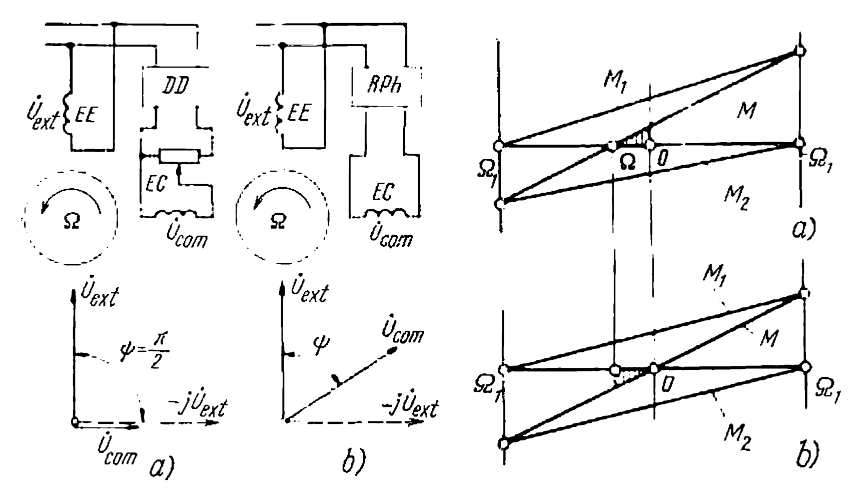


Fig. 49-1. Schémas de principe des moteurs asynchrones à commande par amplitude (*a*) et par phase (*b*).

Fig. 49-2. Variation du couple d'un moteur asynchrone de commande en fonction de la vitesse angulaire: *a*) pour $U_{com} \neq 0$; *b*) pour $U_{com} = 0$.

(fig. 49-1). Pour simplifier l'analyse, les deux enroulements seront supposés identiques. Un des enroulements, appelé enroulement d'excitation (*EE*) est mis constamment sous une tension de référence $\dot{U}_{exc}=$ $=$constante, alors que l'autre appelé enroulement de commande (*EC*) est attaqué par une tension $\dot{U}_{com}$ variable en fonction du signal de commande.

Pour faire naître un couple moteur, la tension $\dot{U}_{com}$ doit être déphasée par rapport à la tension $\dot{U}_{exc}$, c'est-à-dire il est nécessaire que $\psi \neq 0$ et $U_{com} \neq 0$. Pour $\psi = 0$ ou $\dot{U}_{com} = 0$, le couple moteur disparaît, tandis que pour $\psi = \pi/2$, $U_{com} = U_{exc}$ et $\dot{U}_{com} = -j\dot{U}_{exc}$, c'est-à-dire dans le cas représenté en traits interrompus dans les diagrammes de la figure 49-1, le couple moteur a sa valeur maximale.

Il existe deux modes principaux de commande des moteurs: la commande par amplitude et la commande par phase. Dans la commande par amplitude (fig. 49-1, *a*) on fait varier l'amplitude de la tension $\dot{U}_{com}$ (U_{com} = variable,) alors que sa phase caractérisée par l'angle ψ reste constante (ψ = constant). Le déphasage nécessaire $\psi = \pi/2$ est obtenu au moyen d'un dispositif déphaseur (DD).

Dans la commande par phase (fig. 49-1, *b*) c'est la phase de la tension $\dot{U}_{com}$ qui est variable (ψ = variable), alors que son amplitude reste constante (U_{com} = constante). La variation de la phase de la tension est obtenue au moyen d'un dispositif régulateur de phase (RPh).

On demande aux servomoteurs des qualités spécifiques liées aux conditions de leur fonctionnement dans les systèmes de réglage automatique. Par exemple, les moteurs commandés par variation de l'amplitude doivent posséder:

1) une large gamme de réglage de la vitesse angulaire en fonction de l'amplitude de la tension de commande;

2) des caractéristiques mécaniques [$M = f(\Omega)$ à U_{com} = constante] et des caractéristiques de réglage [$\Omega = f(U_{com})$ à M = constant] voisines des caractéristiques linéaires;

3) une grande rapidité de fonctionnement (un faible moment d'inertie du rotor);

4) un couple au démarrage énergique;

5) une faible tension de décollage;

6) une faible puissance de commande;

7) l'absence de rotation lorsque la tension de commande décroît jusqu'à zéro.

Pour réaliser ces conditions (surtout celles des nn. 1, 2, 7), on choisit la résistance du rotor du moteur de façon que le glissement critique $s_m = R_2'/X_{cc} = 3$ à 4. Dans ce cas, la caractéristique mécanique du moteur devient pratiquement linéaire et la rotation après l'annulation de la tension de commande est exclue. On peut s'en assurer facilement en comparant les sens des couples moteurs pour $U_{com} \neq 0$ et $U_{com} = 0$.

Pour $U_{com} \neq 0$ (fig. 49-2, *a*) le couple moteur M_1 dû au système de tensions directes U_1 est supérieur, lorsque $\Omega = 0$, au couple M_2 engendré par le système de tensions inverses $U_2 < U_1$. Le couple résultant $M_1 > M_2$ si bien que sous l'action du couple $M = M_1 -$

$- M_2 > 0$ le rotor se met en rotation dans le sens direct à une vitesse $\Omega > 0$. Si la tension de commande est coupée, c'est-à-dire pour $U_{com} = 0$, lorsque les tensions U_1 et U_2 sont identiques (fig. 49-2, *b*) les couples M_1 et M_2 se compensent pour $\Omega = 0$, alors que pour $\Omega > 0$ le rotor du moteur s'arrête sous l'action du couple négatif $M = M_1 - M_2 < 0$.

Un moteur conçu conformément à ces exigences se caractérise par un rendement et un facteur de puissance plus faibles. Mais on est amené à s'accomoder de ce fait négatif.

On rencontre principalement trois modifications constructives des moteurs asynchrones diphasés à phase de commande: *à rotor en court-circuit du type à cage d'écureuil*, *à rotor creux non magnétique* (§ 48-5) et *à rotor creux ferromagnétique* (§ 48-4). Les plus répandus sont les moteurs des deux premiers types. Il est à noter que les moteurs de faible puissance (avec un diamètre de carcasse inférieur à 40 ou 60 mm) ont des meilleures caractéristiques lorsqu'ils sont du type à cage d'écureuil tandis que les moteurs de plus grande puissance (avec un diamètre de la carcasse supérieur à 60 ou 80 mm) ont des meilleures caractéristiques lorsqu'ils sont équipés d'un rotor non magnétique creux.

Les moteurs asynchrones diphasés à phase de commande comportant un rotor du type à cage d'écureuil présentent par rapport aux moteurs asynchrones de constitution classique les particularités suivantes:

1) un diamètre relativement petit et une longueur relativement grande du rotor: $l/D \approx 1{,}5$ à $2{,}0$ (ce qui permet d'obtenir un moment d'inertie acceptable);

2) un entrefer minimal possible entre le stator et le rotor: 30 à 50 μm (en vue de réduire le courant magnétisant);

3) un nombre de périodes relativement grand pour les micromachines: $p = 2$ à 4 (pour augmenter la rapidité de fonctionnement);

4) l'inclinaison des encoches du rotor d'un pas dentaire (pour réduire les couples supplémentaires, § 43-5).

En outre, pour assurer un freinage intense après la coupure du signal de commande, ces moteurs sont parfois munis d'un amortisseur électromagnétique incorporé. Le principe et la constitution de l'amortisseur peuvent être variés. Le plus simple est l'amortisseur dans lequel le couple d'amortissement est obtenu lors de la rotation d'un rotor creux complémentaire, fait en alliage d'aluminium, dans le champ créé par des aimants permanents.

Les particularités du moteur à rotor non magnétique creux ont été examinées au § 48-5. Il importe aussi d'observer que dans ce moteur les couples supplémentaires synchrones et à réaction n'existent pas. Parmi les avantages majeurs de ce moteur il convient de signaler son faible moment d'inertie du rotor. Le schéma constructif du servomoteur à rotor creux non magnétique est représenté par la figure 49-3. Le rotor creux *1* du moteur tourne dans l'entrefer entre l'armature extérieure *2* et l'armature intérieure *3* du stator. Les

enroulements *5* de commande et d'excitation sont logés dans les encoches de l'armature extérieure encastrée à la presse dans la carcasse *4*. L'armature intérieure est fixée en porte-à-faux sur le couvercle *6*. L'arbre *7* portant le rotor creux tourne dans les paliers *8*.

Les moteurs à rotor creux ferromagnétique sont à certains égards inférieurs aux servomoteurs à rotor à cage et à rotor creux non magnétique, ce qui limite naturellement leur emploi.

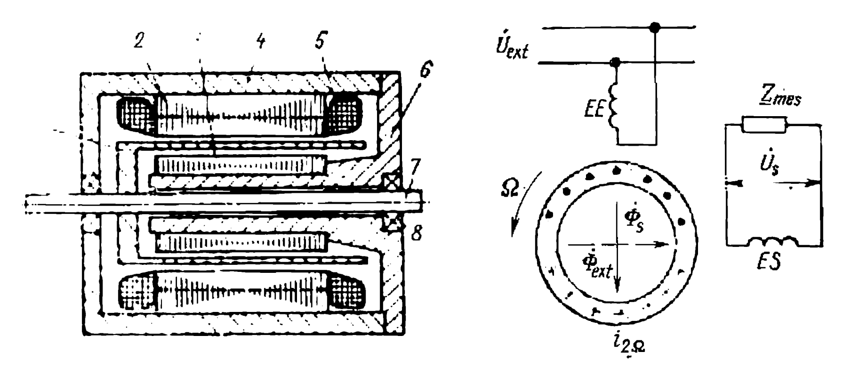


Fig. 49-3. Schéma constructif d'un moteur asynchrone de commande à rotor creux.

Fig. 49-4. Schéma de principe d'une génératrice tachymétrique asynchrone.

Certains automatismes exigent des servomoteurs dont le rotor ne tourne pas de façon continue mais effectue un déplacement angulaire proportionnel au couple du moteur et à la tension alimentant l'enroulement de commande. Les moteurs asynchrones à phase de commande destinés à fonctionner en un tel régime spécifique portent le nom de *moteurs couples*.

Génératrices tachymétriques asynchrones.— Comme génératrice tachymétrique asynchrone on peut utiliser un moteur asynchrone diphasé à rotor creux non magnétique, en accouplant son arbre à la machine dont on désire mesurer la vitesse de rotation. Le schéma de principe d'une génératrice tachymétrique est représenté par la figure 49-4. L'enroulement d'excitation *EE* de la génératrice est connecté (de même que celui du moteur asynchrone diphasé) à un réseau de tension U_{exc} et de fréquence f. La forme de la tension doit être aussi proche que possible de la sinusoïde, son amplitude et sa fréquence doivent être stabilisées. La tension U_{exc} fait circuler dans l'enroulement *EE* un courant, ce qui produit un flux magnétique Φ_{exc} présentant une composante pulsatoire de fréquence f. A la création de ce flux concourent les courants induits dans le rotor. Comme les f.é.m. et les courants induits dans le rotor sont indépendants de la vitesse de rotation, le flux Φ_{exc} reste inchangé quelle que soit la vitesse de rotation. Le flux Φ_{exc} n'est pas couplé avec l'enroulement de signal *ES* parce que celui-ci est décalé par rapport à son axe d'un angle électrique $\pi/2$. De ce fait, lorsque le rotor est à l'arrêt,

c'est-à-dire lorsque $\Omega = 0$ et aucun courant excepté les courants de transformation n'est induit dans le rotor, la tension aux bornes de l'enroulement de signal $U_s = 0$.

Lorsque le rotor tourne à une vitesse angulaire Ω, il devient le siège des f.é.m. induites non seulement statiques mais aussi dynamiques dont la valeur est proportionnelle à Ω. Ces f.é.m. font circuler dans le rotor creux des courants dynamiques $i_{2\Omega}$ représentés sur la figure. Si le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé, les amplitudes de ces courants et l'amplitude du flux Φ_{sm} qu'ils engendrent sont aussi proportionnelles à Ω. Le flux Φ_s varie à la fréquence f de la tension d'excitation et induit dans l'enroulement ES une f.é.m. dont la valeur efficace E_s est aussi proportionnelle à Ω. La tension obtenue aux bornes de l'enroulement ES est utilisée pour alimenter un appareil de mesure ou un organe du système de réglage automatique. L'impédance Z_{mes} est choisie si grande que le courant dans l'enroulement de signal ne provoque pas de chute de tension notable, si bien que $U_s \approx E_s$. Ainsi, dans les génératrices tachymétriques asynchrones, seule la valeur efficace E_s de la f.é.m. varie et sa fréquence reste constante. Grâce à cette particularité les génératrices tachymétriques asynchrones sont utilisées beaucoup plus fréquemment que les alternateurs tachymétriques synchrones dans lesquels non seulement la valeur efficace est variable mais aussi la fréquence de la f.é.m. induite dans l'enroulement de signal.

§ 49-2. Transformateurs rotatifs

Les transformateurs rotatifs (*TR*) sont utilisés dans les divers automatismes et les dispositifs de calcul pour la conversion d'un angle de rotation en une tension alternative dont l'amplitude varie suivant une loi donnée en fonction de l'angle.

Les plus répandus sont des transformateurs rotatifs bipolaires et multipolaires comportant deux enroulements décalés entre eux dans l'espace d'un angle électrique $\pi/2$ au stator et deux enroulements également en quadrature au rotor. La constitution des transformateurs rotatifs de ce type est analogue à celle d'un moteur asynchrone à enroulements diphasés au rotor et au stator. Le courant est amené aux enroulements rotoriques par l'intermédiaire de balais et de bagues et, si l'angle de rotation est limité, à l'aide de conducteurs souples. Dans les transformateurs rotatifs « sans balais », les enroulements rotoriques sont alimentés au moyen de deux transformateurs annulaires (*TA*) intermédiaires représentés sur la figure 49-5.

Pour que le transformateur rotatif puisse remplir ses fonctions, l'inductance mutuelle entre les enroulements statorique et rotorique doit varier en fonction de l'angle électrique de rotation α suivant une loi sinusoïdale ou cosinusoïdale. Pour obtenir une haute précision de reproduction des fonctions $\sin \alpha$ et $\cos \alpha$, on cherche à rendre la forme des champs magnétiques des enroulements aussi proche que possible de la sinusoïde. A cet effet, on utilise des enroulements dits

sinusoïdaux dans lesquels les nombres de spires dans les encoches varient de façon convenable. En outre, pour obtenir des propriétés magnétiques uniformes, on a recours à l'assemblage en éventail des tôles des circuits magnétiques, en déplaçant chaque couche suivante par rapport à la couche précédente d'un ou plusieurs pas dentaires.

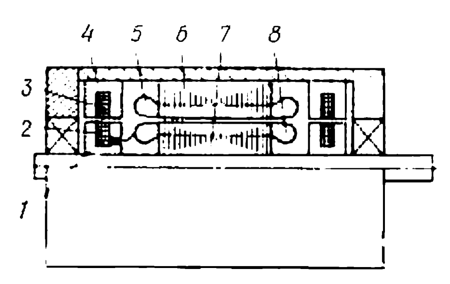


Fig. 49-5. Transformateur rotatif « sans balais »:
1, armature tournante du transformateur annulaire; *2*, enroulement tournant du transformateur annulaire; *3*, enroulement fixe du transformateur annulaire; *4*, armature fixe du transformateur annulaire; *5*, enroulement statorique du transformateur rotatif; *6*, armature du stator du transformateur rotatif; *7*, armature du rotor du transformateur rotatif; *8*, enroulement rotorique du transformateur rotatif.

Pour réduire les f.é.m. induites par les harmoniques supérieurs du champ, on incline les encoches du rotor d'un pas dentaire. On prête aussi une grande attention à la diminution des erreurs liées à l'imperfection de l'usinage: une excentricité des surfaces du stator et du rotor orientées vers l'entrefer, une asymétrie de l'armature, une inclinaison imparfaite des encoches. Grâce à toutes ces mesures l'erreur de reproduction des fonctions sin α et cos α dans un transformateur rotatif de haute précision ne dépasse pas 0,01 ou 0,02 %.

Dans les transformateurs rotatifs multipolaires, la période de variation de la tension de sortie correspond à la rotation du rotor d'un angle $2\pi/p$ de sorte qu'un tour complet du rotor correspond à - périodes de variation de la tension. Par conséquent, l'erreur de repro$p$ duction de la tension de sortie rapportée à l'angle géométrique de rotation du rotor est p fois plus petite que celle rapportée à l'angle électrique. Dans les transformateurs rotatifs multipolaires de haute précision, le nombre p de périodes peut atteindre de 60 à 120. Les enroulements utilisés dans de tels transformateurs rotatifs sont du type concentré. Pour améliorer la précision de reproduction des fonctions sin α et cos α on donne une largeur optimale aux dents et on incline les encoches d'un pas dentaire. Les schémas de branchement et d'alimentation des enroulements des transformateurs rotatifs dépendent des fonctions qu'ils sont appelés à remplir.

Transformateur rotatif sinus-cosinus.— Cet appareil (fig. 49-6) connu également sous le nom de synchro-trigonomètre est destiné à la conversion d'un angle de rotation α en deux tensions alternatives U_a et U_b dont les amplitudes sont proportionnelles respectivement aux valeurs du cos α et du sin α. L'enroulement *f* du stator est un

enroulement d'excitation. Il est alimenté depuis un réseau à courant alternatif de tension stabilisée. Le champ magnétique pulsatoire produit par cet enroulement induit dans l'enroulement a du rotor une f.é.m. E_a proportionnelle au cos α et dans l'enroulement b une f.é.m. E_b proportionnelle au sin α. Lorsque les enroulements rotoriques sont fermés sur les impédances $Z_{ch.a}$ et $Z_{ch.b}$, ils sont parcourus

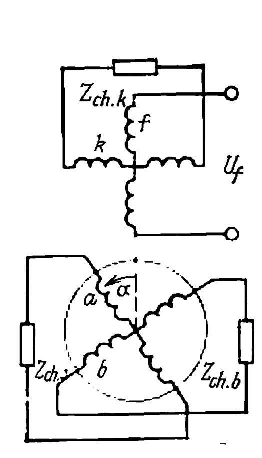


Fig. 49-6. Schéma de principe d'un transformateur rotatif sinus-cosinus.

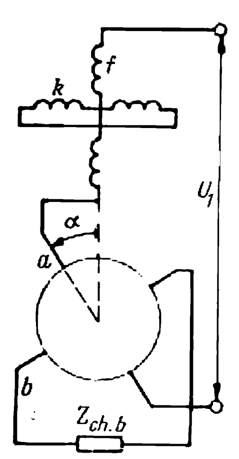


Fig. 49-7. Schéma de principe d'un transformateur rotatif linéaire.

par des courants et un champ magnétique secondaire est produit. Pour éviter toute altération de la variation cosinusoïdale ou sinusoïdale des f.é.m. E_a et E_b en fonction de l'angle α, on a recours à des symétrisations dites secondaire et primaire du transformateur rotatif.

Pour effectuer la symétrisation secondaire, on ferme les enroulements rotoriques sur des impédances de charge identiques $Z_{ch.a} = Z_{ch.b}$. Pour la symétrisation primaire, on ferme l'enroulement en quadrature k du stator sur une impédance $Z_{ch.k}$ égale à la résistance interne de la source qui alimente l'enroulement f. Dans ces conditions, les enroulements k et f sont le siège des courants induits qui compensent avec la même intensité les flux secondaires.

Transformateur rotatif linéaire (fig. 49-7).— Il est destiné à convertir un angle de rotation α en une tension alternative U_b dont l'amplitude est proportionnelle à l'angle α. Dans le montage du transformateur rotatif linéaire, l'enroulement statorique f et l'enroulement cosinus a du rotor sont connectés en série et branchés sur un réseau à courant alternatif, alors que l'enroulement en quadrature k est mis en court-circuit. La tension de sortie U_b est prélevée à l'enroulement sinus b branché sur l'impédance de charge $Z_{ch.b}$.

Dans un tel montage, la composante du flux secondaire suivant l'axe de l'enroulement k en court-circuit est amortie presque entièrement par le courant qui y est induit. Aussi, en analysant le fonc-

tionnement du transformateur rotatif linéaire peut-on négliger la composante transversale du flux suivant l'axe de l'enroulement k et considérer que la f.é.m. est induite uniquement par le champ longitudinal. Dès lors, en supposant petits les paramètres propres de l'enroulement, on peut écrire les équations des tensions pour les circuits d'excitation $U_1 = E_f + E \cos \alpha = E_f (1 + n \cos \alpha)$ et de sortie $U_b = E \sin \alpha = nE_f \sin \alpha$, où $n = E/E_f$ est le rapport de transformation. En éliminant E_f entre ces équations, on obtient

$$U_b = nU_1 \frac{\sin \alpha}{1+n \cos \alpha}.$$

Il se trouve dans ces conditions que pour $n = 0{,}536$ et des angles α compris entre -60 et $+60°$ la valeur de $\sin \alpha/(1 + n \cos \alpha)$ est égale à 0,06 % près à la valeur de l'angle α; d'où il résulte que pour un rapport de transformation spécialement choisi $n = 0{,}536$ la tension de sortie U_b est proportionnelle à l'angle α: $U_b = nU_1\alpha$.

Transformation de coordonnées à l'aide d'un transformateur rotatif. — Le schéma de montage d'un transformateur rotatif destiné à la rotation d'axes des coordonnées cartésiennes est représenté par

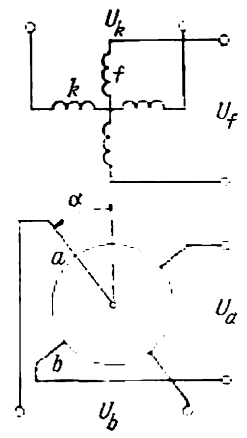


Fig. 49-8. Schéma de branchement d'un transformateur rotatif pour la rotation d'axes des coordonnées cartésiennes.

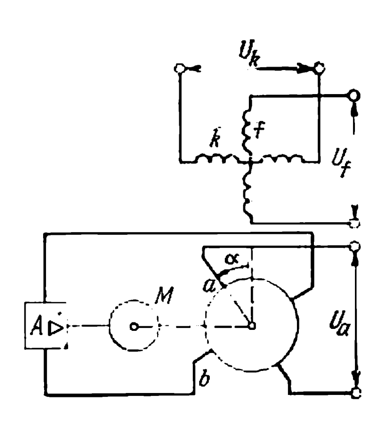


Fig. 49-9. Schéma de branchement d'un transformateur rotatif pour la transformation des coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires.

la figure 49-8. Les enroulements statoriques f et k sont alimentés sous des tensions U_f et U_k en phase. Les amplitudes de ces tensions sont proportionnelles aux coordonnées x et y à changer: $U_f \sim y$, $U_k \sim x$. Après les symétrisations primaire et secondaire, les tensions aux bornes des enroulements secondaires ont pour valeurs

$$U_a = m (U_f \cos \alpha + U_k \sin \alpha);$$
$$U_b = m (U_f \sin \alpha - U_k \cos \alpha),$$

c'est-à-dire sont proportionnelles, au facteur d'échelle m près, aux coordonnées dans le système tourné de l'angle α.

Pour la transformation des coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires, on utilise le montage du transformateur rotatif suivant le schéma de la figure 49-9. Les enroulements statoriques sont alimentés comme précédemment sous les tensions U_f et U_k en phase dont les amplitudes sont proportionnelles aux coordonnées à transformer $U_f \sim y$, $U_k \sim x$. A l'aide d'un système spécial de commande automatique comportant un servomoteur M et un amplificateur A, le rotor du transformateur rotatif est mis dans une position angulaire telle que la tension entre les bornes de l'enroulement sinus $U_b = m (U_f \sin \alpha - U_k \cos \alpha) = 0$ (v. plus haut). Dans cette position, la tension aux bornes de l'enroulement cosinus est égale à

$$U_a = m \sqrt{U_f^2 + U_k^2} \backsim \sqrt{y^2 + x^2},$$

ce qui donne, à une échelle déterminée, la coordonnée radiale $r \sim U_a$. En même temps, l'angle électrique α de rotation du rotor coïncide avec l'angle polaire θ.

En plus des transformateurs rotatifs comportant des armatures dentées que nous venons de considérer, on utilise aussi des transformateurs rotatifs sans armature connus sous le nom d'*inductosyns*. L'inductosyn est une machine électrique plate du type à entrefer axial dont le stator et le rotor sont réalisés sous forme de disques isolants portant des bobinages imprimés. Ces disques sont disposés coaxialement. Un des disques peut effectuer un déplacement angulaire déterminé. D'après ses caractéristiques l'inductosyn est analogue à un transformateur rotatif multipolaire à enroulements concentrés, mais l'absence d'armature permet d'éviter les erreurs liées à la denture des armatures du stator et du rotor.

§ 49-3. Selsyns monophasés

On appelle selsyns ou synchromachines ou encore appareils synchros des dispositifs électromécaniques à induction destinés au téléaffichage d'angle dans les systèmes de transmissions synchrones auto-synchronisés (en anglais: selfsynchronizing) à courant alternatif monophasé. Suivant leur constitution on distingue des selsyns à balais et des selsyns sans balais. Dans un selsyn à balais, le rotor porte sur ses pôles saillants un enroulement d'excitation EE alimenté depuis un réseau à courant alternatif par l'intermédiaire de balais et de bagues (sur la figure 49-10 ces derniers ne sont pas représentés). Dans les encoches de l'armature du stator sont logés trois enroulements répartis de synchronisation décalés dans l'espace de l'angle électrique $2\pi/3$ et constitués comme l'enroulement triphasé d'unr machine asynchrone classique. Les armatures du stator et du rotre sont constituées par un empilage de tôles magnétiques isolées.

Le schéma de branchement d'un selsyn transmetteur et d'un selsyn récepteur pour le téléaffichage d'angle est représenté pao

la figure 49-10 (en téléaffichage, le selsyn récepteur n'a à surmonter aucun couple résistant extérieur et son arbre n'actionne qu'une aiguille indicatrice). Les enroulements d'excitation *EE* du selsyn transmetteur et du selsyn récepteur sont connectés à un réseau commun de tension U_1 et les extrémités des phases de même nom des enroulements de synchronisation *ES* sont électriquement couplées entre elles comme l'indique la figure 49-10.

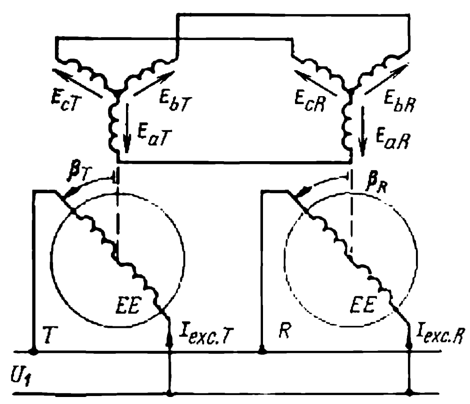


Fig. 49-10. Schéma de branchement des selsyns monophasés pour le fonctionnement en téléaffichage.

Si les angles β_T et β_R des pôles des rotors du transmetteur et du récepteur par rapport aux axes des phases de même nom sont identiques ($\beta_T = \beta_R$), les f.é.m. induites par le champ excitateur pulsatoire dans les phases de même nom des enroulements de synchronisation du transmetteur et du récepteur le sont également:

$$\dot{E}_{aT} = \dot{E}_{aR}\ ; \quad \dot{E}_{bT} = \dot{E}_{bR}\ ; \quad \dot{E}_{cT} = \dot{E}_{cR}\,.$$

Comme les f.é.m. induites dans les circuits constitués par les phases des enroulements couplées entre elles sont en opposition, aucun courant ne circule dans les enroulements de synchronisation et les couples électromagnétiques des selsyns sont nuls. Si la position angulaire des pôles des rotors par rapport aux axes des phases de même nom n'est pas la même et donc l'écart angulaire $\Delta\beta = \beta_T - \beta_R$ n'est pas nul, les f.é.m. induites dans les phases de même nom ne sont plus égales ($E_{aT} \neq E_{aR}$, etc.). Des courants commencent à circuler dans les enroulements de synchronisation, les courants des enroulements d'excitation deviennent différents et l'interaction entre les courants statoriques et rotoriques crée des couples électromagnétiques M_T et M_R qui s'exercent sur les rotors du transmetteur et du récepteur. En appliquant les règles bien connues sur les signes des f.é.m. et des forces électromagnétiques, il est facile d'établir que les couples exercés sur les rotors du transmetteur et du récepteur sont dirigés dans des sens opposés, de sorte que leur action tend à diminuer l'écart angulaire.

Si le couple résistant sur l'arbre du récepteur est nul, le rotor de ce selsyn prend exactement la même position que le rotor du transmetteur et l'écart angulaire entre les deux rotors $\Delta\beta = 0$.

Dans les montages pratiques, le rotor du selsyn récepteur subit un certain couple de freinage dû au frottement dans les paliers et sur les bagues ainsi qu'au couple résistant du mécanisme accouplé

à l'arbre du selsyn (aiguille de l'appareil indicateur, contact glissant d'un potentiomètre, etc.). La transmission de l'angle se fait donc toujours avec une certaine erreur $\Delta\beta$.

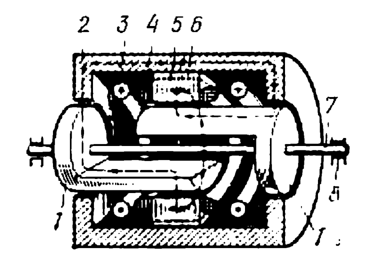


Fig. 49-11. Constitution d'un selsyn monophasé sans balais.

Les imperfections d'usinage, la structure discrète de la couche active des armatures magnétiques, etc., sont aussi des causes d'erreurs. Selon leur classe de précision, les selsyns permettent le téléaffichage d'angle avec une erreur maximale admissible de 0,25 à 2,5°.

Quant aux selsyns sans balais, on en utilise deux modifications: les selsyns à pôles lisses à transformateur annulaire et les selsyns à pôles en forme des griffes. Dans la première modification, l'enroulement d'excitation monophasé *EE* placé sur le rotor est alimenté à l'aide d'un transformateur annulaire dont la constitution est la même que dans les transformateurs rotatifs sans balais (fig. 49-5). Dans la seconde modification proposée par Iossifian et Svetcharnik (fig. 49-11), l'enroulement d'excitation *3* et l'enroulement de synchronisation *4* sont logés sur le stator, alors que le rotor tournant dans les paliers *8* ne porte aucun bobinage. L'enroulement de synchronisation *4* est logé dans les encoches du stator *5*. La constitution de cet enroulement et de l'armature ne diffère en rien de celle des éléments analogues utilisés dans le selsyn à balais. Le champ d'excitation hétéropolaire couplé avec l'enroulement de synchronisation est produit dans ce selsyn par l'enroulement d'excitation fixe constitué de deux bobines annulaires *3*. Les bobines *3* sont alimentées en courant alternatif et produisent un flux magnétique pulsatoire qui se ferme autour des bobines suivant un trajet représenté sur la figure 49-11 en traits interrompus. Ce trajet comprend les portions suivantes: la carcasse magnétique du stator *2*, l'entrefer non magnétique, le pôle *1* de droite en forme des griffes, l'entrefer non magnétique, les dents et la culasse de l'armature *5*, l'entrefer non magnétique, le pôle *1* de gauche en forme des griffes, l'entrefer non magnétique. Pour que le flux magnétique ne puisse pas se diriger directement d'un pôle vers l'autre sans passer par l'armature *5* et sans embrasser l'enroulement *4*, un grand intervalle non magnétique est amenagé entre les pôles en forme des griffes, l'arbre *7* est rendu aussi non magnétique. Pour empêcher le flux de se fermer par un autre trajet indésirable, on prévoit un grand intervalle non magnétique *6* entre l'armature *5* et la carcasse *2*. Grâce à une telle construction, le champ dans l'armature du stator varie, lors de la rotation du rotor, suivant la même loi que dans le selsyn à balais.

Parmi les avantages des selsyns sans balais on compte une fiabilité accrue et une grande précision; leurs inconvénients sont une construction plus compliquée, des dimensions et une masse plus grandes.

CHAPITRE 50

CARACTÉRISTIQUES TECHNIQUES DES MOTEURS ASYNCHRONES

§ 50-1. Généralités sur les séries fabriquées en U.R.S.S. Série 4A en exécution principale

L'industrie soviétique produit les moteurs asynchrones par des séries uniques qui couvrent toutes les puissances et vitesses de rotation requises.

Les moteurs d'usage général ont une échelle fixe de puissances pour toutes les vitesses de rotation. En exécution principale, ils sont destinés à être alimentés depuis un réseau à la fréquence de 50 Hz. Les diverses usines fabriquent des moteurs de construction normalisée ayant les mêmes dimensions principales et les mêmes dimensions de positionnement (de montage).

La désignation de tous les moteurs asynchrones de série comprend la lettre A (asynchrone). Les lettres qui la suivent reflètent les particularités constructives des moteurs. Les séries de moteurs asynchrones sont conçues et étudiées de façon centralisée pour être transmises aux usines de constructions électriques. Les séries d'ancienne construction qui ne répondent plus au niveau actuel de la technique sont progressivement remplacées par des séries plus perfectionnées.

Dès 1978, les moteurs asynchrones d'une puissance de 0,06 à 400 kW et de vitesses de rotation de 500 à 3000 tr/mn sont principalement de la série 4A qui a remplacée dans cette gamme de puissances la série A2 mise au point et produite au cours des années 60. A la différence des moteurs des séries précédentes, les moteurs de la série 4A satisfont complètement aux recommandations de la C.E.I. (Comission Electrotechnique Internationale) relatives aux dimensions hors tout et aux dimensions de positionnement, ce qui assure leur interchangeabilité avec les machines électriques construites par d'autres firmes. Grâce à l'emploi de matériaux de meilleure qualité, ainsi qu'à de nouvelles dispositions constructives et une technologie plus perfectionnées, les moteurs de cette série présentent une plus haute fiabilité et de plus grandes commodités de service que les moteurs de la série A2. D'après ces indices et les principales caractéristiques techniques les moteurs de la série 4A sont des machines de classe internationale.

En exécution principale, ce sont des moteurs à rotor en court-circuit destinés à l'usage général dans les industries en climat tempéré (exécution climatique V de catégories 3 et 4 d'après la norme GOST 15150-69).

Les valeurs nominales des facteurs climatiques sont indiquées dans les normes GOST 15150-69 et 15543-70. De plus:

a) l'altitude au-dessus du niveau de la mer ne doit pas dépasser 1000 m;

b) la concentration de la poussière dans l'air ne doit pas être supérieure à 2 mg/m^3 pour les moteurs protégés et à 10 mg/m^3 pour les moteurs fermés ventillés (le milieu ambiant doit ne pas comporter de risques d'explosion, être exempt d'agents agressifs (gaz et vapeurs) pouvant détruire les métaux et les isolants et ne pas contenir des poussières conductrices).

Les valeurs des grandeurs nominales sont indiquées pour le service continu des moteurs alimentés depuis un réseau à 50 Hz.

Les moteurs sont fabriqués en deux variantes qui se distinguent entre elles par le degré de protection contre les agents extérieurs d'après GOST 17494-72 (v. § 33-2): les moteurs protégés (IP23) et les moteurs fermés à carcasse ventillée (IP44).

Les moteurs possèdent une échelle normalisée de puissances qui est utilisée pour toutes les vitesses de rotation: 0,06; 0,09; 0,12; 0,18; 0,25; 0,37; 0,55; 0,75; 1,1; 1,5; 2,2; 3,0; 4,0; 5,5; 7,5; 11,0; 15,0; 18,5; 22; 30; 37; 45; 55; 75; 90; 110; 132; 160; 200; 250; 315; 400. L'échelle de hauteurs des axes de rotation (au-dessus de la dalle de fondation) correspond aux recommandations de la C.E.I.: 50; 56; 63; 71; 80; 90; 100; 112; 132; 160; 180; 200; 225; 250; 280; 315; 355.

Les paramètres des moteurs les moins puissants et les plus puissants pour chacune des vitesses de rotation sont indiqués dans le tableau 50-1.

Les lettres et les chiffres que comprend la désignation des types de moteurs signifient:

4: numéro d'ordre de la série;
A: moteur asynchrone;
H: moteur protégé;
A: bâti et flasques en aluminium;
X: bâti en aluminium, flasques en fonte;
50 à 355: hauteur de l'axe de rotation;
S, L, M: dimensions de positionnement suivant la longueur de la carcasse;
A, B: longueur de l'armature magnétique (A: première longueur, B: deuxième longueur).

Tableau 50-1

Caractéristiques techniques des moteurs asynchrones à rotor en court-circuit de la série 4A en exécution principale (fermés, à carcasse ventillée)

Type de moteur	P_n, kW	η, %	$\cos\varphi_1$	$\frac{M_{max}}{M_n}$	$\frac{M_d}{M_n}$	$\frac{M_{min}}{M_n}$	$\frac{I_d}{I_n}$
		3000 tr/mn (synchr.)					
4A50A2У3	0,9	60,0	0,70	2,2	2,0	1,2	5,0
4A355M2У3	315,0	93,0	0,91	1,9	1,0	0,9	7,0
		1500 tr/mn (synchr.)					
4A50A4У3	0,06	50,0	0,60	2,2	2,0	1,2	5,0
4A355M4У3	315,0	94,5	0,92	1,9	1,0	0,9	7,0
		1000 tr/mn (synchr.)					
4AA63A6У3	0,18	56,0	0,62	2,2	2,0	1,2	4,0
4A355M6У3	200,0	94,0	0,90	1,9	1,0	0,9	7,0
		750 tr/mn (synchr.)					
4A71B8У3	0,25	56,0	0,65	1,7	1,6	1,2	3,5
4AX71B8У3							
4A355M8У3	160,0	93,5	0,85	1,9	1,0	0,9	6,5
		600 tr/mn (synchr.)					
4A280S10У3	37,0	91,0	0,78	1,8	1,0	1,0	6,0
4A355M10У3	110,0	93,0	0,83	1,8	1,0	0,9	6,0
		500 tr/mn (synchr.)					
4A315S12У3	45,0	90,5	0,75	1,8	1,0	0,9	6,0
4A355S12У3	90,0	92,0	0,76	1,8	1,0	0,9	6,0

N o t e. La désignation de la longueur de l'armature magnétique n'est donnée que dans le cas où deux puissances sont prévues pour une seule dimension de positionnement suivant la longueur de la carcasse.

2, 4, 6, 8, 10, 12: nombre de pôles;

У: exécution climatique;

3: catégorie d'emplacement.

Par exemple, la désignation 4AA56A2У3 signifie un moteur électrique de la série 4, asynchrone, fermé, à paliers flasques en aluminium, à hauteur de l'axe de rotation de 56 mm, à armature magnétique de première longueur, bipolaire, pour des régions à climat tempéré, de troisième catégorie d'emplacement.

Les moteurs d'une puissance de 0,12 à 0,37 kW sont fabriqués pour la tension de 220/380 V, les moteurs d'une puissance de 0,55 à 110 kW pour les tensions de 220/380 et 380/660 V et les moteurs d'une puissance de 132 à 400 kW pour la tension de 380/660 V. Les sorties sont au nombre de six, le mode de couplage est Δ/Y.

Les formes d'exécution et les degrés de protection des moteurs suivant le mode d'installation et la hauteur d'axe de rotation correspondent au tableau 50-2

Tableau 50-2

Exécution (d'après GOST 2479-65)	Degrés de protection (d'après GOST 17494-72)	Hauteur de l'axe de rotation, mm	Exécution (d'après GOST 2479-65)	Degrés de protection (d'après GOST 17494-72)	Hauteur de l'axe de rotation, mm
M101	1P23	160 à 355	M301	1P44	56 à 180
M101	1P44	56 à 355	M303	1P44	200 à 280
M201	1P44	56 à 355	M361	1P44	56 à 100
M211	1P44	56 à 90			

Tableau 50-3

Principales dimensions et masses des moteurs électriques de la série 4A d'exécution principale

Type de moteur	Nombre de pôles	Dimensions, mm						Masse, kg
		l_{30}	h_{31}	l_{10}	d_1	b_{10}	h	
4AA56	2, 4	174	142	63	9	80	50	3,3
4AA63	2, 4, 6	216	162	80	14	100	63	6,3
4A71	2, 4, 6, 8	285	203	90	19	112	71	15,1
4AH160S	2 / 4, 6, 8	533	430	178	42 / 48	254	160	110 / 115
4AH180S	4, 6, 8	580	470	203	55	279	180	170
4A280S	4, 6, 8, 10	1170	700	368	80	457	280	810
4A355M	2 / 4, 6, 8, 10, 12	1410 / 1450	855	560	85 / 100	610	355	1670
4AH280S	4, 6, 8, 10	965	575	368	80	457	280	715
4AH315S	4, 6, 8, 10, 12	1000	650	406	90	508	315	860
4AH355M	2 / 4, 6, 8, 10, 12	1225 / 1265	710	560	85 / 100	610	355	1350

(v. § 33-2). Les dimensions hors tout, les dimensions de positionnement et la masse des moteurs à un seul bout d'arbre cylindrique pour la forme d'exécution M101 selon la figure 50-1 correspondent au tableau 50-3 (le tableau ne compend que les moteurs les moins puissants et les plus puisssants pour chacune des vitesses de rotation).

Les classes d'isolation (GOST 8865-70, v. § 32-2) sont E pour les moteurs à hauteur d'axe de rotation de 56 à 63, B pour les moteurs à hauteur d'axe de 71 à 132 et F pour les moteurs à hauteur d'axe de 160 à 355.

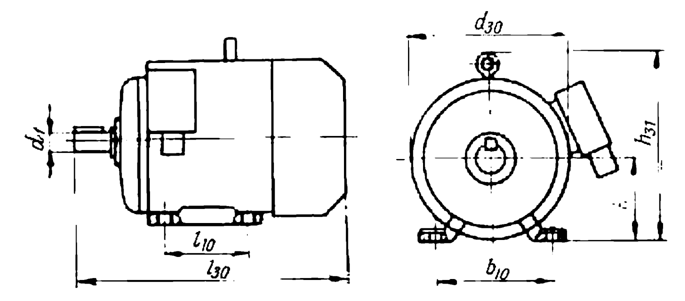


Fig. 50-1. Moteur asynchrone de la série 4A (dimensions de positionnement et hors tout).

Le dispositif de sortie dans les moteurs à hauteur d'axe de rotation de 56 à 250 mm est monté sur la partie supérieure de la carcasse (comme l'indique la figure 50-1) ; dans les moteurs à hauteur d'axe de 280 à 355 mm, du côté droit pour un observateur placé en face du bout d'arbre sorti. Le dispositif de sortie des moteurs est réalisé sous la forme d'une boîte à bornes renfermant une plaque à bornes et muni d'un raccord pour la fixation d'un tube de conduite d'eau et de gaz, d'un tuyau métallique flexible ou d'un câble.

§ 50-2. Modifications de la série 4A et autres séries de machines asynchrones

En plus de l'exécution principale, la série 4A comporte plusieurs modifications électriques qui sont rassemblées dans le tableau 50-4. A part la série 4A, il existe plusieurs exécutions spécialisées de machines asynchrones: tropicalisées, résistant aux agents chimiques, résistant à l'humidité et au froid, pour la fréquence de 60 Hz, etc. Les dimensions de toutes les modifications et des exécutions spécialisées (sauf les moteurs à rotor bobiné) sont les mêmes que celles des moteurs correspondants en exécution principale.

Après l'introduction de la série 4A les moteurs d'une puissance de 200 à 1250 kW, de vitesse de rotation de 500 à 3000 tr/mn pour la tension de 6000 V sont fabriqués conformément à la partie supérieure de la série A2 comprenant quatre tailles (12, 13, 14, 15) qui se distinguent par les diamètres extérieurs de l'armature du stator et par les hauteurs d'axes de rotation de l'arbre. Cette partie de la série possède une échelle fixe de puissances: 200; 250; 320; 400; 500; 630; 800; 1000; 1250 kW. Chacune des tailles comprend 2 ou 3 variantes suivant la longueur de l'armature magnétique.

Selon le degré de protection contre les agents extérieurs les moteurs sont fabriqués en deux exécutions: protégés contre les projections d'eau latérales (protection contre la pénétration à l'intérieur de la machine des gouttes tombant sous un angle de 60° par rapport à la verticale, fig. 50-2) ; ces moteurs sont désignés par A2 et AK2 respectivement à rotor en court-circuit et à rotor bobiné ; fermés (protégés contre la pénétration de corps solides d'au moins 1 mm de diamètre et de projections d'eau quelle que soit leur direction ; ces moteurs sont désignés par AO2 et AOK2).

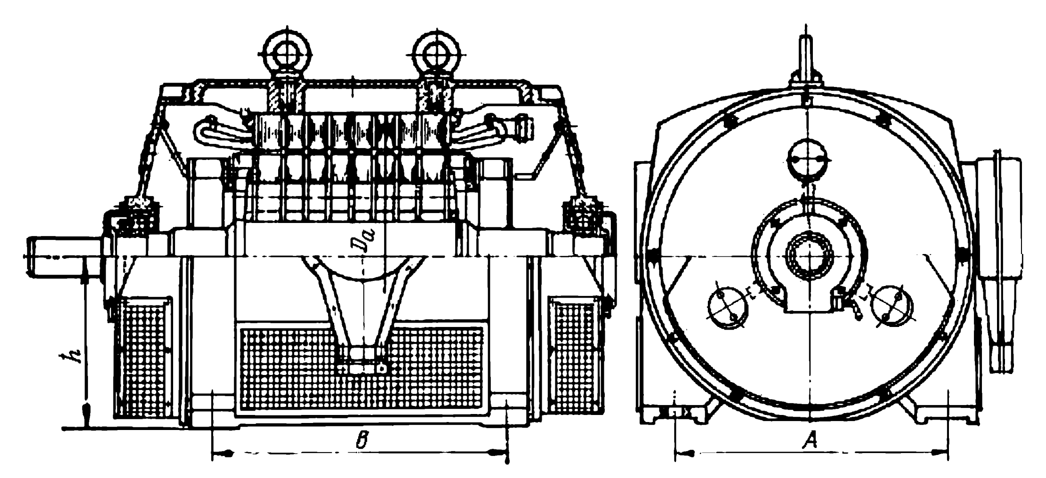


Fig. 50-2. Moteur asynchrone réalisé suivant la partie supérieure de la série A2, modèle protégé contre les projections d'eau latérales.

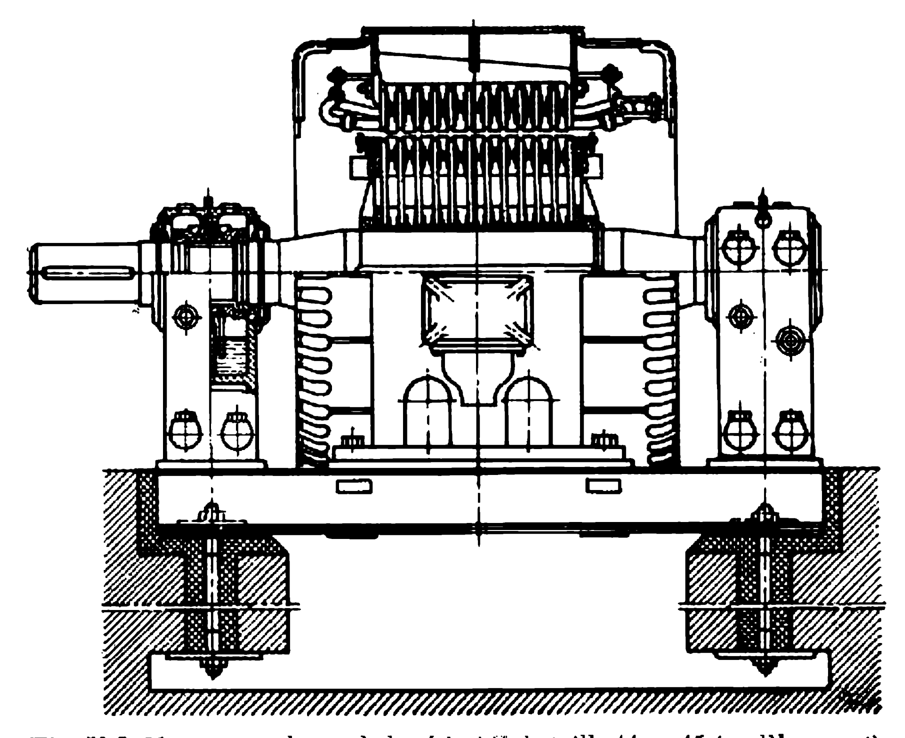


Fig. 50-3. Moteur asynchrone de la série AH de taille 14 ou 15 (modèle ouvert).

Tableau 50-4

Modifications d'ordre électrique des moteurs asynchrones

Type de modification	Destination
A couple de démarrage élevé	Entraînement de mécanismes à forte charge au démarrage (compresseurs, concasseurs, malaxeurs d'argile, etc.)
A glissement accru	Entraînement de mécanismes à grands moments d'inertie, à charge pulsatoire, à grande fréquence de démarrages et d'inversion du sens de marche
A indices énergétiques (η, $\cos \varphi$) élevés	Entraînement de mécanismes à service permanent 24 heures sur 24 lorsque l'amélioration du rendement revêt une importance particulière
A rotor bobiné	Emploi dans le cas où la puissance du réseau d'alimentation est insuffisante pour le démarrage des moteurs à rotor en court-circuit ainsi que pour l'entraînement de mécanismes à réglage progressif de la vitesse de rotation
A faible bruit	Entraînement de mécanismes auxquels on exige un niveau de bruit réduit
A vitesses multiples (à deux enroulements ou à changement du nombre de pôles)	Entraînement de mécanismes à réglage par bonds de la vitesse de rotation (machines-outils, treuils, etc.)
Incorporés	Pour incorporation aux machines-outils et mécanismes

La gamme de puissances de 200 à 2000 kW pour des vitesses de rotation de 250 à 1000 tr/mn et des tensions de 6000 V est couverte par les moteurs de la série AH de taille 14 à 18. Les moteurs AH (à rotor en court-circuit) et AKH (à rotor bobiné) sont normalement des machines ouvertes (fig. 50-3).

INDEX ALPHABÉTIQUE

TABLE DES MATIÈRES

Deuxième partie

QUESTIONS GÉNÉRALES DE LA THÉORIE DE LA TRANSFORMATION ÉLECTROMÉCANIQUE DE L'ÉNERGIE DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES

Troisième partie

CONSTRUCTION DES MACHINES ÉLECTRIQUES ET MÉTHODES DE CALCULS MÉCANIQUES, HYDRAULIQUES ET THERMIQUES DE LEURS ORGANES

Quatrième partie
MACHINES ASYNCHRONES

Imprimé en Union Soviétique